А.Ф.Холтыгин

# ДИАГНОСТИКА АСТРОФИЗИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ



Санкт-Петербург — 2013

УДК 52-64 ББК 22-632

> Печатается по постановлению Редакционно-издательского совета Санкт-Петербургского госуниверситета

Редактор д.ф.м.н., проф. каф. астрофизики СПбГУ В.Б.Ильин Рецензенты д.ф.м.н., проф. каф. астрофизики СПбГУ Д.И. Нагирнер д.ф.м.н., зав отделом ГАО АН Россиии Н.Р. Исханов

Холтыгин А.Ф. X73 Диагностика астрофизической плазмы СПб, Изд-во BBM, 2013 (150 стр.) ISBN 978-5-9651-0796-4

В монографии изложены методы диагностики астрофизической плазмы. Для лучшего понимания материала изложены основы теоретической атомной спектроскопии. Описаны методы анализа свечения плазмы низкой плотности, как однородной, так и не однородной.

Монография предназначена научным сотрудникам, работающим в различных областях астрофизики, атомной спектроскопии и физики плазмы. Настоящая монография может быть также полезной студентам старших курсов и аспирантам соответствующих специальностей.

Библиография 172 назв. Табл. 23. Илл. 43 Темплан 2013 г.

ББК 22-632

ISBN 978-5-9651-0796-4

© А.Ф.Холтыгин, 2013

© Издательство BBM, 2013

# Оглавление

Предисловие 5								
1	1 Астрофизическая плазма 7							
1.1 Астрофизическая плазма			7					
	1.2	Элементарные процессы в плазме	9					
		1.2.1 Скорости и сечения элементарных процессов	10					
	1.3	Поле излучения	12					
		1.3.1 Характеристики поля излучения	13					
	1.4	Мера эмиссии плазмы	16					
		1.4.1 Дифференциальная мера эмиссии плазмы	18					
	1.5	Общая постановка задачи о диагностике плазмы	19					
<b>2</b>	Основные сведения об атомных спектрах							
	2.1	Атом водорода и водородоподобные ионы	21					
	2.2	Спектры неводородоподобных атомов и ионов	26					
3	Элементарные процессы в плазме							
	3.1	Фотопроцессы	35					
	3.2	Столкновения атомов и ионов с электронами	46					
	3.3	Возбуждение протонами и другими частицами	54					
	3.4	Ионизация атомов и ионов	57					
	3.5	Диэлектронная рекомбинация, автоионизация и перезарядка	60					
4	Ио	низационное состояние плазмы б						
	4.1	Уравнения ионизационного баланса	69					
	4.2	Распределение атомов по стадиям ионизации	73					
<b>5</b>	5 Механизмы излучения плазмы в линиях							
	5.1	Общее описание механизмов излучения	75					
	5.2	Рекомбинационный механизм	77					
		5.2.1 Рекомбинационные радиолинии	79					
	5.3	Возбуждение электронным ударом	79					
	5.4	Селективные механизмы образования линий	82					
		5.4.1 Фотоионизационный механизм	83					
		5.4.2 Флуоресцентное возбуждение и возбуждение линий						
		при перезарядке	86					

6	<b>Из</b> л 6.1	<b>учение астрофизической плазмы</b> Излучение плазмы низкой плотности	<b>89</b> 89				
		6.1.1 Интенсивности линий в спектрах разреженной плазмы					
		с флуктуациями температуры	89				
	6.2	Рентгеновские спектры звёзд	91				
	6.3	Спектры газовых туманностей	93				
	6.4	Функция высвечивания плазмы	95				
		6.4.1 Стационарная функция высвечивания	97				
		6.4.2 Нестационарная функция высвечивания	98				
7	Диа	агностика однородной плазмы	99				
	7.1	Элементарные методы диагностики	99				
	7.2	Диагностика горячей плазмы по рентгеновским линиям гелиепо-					
		добных ионов	102				
8	Диа	агностика неоднородной плазмы	107				
	8.1	Неоднородная плазма	107				
	8.2	Методика диагностики плазмы с флуктуациями температуры	108				
	8.3	Сравнение с наблюдениями	110				
9	Диа	Диагностика плазмы с магнитным полем 111					
	9.1	Эффект Зеемана	111				
		9.1.1 Фактор Ланде для уровня	112				
		9.1.2 Расщепление спектральных линий в магнитном поле	112				
		9.1.3 Правила отбора для зеемановских компонентов линии	116				
	9.2	Методы диагностики магнитного поля звезд	117				
		9.2.1 Магнитные поля нормальных звезд	117				
		9.2.1         Магнитные поля нормальных звезд	117				
		9.2.1         Магнитные поля нормальных звезд	117 119				
10	Лиз	9.2.1       Магнитные поля нормальных звезд	117 119 133				
10 A	ли: Ели	9.2.1       Магнитные поля нормальных звезд	117 119 133 141				
10 A	ли: Еди А.1	<ul> <li>9.2.1 Магнитные поля нормальных звезд</li></ul>	117 119 133 141				
10 A	ли: Еди А.1	<ul> <li>9.2.1 Магнитные поля нормальных звезд</li> <li>9.2.2 Использование вейвлет-анализа для определения величины магнитного поля</li> <li>поля</li> <li>пература</li> <li>пницы физических величин</li> <li>Системы физических величин</li> <li>и атомные константы</li> </ul>	117 119 133 <b>141</b> 141				
10 A	ли: Еди А.1	9.2.1       Магнитные поля нормальных звезд	117 119 133 <b>141</b> 141				
10 A	<b>Ли</b> Еди А.1 А.2	9.2.1       Магнитные поля нормальных звезд	117 119 133 <b>141</b> 141 141				
10 A	Лит Еди А.1 А.2 А.3	9.2.1       Магнитные поля нормальных звезд	<ol> <li>117</li> <li>119</li> <li>133</li> <li>141</li> <li>141</li> <li>141</li> <li>141</li> <li>141</li> </ol>				
10 A	<b>Ди</b> Еди А.1 А.2 А.3	9.2.1       Магнитные поля нормальных звезд	<ol> <li>117</li> <li>119</li> <li>133</li> <li>141</li> <li>141</li> <li>141</li> <li>141</li> </ol>				

4

# Предисловие

Настоящая монография посвящена методике диагностики астрофизической плазмы низкой плотности. Для удобства читателя изложены основы атомной спектроскопии и рассмотрены основные элементарные процессы, определяющие состояние плазмы. Описаны методика расчета ионизационного состояния плазмы и механизмы излучения плазмы в линиях.

Кроме стандартных методов диагностики изложена методика диагностики неоднородной плазмы с флуктуациями температуры и плотности. Описаны методы диагностики плазмы, находящейся в магнитном поле. Подробно описано понятие меры эмиссии плазмы, как полной, так и дифференциальной.

К большинству приводимых в монографии формул, даются пояснения, позволяющие проанализировать физику элементарных процессов в плазме и выяснить, насколько важны те или иные из них в зависимости от условий в плазме.

В книге используется система единиц СГС, как наиболее удобная для теоретической физики и астрофизики. Для удобства читателя в приложении А к книге даются основные физические константы, связанные с теорией атома, описана система атомных единиц Хартри и дана таблица переводных множителей для единиц энергии, используемых в атомной спектроскопии.

Для удобства перехода от длин волн линий атомных переходов в вакууме к длинам волн в воздухе и наоборот даны коэффициенты аппроксимации зависимости от длины волны коэффициента преломления воздуха в ультрафиолетовой (УФ), видимой и инфракрасной (ИК) областях спектра.

Книга предназначена для научных сотрудников, работающим в различных областях астрофизики, атомной спектроскопии и физики плазмы. Она также может использоваться студентами старших курсов и аспирантами астрофизических специальностей университетов.

Источниками изложения в монографии наряду с оригинальными статьями автора послужили книги Ландау и Лифшица [135, 136], Собельмана [147, 148] и Левича [138], а также монографии Юциса и Савукинаса [153], Никитина и Рудзикаса [142] и Рудзикаса и др. [145].

Книга снабжена обширной библиографией. Библиография сгруппирована по четырем разделам: Оригинальные статьи, Монографии, учебники и учебные пособия, Каталоги и справочники, Обзорные статьи.

Автор благодарен сотрудникам кафедры астрофизики СПБГУ и Астрономического института СПбГУ за внимание к содержанию рукописи и сделанные ими полезные замечания.

Настоящая книга написана при поддержке в рамках конкурсной темы 6.38.73.2011 Санкт-Петербургского государственного университета.

# Глава 1

# Астрофизическая плазма

# 1.1 Астрофизическая плазма

Большинство астрофизических объектов (звёзды, туманности, галактики и т.д.) состоят из плазмы, т. е. из полностью или частично ионизованного газа. В дальнейшем произвольные атомы в плазме будем обозначать большими буквами латинского алфавита: Х, Ү, Z и т.д. Однократно ионизованный ион какого-либо элемента Х будем обозначать Х<sup>+</sup>. Многократно ионизованный атом — Х<sup>k+</sup>, где k — число оторванных электронов.

Состояние плазмы характеризуется концентрациями составляющих её частиц: атомов, ионов, электронов и протонов. Концентрация атома (иона) с номером *i* традиционно обозначается  $n_i$  и численно равна числу данных атомов (ионов) в единичном объёме — одном кубическом сантиметре. Иногда для ясности явно указывают, концентрация какого атома или иона рассматривается. Концентрацию атомов водорода обозначают n(H), ионизованного гелия —  $n(He^+)$ , 8-кратно ионизованного магния  $n(Mg^{8+})$  и т.д. Концентрация электронов обозначается  $n_e$ , протонов —  $n_p$ . Буквой n будем обозначать полную концентрацию всех атомов в плазме:

$$n = \sum_{\mathbf{X}} \sum_{j=0} n(\mathbf{X}^{j+}) = n(\mathbf{H}) + n(\mathbf{He}) + n(\mathbf{He}^{+}) + n(\mathbf{Li}) + \dots$$
(1.1.1)

где суммирование выполняется по всем химическим элементам X и всем ионам данных элементов, присутствующим в плазме.

Астрофизическая плазма обычно электрически нейтральна, т.е., концентрации положительных и отрицательных зарядов одинаковы. В этом случае

$$n_{\rm e} = \sum_{\rm X} \sum_{j=1}^{j} j \, n({\rm X}^{j+}) = n({\rm H}^+) + n({\rm He}^+) + 2n({\rm He}^{2+}) + n({\rm Li}^+) + \dots \ (1.1.2)$$

Суммирование производится по всем ионам  $(j \ge 1)$  химических элементов X.

В данном пособии рассматривается *разреженная* плазма, или *плазма* низкой плотности. Она описывается седующими критериями:

- Плотность плазмы достаточно низка  $(n < 10^{14} \,\mathrm{cm}^{-3})$ , поэтому роль процессов с участием трёх и более частиц (например, тройной рекомбинации) пренебрежимо мала.
- Оптическая толщина плазмы в континууме и частотах большинства линий мала.

Для определения излучательных свойств плазмы необходимо знать полную массу газа, его химический состав, распределение вещества плазмы по температуре T и плотности n. Распределение частиц по модулю скорости v будем считать максвелловским:

$$f(v)dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_{\rm B}T}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_{\rm B}T} dv.$$
(1.1.3)

Здесь m — масса частиц,  $k_{\rm B}$  — постоянная Больцмана (см. приложение A.1). В ряде случаев, например на начальных стадиях развития солнечных вспышек, максвелловское распределение в плазме не успевает установиться. В данной книге мы не будем рассматривать немаксвелловскую плазму.

В простейшем случае однородной по температуре и плотности плазмы для её описания достаточно задания средней температуры  $\langle T \rangle$ , средней концентрации  $\langle n \rangle$  и электронной концентрации  $\langle n_{\rm e} \rangle$  плазмы. Для неоднородной плазмы необходимо знание распределения температуры и плотности плазмы во всем её объеме:  $T(\mathbf{R})$ ,  $n_{\rm e}(\mathbf{R})$  и  $n(\mathbf{R})$ , где  $\mathbf{R}$  координаты рассматриваемого элементарного объёма плазмы.

Атомы и ионы в плазме могут находиться не только в основном состоянии, которому традиционно присваивается номер k = 1 и характеризуемом минимально возможной энергией данного атома  $E_1$ , но и в возбужденных состояниях с номерами k > 1 и с энергиями  $E_k > E_1$ . Будем обозначать через  $X_k$  возбуждённое состояние с номером k атома (иона) Х. Концентрация атомов в возбужденном состоянии k обозначается  $n_k$  и обычно называется *населённостью* уровня. Для большей ясности можно указать к какому атому или иону относится данное возбуждённое состояние, заменив  $n_k$  на  $n(X_k)$ .

Населённости уровней для плазмы, находящейся в состоянии *термодинамического равновесия* могут быть описаны формулой Больцмана:

$$\frac{n_k}{g_k} = \frac{n_1}{g_1} \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_{\rm B}T}\right), \qquad \Delta E_k = E_k - E_1, \tag{1.1.4}$$

где  $g_k$  — статистический вес уровня (число квантовых состояний, имеющих одну и ту же энергию), а  $\Delta E_k$  — его энергия возбуждения.

# 1.2 Элементарные процессы в плазме

В настоящей книге мы будем рассматривать *атомно-ионную* плазму. Анализ процессов с участием молекул или молекулярных комплексов можно найти, например, в монографии [146].

Излучение плазмы образуется при радиационных переходах между дискретными или непрерывными состояниями атомов и ионов. Возбужденные состояния атомов и ионов образуются при элементарных процессах столкновения атомов (ионов) с фотонами, электронами, протонами и другими частицами (см. рис. 1.1):

$$X + A \longrightarrow Y^* + B + \dots \qquad (1.2.1)$$

Здесь Y<sup>\*</sup> — состояние атома (иона) Y, образующееся в результате столкновения атома X с частицей A (фотоном, электроном, протоном и т.д.), в ходе которого могут образовываться и другие частицы (фотоны, электроны, ионы и нейтральные атомы), обозначаемые буквой В. Знак \* указывает, что получившееся в результате столкновения состояние атома Y может оказаться возбужденным.



Рис. 1.1. Общая картина процесса столкновения

Если суммарная кинетическая энергия соударяющихся частиц и их внутренние состояния не меняются, а изменяются только направления движения частиц, то столкновение называется *упругим*. В *неупругом* столкновении изменяется как состояние, так и и энергия сталкивающихся частиц. Упругие столкновения приводят к перераспределению скоростей частиц, участвующих в процессе столкновения, и установлению равновесного распределения частиц по скоростям и не меняют их состояние возбуждения.

В ходе неупругого столкновения могут быть оторваны один (иногда несколько) электронов от атома Х. В этом случае  $Y^*=X^+$  или  $X^{k+}$ , а процесс столкновения называется *ионизацией*. Возможно также, что ионизационное состояние атома Х при столкновении не меняется (т. е.  $Y^*=X$ ). Если при этом энергия состояния атома до столкновения E(X) меньше энергии атома после столкновения  $E(Y^*)$ , то процесс столкновения называется *возбуждением* атома. В случае, если  $E(X) > E(Y^*)$ ,

то процесс столкновения называется *деактивацией*. Если в результате процесса столкновения атом (ион) присоединяет электрон (электроны), процесс столкновения является *рекомбинацией*.

В условиях астрофизической плазмы важны процессы с поглощением или излучением квантов электромагнитного излучения (фотонов) *hv* (*фотопроцессы*), процессы *столкновения* с электронами, протонами и атомами водорода и процессы обмена электронами между атомами или ионами (процессы *автоионизации* и *перезарядки*). Эти процессы описаны в соответствующих главах книги.

## 1.2.1 Скорости и сечения элементарных процессов

### Сечения процессов столкновения

Основной характеристикой процесса столкновения являются его *се*чение. Для его определения рассмотрим процесс столкновения частиц типа A с атомами (ионами) мишени X (формула (1.2.1) на предшествующей странице) в цилиндре с сечением 1 см<sup>2</sup> (рис. 1.2). Налетающей частицей может быть электрон, фотон, либо тяжёлая частица (ион или атом). Число частиц типа A, проходящих за одну секунду через единич-

Рис. 1.2. Столкновения в элементарном объеме.

ную площадку площадью 1 см<sup>2</sup> (плотность потока частиц) равно

$$j_{\rm A}(v)dv = n_{\rm A}(v) v \, dv,$$

где

$$n_{\rm A}(v)dv$$

есть концентрация частиц сорта A, имеющих относительные скорости в интервале от v до v + dv. Размерность величины  $n_{\rm A}(v) v dv$  равна см<sup>-3</sup>.

Эффективным поперечным сечением столкновения<sup>1</sup> называется величина, характеризующая вероятность перехода сталкивающихся частиц в результате их рассеяния (упругого или неупругого) в какое-либо конечное состояние. Численно сечение столкновения равно отношению числа  $dN_{\rm coll}(v)$  таких переходов за 1 с, приходящихся на один атом мишени, вызываемых частицами со скоростями в интервале (v, v + dv), к

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Ещё сечением столкновения или сечением рассеяния.

### 1.2. Элементарные процессы в плазме

плотности потока рассеиваемых частиц:

$$\sigma = \sigma(v) = \frac{dN_{\text{coll}}(v)}{j_{\text{A}}(v)dv}.$$
(1.2.2)

Величина  $dN_{\rm coll}(v)$  — число переходов в единицу времени — имеет размерность обратной секунды (с<sup>-1</sup>). Поэтому сечение столкновения характеризуется размерностью площади и измеряется в квадратных сантиметрах. Обычно сечение столкновения сильно зависит от взаимной скорости v (энергии  $E = mv^2/2$ ) рассеиваемых частиц и его рассматривают в системе центра масс сталкивающихся частиц.

### Скорости процессов столкновения

Если массы частиц сильно различаются, различают относительно медленно движущийся атом-мишень и сталкивающуюся с ним быструю частицу. К таким случаям относятся реакции столкновения атомов и ионов с фотонами и электронами. При равенстве температур тепловые скорости электронов значительно превышают скорости ионов и атомов. Так, средняя тепловая скорость электрона примерно в 43 раза больше скорости протона и ещё больше средней тепловой скорости атомов других химических элементов. Следовательно, можно рассматривать атомы как неподвижные мишени. В этом случае величина v становится не относительной, а абсолютной скоростью электронов.

Число процессов рассеяния в единичном объёме в единицу времени  $dN_{\rm coll}(v)$ , в результате которого происходит переход атома мишени X в состояние Y\* определяется зависимостью сечения рассеяния от скорости рассеиваемых частиц (электронов) и от функции f(v) распределения электронов по скоростям. Число электронов в единице объёма, имеющих скорости в интервале (v, v+dv) равна  $n_{\rm e}f(v)dv$ , где  $n_{\rm e}$  — концентрация электронов, а f(v) — нормированная на единицу функция распределения электронов по скоростям.

Для вычисления  $dN_{\rm coll}(v)$  рассмотрим число переходов  $X \to Y^*$  при столкновениях с электронами, проходящими через единичную площадку, перпендикулярную их скорости. За единицу времени через единичную площадку пройдут  $n_{\rm e}f(v)vdv$  электронов. Число столкновений с атомом мишени, приходящихся на один атом (ион) мишени X, равно

$$dN_{\text{coll}}(v) = n_{\text{e}}\sigma(v) f(v)v \, dv$$

Тогда полное число столкновений X → Y<sup>\*</sup> в единичном объёме равно

$$dN_{\text{coll}}^{\text{tot}}(v) = n_{\text{e}} n(\mathbf{X}) \sigma(v) f(v) v dv$$

Скорость процесса столкновения  $R_{X\to Y^*}(v)$  частицами со скоростями в интервале (v, v + dv) равна числу актов столкновения в единичном объ-

ёме в единицу времени, приходящихся на один атом мишени и одну рассеиваемую частицу. Из вышеприведенных соотношений легко получить, что

$$R_{\mathbf{X}\to\mathbf{Y}^*}(v)dv = \sigma(v)f(v)vdv.$$

Полная скорость столкновения равна

$$R_{\mathbf{X}\to\mathbf{Y}^*} = \int_{v_{\min}}^{\infty} R_{\mathbf{X}\to\mathbf{Y}^*}(v) dv = \int_{v_{\min}}^{\infty} \sigma(v) f(v) v dv \,. \tag{1.2.3}$$

Здесь  $v_{\min}$  — минимальная скорость электрона, при которой ещё возможен рассматриваемый переход. Величина  $R_{X \to Y^*}(v)$  имеет размерность  $[cm^3c^{-1}]$ .

При максвелловском распределении скоростей электронов скорость процесса определяется их температурой  $T_{\rm e}$ :

$$R_{\mathbf{X}\to\mathbf{Y}^*} = R_{\mathbf{X}\to\mathbf{Y}^*}(T_{\mathbf{e}})$$

Число столкновений с атомами мишени X, приходящихся на один электрон, имеющий скорость v, за одну секунду в единичном объёме, равно  $N_{\text{coll}}^{(1)}(v) = \sigma(v)vn(X)$ . За это время частица проходит расстояние  $L^{(1)} = v$ . Отношение

$$\lambda_v = \frac{L^{(1)}}{N_{\text{coll}}^{(1)}(v)} = \frac{1}{\sigma(v)n(\mathbf{X})} \,,$$

равно отношению расстояния, пройденного частицей, к числу столкновений, которые она претерпевает. То есть  $\lambda_v$  — это среднее расстояние, проходимое частицей между столкновениями. Эта величина традиционно называется *длиной свободного пробега*.

Длина свободного пробега тем меньше, чем больше сечение рассеяния и больше концентрация плазмы. В плотных атмосферах звёзд длина свободного пробега частиц исчисляется сантиметрами, а в разреженных газовых туманностях и межзвёздной среде может достигать астрономических единиц.

# 1.3 Поле излучения

Основные сведения о небесных объектах мы получаем из анализа их излучения в различных спектральных диапазонах. Опишем основные характеристики поля излучения, следуя, главным образом, книгам [139, 149].

Поле излучения представляет собой совокупность электромагнитных волн разной частоты и амплитуды в рассматриваемом объеме пространства. Элементами поля излучения являются фотоны — элементарные частицы с нулевой массой покоя и собственным моментом количества движения (спином) s = 1. Спин фотона, как и спин любых других элементарных частиц, измеряется в единицах постоянной Планка  $\hbar = h/2\pi$  (см. приложение A).

Фотон может находиться только в двух спиновых состояниях с проекцией спина на направление движения (часто называемое *спиральностью*) равной ±1. Этому свойству в классической электродинамике соответствует поперечность электромагнитной волны. Различают отрицательную или *левую* спиральность — спин направлен против направления движения фотона, положительную или *правую* спиральность — спин направлен по движению. Этому свойству в классической электродинамике соответствует круговая правая и левая поляризации электромагнитной волны.

В вакууме энергия E и импульс  $\overrightarrow{p}^2$  зависят только от его частоты  $\nu$  или длины волны  $\lambda = c/\nu$ :

$$E = h\nu = \hbar\omega, \qquad \overrightarrow{p} = \hbar\overrightarrow{k} = \frac{h\nu}{c}\overrightarrow{n}.$$

Здесь  $\omega = 2\pi\nu -$ угловая частота,  $\vec{k} = (h\nu/c)\vec{n}$  — волновой вектор фотона,  $\vec{n}$  — единичный вектор по направлению распространения фотона.

Фотоны являются бозонами и подчиняются статистике Бозе–Эйнштейна. В одном состоянии (характеризуемом определенными значениями частоты и спиральности фотона) может быть произвольное число фотонов.

## 1.3.1 Характеристики поля излучения

При описании спектров небесных тел фотоны трактуются квазиклассически, то есть каждому фотону сопоставляется импульс  $\overrightarrow{p}$  и координаты  $\overrightarrow{r}$ . Считается, что на каждое состояние фотона приходится объем  $h^3/2$  фазового пространства ( $\overrightarrow{r}$ ,  $\overrightarrow{p}$ ). Число 2 в знаменателе соответствует двум состояниям поляризации фотона (двум возможным значениям спиральности).

Поле излучения может быть полностью описано с помощью функции распределения фотонов в фазовом пространстве  $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$  в момент времени t. Интеграл по пространству импульсов фотонов от функции распределения

$$\int f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{p}, t) d^3 p = n_{\rm ph}(\overrightarrow{r}, t), \qquad (1.3.1)$$

где  $n_{\rm ph}(\vec{r},t)$  — концентрация фотонов (число фотонов в единичном объеме). Величина  $n_{\rm ph}dV$ , где dV — элементарный объем равна числу фотонов в этом объеме и является безразмерной, поэтому размерность ве-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>начиная с этого места векторные величины будем отмечать с помощью стрелки над ее обозначением, соответствующие величины без стрелок будут обозначать длины векторов

личины  $[n_{ph}] = cm^{-3}$ . Из соотношения (1.3.1) легко установить, что размерность функции распределения  $[f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{p}, t)] = cm^{-6} \cdot r^{-3} \cdot c^3$ .

Интеграл

$$\int h\nu f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{p}, t)d^3p = \rho(\overrightarrow{r}, t) -$$
(1.3.2)

плотность излучения (точнее, плотность энергии излучения) в элементарном объеме.

В качестве основной характеристики поля излучения в теории переноса излучения принимается спектральная интенсивность излучения, определяемая следующим образом. Пусть  $d\sigma$  — элементарная площадка, находящаяся в точке с координатами  $\vec{r}$ , а dE — энергия излучения, протекающая через площадку  $d\sigma$  в телесном угле  $d\omega$  в направлении  $\vec{\omega}$  за время dt и в интервале частот  $\nu, \nu + d\nu$ . Величину dE можно представить в виде произведения:

$$dE = I_{\nu}(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{\omega}, t) d\sigma d\omega d\nu dt. \qquad (1.3.3)$$

Коэффициент пропорциональности  $I_{\nu}(\vec{r}, \vec{\omega}, t)$ , входящий в эту формулы, и называется интенсивностью излучения. Интенсивность излучения связана с функцией распределения фотонов  $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$  следующим соотношением [139]:

$$I_{\nu} = I_{\nu}(\overrightarrow{r}, t) = I_{\nu}(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{\omega}, t) = \frac{h^4 \nu^3}{c^2} f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{p}, t).$$
(1.3.4)

Из соотношения (1.3.3) следует, что размерность интенсивности излучения  $[I_{\nu}] = \operatorname{spr/cm}^2 = \Gamma \cdot c^{-3}$  в согласии с соотношением (1.3.4).

### Поток излучения и плотность энергии излучения

Интенсивность излучения описывает поле излучения наиболее полно. Однако в астрофизической плазме эта величина не может быть измерена непосредственно. Наряду с интенсивностью используются и другие величины: поток излучения  $H_{\nu}$  и плотность излучения  $\rho_{\nu}$ , определенная соотношением (1.3.2). Поток излучения представляет собой энергию излучения, проходящую через единичную площадку в единичном интервале частот за единицу времени и может быть выражен через интенсивность излучения следующим образом:

$$H_{\nu} = \int h\nu f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{\omega}) c d^{3}p = \int I_{\nu} f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{\omega}) c d\omega d\nu.$$
(1.3.5)

Здесь  $\overrightarrow{r}$  — единичный вектор нормали к площадке,  $(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{\omega})$  —- скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{r}$  и  $\overrightarrow{\omega}$ . Поток излучения  $H_{\nu}$ , зависящий от частоты называется спектральным потоком, а интеграл от него по всем частотам  $H = \int H_{\nu} d\nu$  — интегральным потоком излучения.

## 1.3. Поле излучения

Спектральная  $\rho_{\nu}$  и интегральная  $\rho$  плотности излучения может быть выражена через интеграл от интенсивности излучения по всем телесным углам  $d\omega$  при использовании соотношений (1.3.2) и (1.3.4):

$$\rho_{\nu} = \frac{1}{c} \int I_{\nu} d\omega , \qquad \rho = \int \rho_{\nu} d\nu . \qquad (1.3.6)$$

**Частные случаи поля излучения.** Если интенсивность  $I_{\nu}(\vec{r},t)$  не зависит от времени, то поле излучение называется *стационарным*. В случае, если интенсивность излучения не зависит от направления ( $I_{\nu}(\vec{\omega},t) = I_{\nu}(t)$ ), то говорят об *изотропном поле излучения*. Для однородного поля излучения интенсивность не зависит от координат.

Спектры астрофизических объектов. При проведении наблюдений астрофизических объектов измеряется не интенсивность излучения, а поток излучения  $F_{\nu}^{obs}$  — наблюдаемое количество энергии излучения на частоте  $\nu$ , проходящей через единичную площадку в месте расположения принимаемый регистрирующей аппаратуры. Перед использованием измеренных величин потока излучения в спектре изучаемого объекта необходимо учесть поправки за счет неодинаковой чувствительности принимающей аппаратуры в разных областях спектра и за поглощение излучения по пути от источника излучения до приемника излучения.

Предположим, что такие поправки уже сделаны, а величина  $F_{\nu}$  — наблюдаемый поток излучения, уже исправленный за указанные эффекты. В предположении, что источник излучения находится на расстоянии d, а его излучение изотропно, поток излучения  $F_{\nu}$  равен

$$F_{\nu} = \frac{E_{\nu}}{4\pi d^2}, \qquad (1.3.7)$$

Где  $E_{\nu}$  — полная энергия излучения на частоте  $\nu$ , приходящая от наблюдаемого объекта. Таким образом, при известном расстоянии до объекта можно определить величину  $E_{\nu}$ . При неизотропии распределении излучения от источника (например, для излучения нейтронных звезд) для оценки величины  $E_{\nu}$  требуется знание зависимости  $E_{\nu}(\vec{\omega})$ . При неизвестном или плохо известном значении расстояния d можно определить только отношения энергий, излучаемых на разных частотах (распределение энергии в спектре или просто спектр изучаемого объекта). На Рис. 1.3 для иллюстрации представлен спектр туманности NGC 7027 согласно работе [94].

Области спектра с малыми изменениями потока излучения с частотой соответствуют излучения источника в непрерывном спектре. Те участки спектра, в которых поток излучения быстро меняется, соответствуют излучению или поглощению в частотах спектральных линий атомов,



Рис. 1.3. Спектр туманности NGC 7027 в области  $\lambda\lambda$  5332 – 5339 Å по [94].

ионов, молекул или молекулярных ионов. В настоящей книге рассматривается только излучение плазмы достаточно высокой температуры T > 8000 K, поэтому достаточно проанализировать излучение только в линиях атомов и атомных ионов. По отношению к уровню непрерывного спектра различают эмиссионные линии, для которых поток в линиях выше уровня непрерывного спектра, и линии поглощения, лежащие ниже уровня непрерывного спектра.

# 1.4 Мера эмиссии плазмы

Излучение плазмы связано с образованием атомов или ионов в возбужденных состояниях. Интенсивность излучения пропорциональна скорости соответствующего элементарного процесса, приводящего к образованию атома в возбужденном состоянии, концентрации атомов (ионов) и концентрации сталкивающихся с атомами частиц. Таким образом энергия, излучаемая единичным объёмом плазмы в единичном телесном угле (коэффициент излучения  $\varepsilon_{\nu}$ ) в какой-либо линии или интервале частот дискретного спектра ( $\nu - \nu + d\nu$ ), квадратично зависят от электронной концентрации (или полной концентрации среды).

В случае однородной плазмы, температура T и концентрация атомов n в которой одинаковы во всем ее объеме, энергию, излучаемую плазмой в линии  $k \to i$  в единичном телесном угле, можно представить в виде:

$$E_{ki} = 4\pi G_{ki}(T, n) EM$$
. (1.4.1)

Величина

$$EM = n^2 V, \ \left[ c M^{-3} \right],$$
 (1.4.2)

где V — объем излучающей плазмы, называется *мерой эмиссии* плазмы (см., например, [68]). Используя определение коэффициента излучения  $\varepsilon_{ki} = \varepsilon_{ki}(T, n)$  (формула 5.1.4), можно выразить функцию  $G_{ki}(T, n)$  через коэффициент излучения:

$$G_{ki}(T,n) = \frac{\varepsilon_{ki}(T,n)}{n^2}.$$
(1.4.3)

Таким образом функция  $G_{ki}(T,n)$  представляет собой коэффициент излучения в линии  $k \to i$ , рассчитанный на один атом. Стандартного названия этой величины нет, в ряде работ используется термин функция вклада (contribution function [68]). В дальнейшем функцию  $G_{ki}(T,n)$  будем называть излучательной способностью плазмы в линии  $k \to i$ .

Используются и другие определения меры эмиссии. В работе [171] мера эмиссии определена следующим образом:

$$EM^* = n_{\rm e}n_{\rm H}V, \qquad (1.4.4)$$

где  $n_{\rm H}$  — концентрация атомов водорода, а согласно, например, [41]

$$EM^{**} = n_{\rm e}^2 V \,. \tag{1.4.5}$$

В астрофизических объектах водород и гелий составляют свыше 99% по числу атомов, поэтому различные определения меры эмиссии дают близкие величины. Легко получить, что

$$EM^* = A_{\rm H} EM$$
,  $EM^{**} = \mu_{\rm e}^2 EM$ . (1.4.6)

Здесь  $\mu_{\rm e} = n_{\rm e}/n$  – отношение электронной концентрации к полной концентрации атомов в плазме,  $A_{\rm H} = n_{\rm H}/n$  – относительное содержание атомов водорода в плазме. При солнечном содержании элементов [53] и полной ионизации водорода и гелия  $\mu_{\rm e} \approx 1.2$ ,  $A_{\rm H} \approx 0.9$ .

Изменение определения меры эмиссии влечет за собой и изменение в выражениях для излучательной способности плазмы в линии  $G_{ki}(T,n)$ :

$$G_{ki}^{*}(T,n) = \frac{G_{ki}(T,n)}{A_{\rm H}}, \qquad G_{ki}^{**}(T,n) = \frac{G_{ki}(T,n)}{\mu_{\rm e}^2}.$$
 (1.4.7)

Аналогично излучению в линии, энергия  $E_{\nu}d\nu$ , излучаемая объемом плазмы V в непрерывном спектре в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$  может быть представлена как

$$E_{\nu}d\nu = G_{\nu}(T,n) \cdot EM \cdot d\nu, \qquad (1.4.8)$$

где  $G_{\nu}(T,n)$  — излучательная способность плазмы в частоте  $\nu$  непрерывного спектра. Для функции  $G_{\nu}(T,n)$  и коэффициента излучения плазмы в частоте  $\nu$  в непрерывном спектре  $\varepsilon_{\nu}$  справедливо такое же соотношение (1.4.3), как и для излучения плазмы в линии.

Если плазма неоднородна, т.е. её плотность и температура зависит от рассматриваемого объёма плазмы, следует учитывать зависимости коэффициентов излучения в непрерывном спектре или в линии от положения излучающего объёма:  $\varepsilon_{ki}(T) = \varepsilon_{ki}(T(\mathbf{r}))$  или  $\varepsilon_{ki}(T,n) = \varepsilon_{ki}(T(\mathbf{r}), n(\mathbf{r}))$ , где  $\mathbf{r}$  – радиус вектор рассматриваемой области плазмы. В этом случае от глобальной меры эмиссии плазмы *EM* следует перейти к *дифференциальной мере эмиссии*, зависящей от функции распределения температуры и плотности плазмы в излучающей среде.

## 1.4.1 Дифференциальная мера эмиссии плазмы

Распределение неоднородной плазмы по температуре во всем излучающем объеме V часто описывается в терминах *дифференциальной меры эмиссии* или меры эмиссии, дифференциальной по температуре [68]. Для определения дифференциальной меры эмиссии рассмотрим малый интервал температуры  $T^0 \leq T \leq T^0 + \Delta T$ . Введём величину  $\Delta(EM)(T^0)$ :

$$\Delta(EM)(T^0) = \int_{V(\Delta T)} n^2 \, dV \,. \tag{1.4.9}$$

В формуле (1.4.9) интегрирование выполняется только по той части полного объёма плазмы V, температура в которой находится в интервале  $T^0 \leq T \leq T^0 + \Delta T$ . Дифференциальная мера эмиссии плазмы  $\zeta(T)$  определяется как предел

$$\zeta(T) = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta(EM)(T)}{\Delta T} \,, \ \left[ c M^{-3} K^{-1} \right] \,. \tag{1.4.10}$$

Произведение  $\zeta(T) dT$  равно доле полной меры эмиссии, соответствущей атомам и ионам с температурой в пределах от T до T + dT. При использовании соотношений (1.4.4) и (1.4.5) соответствующим образом изменяются и определения дифференциальной меры эмиссии  $\zeta(T)$ .

Поток излучения в линии  $k \to i$  от объекта, находящегося на расстоянии d от наблюдателя может быть выражен через дифференциальную меру эмиссии следующим образом:

$$F_{ki} = \frac{1}{4\pi d^2} \int_{T^{(1)}}^{T^{(2)}} G_{ki}(T,n) \,\zeta(T) dT \,.$$
(1.4.11)

Здесь  $T^{(1)}$  и  $T^{(2)}$  — пределы изменения температуры в рассматриваемом объеме плазмы. Аналогичным образом может быть выражен поток излучения в частотах непрерывного спектра неоднородной плазмы.

Излучательная способность плазмы в линии  $G_{ki}(T, n)$  зависит, главным образом, от температуры плазмы, зависимость же излучательной способности от плотности плазмы n значительно слабее. Тем не менее, для сильно неоднородной плазмы эта зависимость может быть существенной для линий, чувствительных к вариациям плотности плазмы.

Для такой плазмы следует перейти к распределению плазмы по температуре и концентрации атомов во всем излучающем объеме V, которое может описываться в терминах *двойной дифференциальной меры эмиссии*  $\xi(T, n)$  или меры эмиссии, дифференциальной по температуре и плотности [60, 68].

Двойная дифференциальная мера эмиссии плазмы  $\xi(T, n)$  определяет, какая доля атомов и ионов плазмы находится при температуре T и и имеет полную концентрации n.

Поток излучения в линии  $k \to i$  от объекта, находящегося на расстоянии d от наблюдателя, может быть выражен через двойную дифференциальную меру эмиссии следующим образом:

$$F_{ki} = \frac{1}{4\pi d^2} \int_{T^{(1)}}^{T^{(2)}} \int_{n^{(1)}}^{n^{(2)}} G_{ki}(T,n) \,\xi(T,n) \,dT dn \,, \tag{1.4.12}$$

где  $n^{(1)}$  и  $n^{(2)}$  — пределы концентрации плазмы в данном объёме.

# 1.5 Общая постановка задачи о диагностике плазмы

Сформулируем задачу диагностики плазмы. Пусть в результате наблюдений спектра анализируемого объекта получен ряд наблюдаемых потоков в линиях:  $F_{ij}^{obs}$ ,  $i = 1, ..., N, j = 1, ..., M_i$ , где N – число атомов и ионов, линии которых наблюдаются в спектре объекта, индекс j нумерует линии атома или иона с номером  $i, M_i$  - число линий этого атома или иона в спектре. Пусть также  $M_c$  — число измеренных потоков в частотах континуума  $F_c^{obs}(\lambda_k, \Delta\lambda_k), k = 1, ..., M_c$ , где индекс k нумерует интервалы длин волн ( $\lambda_k \leq \lambda \leq \lambda_k + \Delta\lambda_k$ ), в которых измеряется поток в континууме.

В дальнейшем обозначим для удобства полный набор измеренных потоков в линиях и (или) континууме через  $F_l$  где  $l = 1 \dots, \mathcal{M}$ , а  $\mathcal{M} = \sum_i M_i + M_c$  — полное число измеренных потоков в линиях и в континууме.

Под диагностикой плазмы понимается поиск такого множества параметров  $\{\mathcal{P}\}$ , описывающих плазму, которое дает *наилучшее* приближение к наблюдаемым потокам  $F_l^{obs}$ . Различные методы диагностики плазмы отличаются, во-первых, способом задания параметров плазмы и, во-вторых, тем, что в данном методе диагностики считается *наилучшим* приближением. Используя соотношение (1.4.12) можно свести задачу диагностики плазмы к решению системы интегральных уравнений для дифференциальной меры эмиссии плазмы  $\xi(T, n)$  и набора значений содержания элементов  $\{A_j\}$ :

$$F_l = F_l(T,n) = \frac{1}{4\pi d^2} \int_{T^1}^{T^2} \int_{n^1}^{n^2} G_l(T,n) \,\xi(T,n) \,dn \,dT = F_l^{\text{obs}} \,, \qquad (1.5.1)$$

где  $G_l(T,n)$  — излучательная способность плазмы в линии l или в соответствующем интервале частот континуума,  $F_l^{obs}$  — наблюдаемый поток в линии l в спектре диагностируемой плазмы,  $h\nu_l$  – энергия перехода, соответствующего данной линии (интервалу частот континуума).

Возможны два подхода к решению задачи диагностики плазмы. Первый — решение обратной задачи: определение дифференциальной меры эмиссии  $\xi(T, n)$  путем решения системы уравнений (1.5.1). Второй — решение прямой задачи: расчет теоретических потоков в линиях и континууме в зависимости от параметров плазмы и выбор *оптимальных* параметров, обеспечивающих наилучшее согласие наблюдаемых и рассчитанных потоков.

К сожалению, обратная задача является некорректной и даже при наличии достаточно большого числа достаточно точно измеренных потоков в линии невозможно восстановить реальную меру эмиссии только по этим потокам [60]. К тому же, измеренные потоки часто отягощены значительными ошибками, сильно зависящими от самого значения потока.

По этой причине для диагностики плазмы предпочтительнее использовать прямые методы, требующие принятия какой-либо модели распределения дифференциальной меры эмиссии.

# Глава 2

# Основные сведения об атомных спектрах

# 2.1 Атом водорода и водородоподобные ионы

В изложении материала настоящей главы мы будем следовать монографиям [145, 148], опуская несущественные для астрофизиков детали расчётов.

### Уровни энергии водородоподобных ионов

Простейшей атомной системой является атом водорода, состоящий из атомного ядра (в данном случае протона) с зарядом +e и массой  $M = m_{\rm p}$  и электрона с зарядом -e и массой  $m_{\rm e}$ . К подобному типу простейших атомных систем относятся водородоподобные ионы с ядром, имеющим заряд +Ze и массу  $M = M_Z \approx 2Zm_{\rm p}$ , и одним электроном. К таким ионам принадлежат ионизованный атом гелия He<sup>+</sup>, 11-кратный ион магния Mg<sup>11+</sup> и т.п.

Задача об относительном движении электрона и ядра водорода или водородоподобного иона сводится к задаче о движении частицы с эф-фективной (приведённой) массой

$$\mu = \frac{m_{\rm e}M}{m_{\rm e} + M} \tag{2.1.1}$$

в кулоновском поле ядра  $-Ze^2/r$ .

При движении в центрально-симметричном поле сохраняется момент количества движения частицы, поэтому среди стационарных состояний имеются такие, которые характеризуются также определенным значением квадрата момента количества движения и значением одной из компонент момента. В качестве этой компоненты обычно выбирается *z*компонента момента, т.е. рассматриваются стационарные состояния с определенными значениями энергии E, квадрата момента  $l^2$  и z-компоненты момента  $l_z$ .

В квантовой механике квадрат момента количества движения может принимать лишь дискретный ряд значений  $\hbar^2 l(l+1)$ , где  $\hbar = h/2\pi$ ; h — постоянная Планка,  $l = 0, 1, 2, \ldots, z$ -компонента момента может иметь значения  $\hbar m$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$  при дополнительном условии  $|m| \leq l$ . Размерность постоянной Планка  $[r \cdot cm^2/c]$  совпадает с размерностью момента количества движения l = m[r, v].

Значение  $E \ge 0$  соответствует ситуации, когда полная энергия системы атомное ядро плюс электрон положительна. Уравнение Шредингера для водородоподобных ионов при  $E \ge 0$  имеет конечные и непрерывные решения при любых значениях E и l, при этом состояния атома называются состояниями непрерывного спектра. При E < 0 решения уравнение Шредингера существуют лишь при некоторых дискретных отрицательных значениях

$$E = E_n = -\frac{1}{2} \frac{Z^2}{n^2} \frac{\mu e^4}{\hbar^2} = -\frac{Z^2 \text{Ry}}{n^2} \cdot \frac{1}{1 + m_e/M}, \qquad (2.1.2)$$

где *n* – целое число. Число *n* носит название главного квантового числа. Величина

$$Ry = \frac{m_e e^4}{2\hbar^2}$$

называется энергией в 1 Ридберг. Энергия  $2\text{Ry} = (m_e e^4)/\hbar^2 ~(\approx 27.07 \text{ sB})$ принята в качестве атомной единицы энергии.

При заданном значении *n* квантовое число *l* может принимать *n* различных значений: 0, 1, 2, ..., n - 1. Каждому значению *l* соответствует (2l + 1) состояний, отличающихся значениями квантового числа *m*, называемого магнитным квантовым числом. Число *m* определяет величину проекции *m* $\hbar$  орбитального момента *l* $\hbar$  на ось *z* и принимает значения m = -l, -(l - 1), ..., l - 1, l.

Энергия атома в состоянии, характеризуемом квантовыми числами nlm, определяется только главным квантовым числом n и не зависит от l и m. К уровню n относятся  $n^2$  различных состояний с одинаковыми энергиями, отличающихся квантовыми числами l и m. Таким образом, для частицы в кулоновском поле имеет место  $n^2$ -кратное вырождение уровня. Схема уровней энергии атома водорода, соответствующая формуле (2.1.3), изображена, например, на рис. 2.1 в книге Бычкова и Холтыгина [3].

Кроме орбитального момента, каждый электрон имеет собственный момент количества движения называемый *спином* электрона, имеющий квантовую природу и не связанный с движением электрона. Спин электрона *s* в единицах  $\hbar$  равен 1/2, поэтому возможны только два значения проекции спина электрона:  $m_s = 1/2$  и  $m_s = -1/2$ . В пренебрежении слабыми спин-орбитальными взаимодействиями (см. пункт. 2.1) энергия

#### 2.1. Атом водорода и водородоподобные ионы

атома водорода и водородоподобных ионов не зависит от величина проекции спина  $m_s$ . Таким образом, к уровню энергии n относится всего  $2n^2$  близких по энергии состояний, отличающихся значениями квантовых чисел l, m и  $m_s$ . Число атомных состояний, относящихся к тому или иному уровню энергии называется *статистическим весом уровня*. Статистический вес уровня n равен  $2n^2$ , уровня nl (с учетом двух возможных проекций спина электрона) — 2(2l + 1) и т.д.

В спектроскопии принято обозначать состояния, соответствующие значениям  $l = 0, 1, 2, 3, \ldots$  буквами латинского алфавита

$$s, p, d, f, g, h, i, k, \dots$$

Состояние с n = 1, l = 0 обозначается 1s, состояние (n = 2, l = 2) - 2p и т. д. Таким образом, к уровню n = 1 относится только состояние 1s, к уровню n = 2 — состояния 2s, 2p, к уровню n = 3 — состояния 3s, 3p, 3d и т.д.

Для ионизации атома водорода (отрыва электрона от ядра) необходимо сообщить атому энергию  $E_{\infty} - E_1 = \text{Ry}_{\text{H}} \approx \text{Ry}$ . Эта величина называется энергией ионизации, а если она измеряется в электронвольтах, то называется потенциалом ионизации и обозначается  $I_1$ . Потенциал ионизации водорода равен 13.5985 эВ. Используемые в атомной спектроскопии единицы, в том числе единицы энергии описаны в приложении А.3.

Уровень n=1 получил название *основного*. Уровень с n=2, ближайший к основному, называется *резонансным*, а переход с него на основной уровень называется *резонансным* переходом. Энергия, необходимая для возбуждения резонансного уровня, называется резонансным потенциалом и обозначается  $E_r$ . Для атома водорода

$$E_{\rm r} = E_2 - E_1 = \frac{3}{4} \text{Ry} \approx 10.20 \,\text{sB}.$$

В атомной спектроскопии вместо уровней энергии  $E_n$  часто используются величины  $\sigma_n = E_n/2\pi\hbar c$ , имеющие размерность см<sup>-1</sup>. О значениях  $\sigma$  в единицах см<sup>-1</sup> говорят как об энергиях уровней в обратных сантиметрах. Шкала величин  $\sigma_n$  для уровней энергии атома водорода приводится на рис. 2.1 в книге Бычкова и Холтыгина [3].

Внесистемная единица энергии 1 см<sup>-1</sup> численно равна разности энергий  $\Delta E$  между уровнями, переход между которыми приводит к излучению фотона с длиной волны  $\lambda$  в 1 см. Из хорошо известного соотношения  $\Delta E = h\nu = hc/\lambda$  видно, что 1 см<sup>-1</sup> =  $hc = 2\pi\hbar c$ . Используя это соотношение можно выразить энергии связанных состояний в кулоновском поле в см<sup>-1</sup>:

$$\sigma_n = E_n \ (\ \mathrm{cm}^{-1}) = -\frac{Z^2 R_M}{n^2} = -\frac{Z^2 R_\infty}{n^2} \cdot \frac{1}{1 + m_\mathrm{e}/M} \,. \tag{2.1.3}$$

В формуле (2.1.3) первый сомножитель  $Z^2 R_M/n^2$  — энергия уровня n водородоподобного иона в предположении бесконечно большой массы

ядра. Второй — поправка, учитывающая конечность массы ядра. Значение  $R_M$  называется постоянной Ридберга для атома с массой ядра M. Очевидно, что  $R_M = R_{\infty}/(1 + m_e/M)$ , где  $R_{\infty}$  — постоянная Ридберга для бесконечной массы ядра:

$$R_{\infty} = \frac{m_{\rm e}e^4}{4\pi\hbar^3 c} = 109737.311\,{\rm cm}^{-1}.$$

Формулы для перехода от энергий переходов, выраженных в см<sup>-1</sup>, к длинам волн и обратно дается соотношениями (A.3.1) и (A.3.3) приложения A.3.1. В Табл. А.3 приложения А для удобства читателей приведены переводные множители и для других единиц энергии, используемых в атомной спектроскопии.

### Тонкая структура уровней

В нерелятивистском приближении энергии всех подуровней *nl* одинаковы, однако учет зависимости массы электрона от скорости и дополнительного взаимодействием орбитального и собственного моментов количества движения электрона приводит к расщеплению уровней.

Собственный внутренний момент (спин) электрона s равен  $\pm 1/2$  (в единицах постоянной Планка  $\hbar$ ). Наличие у электрона собственного магнитного момента

$$\mu = -\frac{e\hbar}{m_{\rm e}c} s = -2\mu_0 s$$
, где  $\mu_0 = e\hbar/(2m_{\rm e}c)$  — магнетон Бора (2.1.4)

приводит к дополнительному взаимодействию между электроном и ядром. Оно имеет вид  $\mu H$ , где H — магнитное поле, возникающее в системе координат электрона при его движении в электростатическом поле ядра. Зависимость величины расщепления уровней от значений l и sможно выразить в аналитическом виде (см., например, [148]):

$$\Delta E_{nlj} = \alpha^2 \left(\frac{3}{4n} - \frac{1}{j+1/2}\right) \frac{Z^4}{n^3} \text{Ry} \,. \tag{2.1.5}$$

Здесь j = l + 1/2 и j = l - 1/2 – два возможных значения полного момента электрона j = l + s. Безразмерная константа  $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$  носит название постоянной тонкой структуры.

Таким образом, вследствие релятивистских эффектов уровень nl расщепляется на две компоненты, j = l + 1/2 и j = l - 1/2, в соответствии с двумя возможными ( $\pm 1/2$ ) проекциями спина электрона. Это расщепление носит название *тонкого* или *мультиплетного расщепления*.

Согласно (2.1.5) расстояние между уровням<br/>и $j^{\prime\prime}=l\!+\!1/2$  и  $j^{\prime\prime}=l\!-\!1/2$ равно

$$\delta E_{j'j''} = \frac{\alpha^2 Z^4}{n^3 l(l+1)} \operatorname{Ry}, \qquad (2.1.6)$$

а, расщепление уровней атома водорода

$$j = 1/2$$
 и  $j = 3/2$ 

при n=2, 3, 4 составляет соответственно 0.36, 0.12 и 0.044 см<sup>-1</sup>.

Совокупность линий, образованных переходами между компонентами тонкой структуры уровней nl и n'l' (переходы  $nlj \rightarrow n'l'j'$ ), называется мультиплетом. Правило отбора по квантовым числам j, определяющее, какие переходы с излучением фотона разрешены, а какие – нет, имеет вид

$$\Delta j = 0, \pm 1.$$
 (2.1.7)

С помощью этого правила легко найти характер тонкого расщепления линий водородного спектра. Например, мультиплет nd - n'p, состоит из трех компонент. Для переходов, ответственных за серию Лаймана, правилами отбора по j разрешены переходы

$$1s_{1/2} - np_{1/2}$$
 и  $1s_{1/2} - np_{3/2}$ . (2.1.8)

В случае бальмеровской серии разрешено 7 переходов. Схема разрешенных переходов для линий  $H_{\alpha}$  дана на рис. 2.2.



Рис. 2.1. Тонкая структура уровней n = 1, 2, 3 водородоподобных ионов.

Рис. 2.2. Схема переходов тонкой структуры линии H<sub>α</sub>.

Экспериментальные длины волн всех компонентов тонкой структуры линии  $H_{\alpha}$ , согласно данным каталога [162], даны в табл. 2.1. В таблице приведены длины волн в воздухе ( $\lambda_{air}$ ), вычисляемые по длинам волн в вакууме согласно соотношениям, приведенным в приложении А.3.1. Длины волн компонентов тонкой структуры  $2p_{3/2}-3d_{3/2}$  и  $2p_{3/2}-3d_{5/2}$  с точностью до 0.0001 Å совпадают.

Величина расщепления уровней тонкой структуры для водородоподобных ионов  $\Delta E \sim Z^4$ , поэтому компоненты тонкой структуры хорошо различимы в спектрах многозарядных ионов с большими значениями Z.

Переход	j - j'	$\lambda_{\mathrm{air}},\mathrm{\AA}$
2s - 3p	1/2 - $1/2$	6562.7720
	1/2 - $3/2$	6562.7526
2p - 3s	1/2 - $1/2$	6562.7520
	3/2 - $1/2$	6562.9099
2p - 3d	1/2 - $3/2$	6562.7101
	3/2 - $3/2$	6562.8520
	3/2 - $5/2$	6562.8520

Таблица 2.1. Длины вол<br/>н компонентов тонкой структуры линии  ${\rm H}_{\alpha}$ 

# 2.2 Спектры неводородоподобных атомов и ионов

Основы систематики спектров многоэлектронных атомов и ионов, необходимые для понимания содержания следующих глав настоящей книги будут изложены согласно, главным образом, монографиям [142, 147, 148, 153, 152].

### Приближение центрального поля

Для атомов или ионов с более чем одним электроном уравнение Шредингера не может быть решено аналитически. По этой причине систематика спектров многоэлектронных атомов основывается на какой-либо приближенной модели описания атома.

Для описания атомных спектров удобно использовать предположение, что каждый электрон движется в эффективном центрально-симметрическом поле, создаваемом ядром и всеми остальными электронами. Это приближение, получившее название приближения *центрального поля*, широко используется для расчета параметров атомов.

Для более точного описания спектров требуется учет нецентральной части электростатического взаимодействия электронов, а также магнитных взаимодействий, в первую очередь спин-орбитального взаимодействия. В теории атомных спектров эти взаимодействия обычно рассматриваются в рамках теории возмущений, как малые поправки к центрально-симметричному полю.

В приближении центрального поля волновая функция  $\Psi$  системы *N* невзаимодействующих электронов  $n_i l_i$ , где i = 1...N, может быть построена из одноэлектронных волновых функций  $\Psi_{nlm}(\mathbf{r})$ , где nlm – совокупность квантовых чисел электрона.

Чётность атомных состояний Волновые функции  $\Psi_{nlm}(\mathbf{r})$ , соответствующие различным значениям момента частицы l и его проекции m, по-разному ведут себя при преобразовании инверсии координат  $\mathbf{r} \to -\mathbf{r}$ .

### 2.2. Спектры неводородоподобных атомов и ионов

Функции  $\Psi_{nlm}$ , соответствующие состояниям с четными значениями l, не меняются. Такие состояния, а также функции называются *чётны-ми*. Для нечетных l функции  $\Psi_{nlm}$  при преобразовании инверсии меняют знак. В этом случае состояние *нечетно*. Четность состояния целиком определяется значением l и не зависит от m. Таким образом, четность волновой функции стационарного состояния в центрально-симметрическом поле не меняется с течением времени. Это означает, что каждое состояние частицы в таком поле характеризуется определенной четностью  $\pi$  (+1 для четных состояний и -1 -для нечетных).

Волновая функция  $\Psi$  системы n невзаимодействующих частиц в центрально-симметрическом поле, может быть записана в виде сумм произведений одноэлектронных функций  $\Psi_{nlm}$ . Четность полной волновой функции атома  $\Psi$  определяется суммой моментов  $\sum_i l_i$ , где  $l_i$  – орбитальный момент электрона с номером i. Состояние системы частиц будет четно, если сумма моментов  $\sum_i l_i$  – четна, и нечетно для нечетных значений этой суммы.

## Состояния электрона в центральном поле. Электронные конфигурации

О распределении электронов в атоме по состояниям с различными значениями n и l говорят как об электронной конфигурации. Задание электронной конфигурации требует перечисления значений n и l для всех электронов атома. Если имеется несколько электронов с одинаковыми значениями n и l, то их обозначают  $(nl)^k$ , например  $(3p)^3$ ,  $(3d)^5$  и т.д. или просто  $3p^3$ ,  $3d^5$ .

У электрона, спин которого s = 1/2, состояния с одинаковыми значениями E, l, m могут отличаться еще значениями *z*-компоненты спина  $m_s$ . Полная характеристика состояния электрона осуществляется заданием четырех чисел  $n, l, m, m_s$ , причем энергия определяется лишь значениями n и l.

При заданном l число  $m_l$  может принимать 2l + 1 значений, а  $m_s$  принимает лишь два значения  $\pm 1/2$ . Таким образом, имеется 2(2l + 1) состояний с одинаковыми значениями n и l, но различными значениями  $m_l$  и  $m_s$ . Состояния электронов с одинаковыми значениями n и l называются эквивалентными. Обычно говорят об эквивалентных электронах, подразумевая под ними электроны, находящиеся в эквивалентных состояниях. Если хотя бы одно из значений n или l у электронов различаются, то электроны считаются *неэквивалентными*.

Совокупность 2(2l + 1) эквивалентных электронов называется замкнутой или заполненной оболочкой. К такой оболочке невозможно больше присоединить ни одного электрона с теми же значениями n и l.

В рентгеновской спектроскопии пользуются другим определением оболочек: *К*-оболочка (состояния 1s с n = 1), *L*-оболочка (состояния

2s, 2pсn=2), M-оболочка (состояния 3s, 3p, 3dсn=3). Оболочки <math display="inline">N, O и Pобозначают совокупности электронов сn=4,5 и 6 соответственно.

В приближении центрального поля энергия атома (иона) полностью определяется заданием его электронной конфигурации, т. е. заданием значений n, l всех электронов атома. Каждой электронной конфигурации  $n_1l_1, n_2l_2, n_3l_3, \ldots$ , соответствуют  $2(2l_1 + 1)2(2l_2 + 1)2(2l_3 + 1)\ldots$  состояний, отличающихся значениями квантовых чисел  $m, m_s$ , определяющими взаимную ориентацию орбитальных моментов и спинов электронов. Например, 6 электронов атома иона  $O^{2+}$  могут образовывать конфигурации  $1s^22s^22p^2$ , или  $1s^22s2p^3$ , или  $1s^22p^4$ .

Отнесение всех этих состояний к одному и тому же энергетическому уровню атома возможно до тех пор, пока мы пренебрегаем несферичностью потенциала атома и спин-орбитальным взаимодействием.

Учет той части электростатического взаимодействия между электронами, которая не учитывается в приближении центрального поля, а также спин-орбитального взаимодействия приводит к расщеплению уровней  $n_1l_1, n_2l_2, n_3l_3, \ldots$  на подуровни. Совместное рассмотрение обоих взаимодействий представляет собой крайне сложную вычислительную задачу. Поэтому обычно используется более простой подход, при котором одно из взаимодействий считается малым по сравнению с другим.

Экспериментальные данные показывают, что в целом ряде случаев электростатическое взаимодействие имеет гораздо большее значение, чем спин-орбитальное. Электростатическое взаимодействие приводит к расщеплению уровня, соответствующего данной электронной конфигурации, на целый ряд уровней, характеризуемых различными значениями полного орбитального момента электронов L и полного спина S. В этом случае говорят, что для уровней атома (иона) справедливо приближение Рессела–Саундерса или приближение R-S-связи. Употребляется также термин LS-связь или нормальная связь.

Зависимость энергии расщепления от L при справедливости LS-связи объясняется тем, что различным значениям L соответствует различная взаимная ориентация орбитальных моментов электронов и различная ориентация электронных орбит. В состояниях с различными значениями L электроны в среднем находятся на разных расстояниях друг от друга, что приводит к различию в энергии электростатического отталкивания. Зависимость энергии от S связана с принципом Паули и вытекающей из него антисимметричностью волновой функции атома, составленной из волновых функция отдельных электронов (см. § 17 в [148]).

Экспериментально было установлено, что для основных конфигураций и для конфигураций с эквивалентными электронами, электростатическое расщепление подчиняется так называемому правилу Гунда. Согласно этому правилу наименьшей энергией обладает уровень с наибольшим возможным для данной электронной конфигурации значением *S* и наибольшим (возможным при данном S) значении L.

## LS-связь. Термы и уровни

Совокупность уровней энергии, соответствующих определенным значениям L и S, называется спектральным термом, или просто *термом*. Термы со значением L = 0 обозначаются как S-термы, со значениями L = 1 - P-термы, L = 2 - D-термы. Значениям L = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 соответствуют F, G, H, I, K, L, M и N термы, соответственно.

**Тонкая структура термов** Как и для атома водорода, спин-орбитальное взаимодействие и релятивистские эффекты приводят к расщеплению терма LS на ряд компонентов, соответствующих различным значениям полного момента атома  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ . Это расщепление называется тонким или мультиплетным.

В соответствии с квантовомеханическим правилом сложения моментов полный момент атома J может принимать значения в интервале  $|L - S| \leq J \leq L + S$ . В случае  $L \geq S$  возможны 2S + 1 различных значений J, каждое из которых соответствует состояниям атома, отличающимся по энергии. Таким образом терм LS расщепляется на 2S + 1 различных компонентов. Число 2S + 1, определяющее при  $S \leq L$  число компонент терма, называется мультиплетностью терма.

Если  $L \leq S$ , то число компонентов терма с различными значениями полного момента J равно 2L + 1, однако и в этом случае число 2S + 1называется мультиплетностью. Термы с мультиплетностью 2S + 1 = 1называются синглетными, 2S + 1 = 2 — дублетными, 2S + 1 = 3 триплетными, 2S + 1 = 4 — квартетными и т.д.

Значение мультиплетности терма указывается слева вверху от символа терма. Таким образом, полное обозначение терма имеет вид  ${}^{2S+1}L$ . Например, терм с L = 2, S = 1/2 обозначается как  ${}^{2}D$ . В тех случаях, когда необходимо указывать чётность состояний, относящихся к данному терму, нечётные термы отмечаются индексом «о» (odd — нечётный), который ставится справа вверху от L. Например, нечетный терм  ${}^{3}D^{o}$ . Отсутствие индекса «о» в записи терма указывает на чётность терма. Иногда чётные термы отмечают индексом «е» (even — чётный), т. е. чётный терм  ${}^{4}P$  можно также обозначать  ${}^{4}P^{e}$ . К терму LS относятся g(LS) = (2L + 1)(2S + 1) состояний, отличающихся значениями zкомпонент орбитального и спинового моментов  $M_LM_S$ . Величина g(LS)называется статистическим весом терма (число уровней, относящихся к данному терму).

Состояния терма, отличающиеся полным моментом J, называются *уровнями*. Справа внизу обозначения уровня указывается значение числа J. Уровень с J=2 терма  ${}^{3}D^{o}$  обозначается как  ${}^{3}D_{2}^{o}$ . Энергия изолированного атома не зависит от того, каким образом ориентирован полный угловой момент атома. Поэтому g(J) = 2J + 1 состояний атома, соответствующие различным возможным значениям *z*-компоненты полного момента M, имеют одну и ту же энергию.

Таким образом, каждая J-компонента терма вырождена с кратностью g(J). Величина g(J) — статистический вес уровня. Очевидно, что

$$\sum_{J=|L-S|}^{L+S} g(J) = \sum_{J=|L-S|}^{L+S} (2J+1) = g(LS) = (2L+1)(2S+1). \quad (2.2.1)$$

Это означает, что учет спин-орбитального взаимодействия не меняет числа состояний, относящихся к терму *LS*.

Вырождение уровней по M снимается и каждая J-компонента уровня расщепляется на 2J + 1 составляющих при наложении магнитного (эффект Зеемана) или электрического (эффект Штарка) поля (см., например, [147, 148]). Расщепление атомов в магнитном поле рассмотрено в главе 9.

Мультиплетное расщепление подчиняется правилу интервалов Ланде. Согласно этому правилу расщепление уровней J, J - 1 пропорционально J:

$$\Delta E_J - \Delta E_{J-1} = \Delta E_{J,J-1} = A_{LS}J. \qquad (2.2.2)$$

Постоянная мультиплетного расщепления  $A_{LS}$  различна для разных термов. При  $A_{LS} > 0$  наименьшим значением энергии обладает компонента мультиплета с наименьшим возможным значением J = |L - S|. Такие мультиплеты называются *нормальными*. При  $A_{LS} < 0$  наименьшим значением энергии обладает компонента мультиплета с наибольшим возможным значением J = L + S. Такие мультиплеты называются *обращенными*.



Рис. 2.3. Тонкая структура уровней термов конфигурации  $2p^2$  при LS связи.

Эмпирически было установлено, что конфигурациям, содержащим n эквивалентных электронов при n < 2l + 1 (оболочки заполнены менее чем наполовину), соответствуют нормальные мультиплеты, а при n > 2l + 1 (оболочки заполнены более чем наполовину) – обращенные

мультиплеты. При n = 2(2l + 1) (для заполненных оболочек) мультиплетное расщепление отсутствует. Группировка уровней, типичная для нормальных мультиплетов приводится на Рис. 2.3.

Расстояние между термами LS одной конфигурации значительно меньше, чем между одинаковыми термами различных конфигураций. Каждый терм, за исключением синглетных термов и S-термов, имеет тонкую структуру, причем расстояние между компонентами этой структуры значительно меньше, чем расстояние между отдельными термами.

### Определение термов многоэлектронных конфигураций

Для конфигураций, состоящих из неэквивалентных электронов (см. пункт 2.2), все возможные термы легко получить на основании общего квантово-механического правила сложения моментов. При сложении моментов  $\mathbf{L}_1$  и  $\mathbf{L}_2$  абсолютная величина результирующего момента может принимать одно из значений

$$L = L_1 + L_2, L_1 + L_2 - 1, \dots, |L_1 - L_2|.$$
(2.2.3)

При сложении спинов

$$S = S_1 + S_2, S_1 + S_2 - 1, \dots, |S_1 - S_2|.$$
(2.2.4)

Процедура сложения моментов производится таким образом: сначала складываются орбитальные и спиновые моменты двух электронов, затем добавляются моменты третьего электрона, затем четвертого и т.д.

Для иллюстрации рассмотрим сложение моментов в конфигурации npn'p при  $n \neq n'$ . Используя правила (2.2.3, 2.2.4) получим: L = 0,1,2; S = 0,1. Данным значениям LS соответствуют термы <sup>1</sup>S, <sup>1</sup>P, <sup>1</sup>D, <sup>3</sup>S, <sup>3</sup>P и <sup>3</sup>D. На Рис. 2.4 (слева) представлена схема уровней термов конфигурации 2p3p иона C<sup>2+</sup>. Видно, что расщепление уровней триплетных термов <sup>3</sup>P и <sup>3</sup>D данной конфигурации много меньше расстояния между термами, поэтому можно сделать вывод, что LS-связь хорошо описывает уровни конфигурации 2p3p. На Рис. 2.4 (справа) показана часть уровней рассматриваемой конфигурации в увеличенном масштабе, что позволяет наглядно видеть малость расщепления уровней тонкой структуры терма <sup>3</sup>P.

Рассмотрим сложение моментов в конфигурации

$$2s2p3p \equiv n_1 l_1 n_2 l_2 n_3 l_3.$$

Будем исходить из термов конфигурации  $2s2p \equiv n_1l_1 n_2l_2$ . Складывая моменты  $l_1 = 0, l_2 = 0$  и  $s_1 = s_2 = 1/2$ , получим два терма:  $L_1 = 1, S_1 = 0$  (терм  ${}^1P^o$ ) и  $L_1 = 1, S_1 = 1$  (терм  ${}^3P^o$ ). Дальнейший результат сложения моментов зависит от того, к какому из двух наборов моментов  $L_1$  и  $S_1$  добавляются моменты третьего электрона. Добавление 3p-электрона к



Рис. 2.4. Слева: уровни конфигурации 2p3pиона С<sup>2+</sup> по [164]; справа: то же, что на левом рисунке, но для области энергий 327000-333400 см<sup>-1</sup>.

терму  ${}^{1}P^{\circ}$  дает термы  ${}^{2}S, {}^{2}P, {}^{2}D$ , а добавление этого электрона к терму  ${}^{3}P^{\circ}$  даёт термы  ${}^{2,4}S, {}^{2,4}P$  и  ${}^{2,4}D$ .

Таким образом, мы видим, что в конфигурации 2s2p3p существует 2 терма  ${}^{2}S$ , 2 терма  ${}^{2}P$  и дватерма  ${}^{2}D$ . Для того, чтобы различить термы с одинаковыми значениями LS, они записываются в рамках так называемой *генеалогической схемы*, т.е. указываются промежуточные моменты  $L_1$  и  $S_1$ . В рамках генеалогической схемы одинаковые по LS термы будут обозначаться  $2s2p({}^{3}P^{\circ})3p^{2}S$  и  $2s2p({}^{1}P^{\circ})3p^{2}S$ ,  $2s2p({}^{3}P^{\circ})3p^{2}P$  и  $2s2p({}^{1}P^{\circ})3p^{2}P$ , а также  $2s2p({}^{3}P^{\circ})3p^{2}D$  и  $2s2p({}^{1}P^{\circ})3p^{2}D$ .

Для иллюстрации важности учета генеалогии термов приведем на Рис. 2.5 схему уровней термов  $2s2p(^{3}P^{\circ})^{2}P_{1/2,3/2}$  и  $2s2p(^{1}P^{\circ})^{2}P_{1/2,3/2}$ иона N<sup>2+</sup>, отличающихся только генеалогией.

**Термы и уровни оболочек эквивалентных электронов** Для конфигураций с эквивалентными электронами методика, описанная в предыдущем пункте, напрямую неприменима, так как среди значений *L* и *S*, полученных по общему правилу сложения моментов, могут оказаться состояния, запрещенные принципом Паули.

Так, например, для конфигурации  $np^3$  возможны лишь три терма,  ${}^{2}D$ ,  ${}^{2}P$ ,  ${}^{4}S$ , тогда как для конфигурации из трех неэквивалентных *p*-электронов возможен 21 терм. Термы конфигураций эквивалентных элект-



Рис. 2.5. Уровни конфигурации  $2s2p(^{1,3}P^o)3p^2P$  иона N<sup>2+</sup>.

ронов  $s^n$ ,  $p^n$  и  $d^n$  приводятся в табл. 2.2.

		· F · · T	0 I	1 .
Конфи-				Полный статисти-
гурация	Tej	рмы		ческий вес $g(l^n)$
s	$^{2}S$			2
$s^2$	$^{1}S$			1
$p p^5$	$^{2}P^{o}$			6
$p^2$ $p^4$	$^{1}SD$	$^{3}P$		15
$p^3$	$^{2}PD^{o}$	${}^{4}S^{o}$		20
$d d^9$	$^{2}D$			10
$d^2$ $d^8$	$^{1}SDG$	$^{3}PF$		45
$d^3$ $d^7$	$^{2}PD_{(2)}FGH$	$^{4}PF$		120
$d^4$ $d^6$	${}^{1}S_{(2)}D_{(2)}FG_{(2)}I$	${}^{3}P_{(4)}DF_{(2)}GH$	$^{5}D$	210
$d^5$	$^{2}SPD_{(3)}F_{(2)}G_{(2)}HI$	4PDFG $6S$		252

Таблица 2.2. Термы конфигураций  $l^n$ 

Нижний индекс (в круглых скобках) у значения L указывает число различных термов данной конфигурации с одинаковыми значениями L и S. Для различения таких термов конфигураций  $l^n$  необходимы дополнительные квантовые числа. В отличие от конфигураций неэквивалентных электронов для этой цели нельзя использовать моменты L', S' конфигурации  $l^{n-1}$ , так как термы конфигурации  $l^n$  невозможно связать с определенными термами конфигурации  $l^{n-1}$ .

По этой причине для различения термов конфигураций  $l^n$  используется классификация, предложенная Рака (G.Rakah) [148]. Для этого используется так называемое число старшинства v (seniority number), указывающее, что классифицируемый терм LS впервые появляется в конфигурации  $l^v$  в том смысле, что он не может быть получен из какого-

то терма конфигурации  $l^{v-2}$  добавлением замкнутой пары электронов  $l^2$  с L = 0, S = 0, которую будем в дальнейшем обозначать  $l^2[00]$ . Говорят, что терм vSL конфигурации  $l^n$  с определенным значением числа старшинства v порождается термом vSL конфигурации  $l^{n-2}$ . Значение v традиционно указывается впереди внизу от обозначения терма, то есть терм vSL обозначается  ${}^{2S+1}vL$ .

В качестве иллюстрации рассмотрим термы конфигурации  $d^n$ , для различения которых требуется использовать число старшинства. При n = 1 возможен только один терм <sup>2</sup>D. Этому терму в соответствии с общим правилом приписывается число v = 1, а терм обозначается  ${}^2_1D$ .

При n = 2 в конфигурации  $d^2$  появляются термы  ${}^{1}S, {}^{1}D, {}^{1}G, {}^{3}P, {}^{3}F.$ Терм  ${}^{1}S$  может быть получен добавлением пары  $l^{2}[00]$  к конфигурации  $l^{0}$ , поэтому терму  ${}^{1}S$  приписывается значение v = 0. Остальные термы конфигурации  $d^{2}$  появляются впервые и им приписывается значение v=2, т. е они обозначаются  ${}^{1}_{2}S, {}^{2}D, {}^{2}G, {}^{3}P, {}^{3}F.$ 

При n = 3 впервые в конфигурации  $d^n$  появляются одинаковые термы  ${}^{2}D$ . Один из них получается добавлением пары  $l^{2}[00]$  к терму  ${}^{2}_{1}D$  конфигурации d, то есть это тоже терм  ${}^{2}_{1}D$ . Второй терм  ${}^{2}D$  встречается впервые в конфигурации  $d^{3}$ , поэтому ему присваивается значение v = 3 и он обозначается  ${}^{2}_{3}D$ . В спектроскопической литературе используются и старые обозначения: термы  ${}^{2}_{1}D$  и  ${}^{2}_{3}D$  обозначаются  ${}^{2}_{a}D$  и  ${}^{2}_{b}D$  соответственно. Аналогичным вышеописанному образом можно классифицировать и термы конфигураций  $d^{4}$  и  $d^{5}$ .

В последнем столбце таблицы 2.2 указывается полное число состояний, относящихся к данной конфигурации (статистический вес конфигурации).

Если электронная конфигурация содержит и эквивалентные и неэквивалентные электроны, то необходимо сначала найти возможные термы для эквивалентных электронов, а затем, по правилу сложения моментов, добавить к оболочке эквивалентных электронов, как к целому, остальные электроны данной конфигурации.

Рассмотрим, например, конфигурацию  $p^2d$ . Для конфигурации  $p^2$  согласно табл. 2.2 возможны термы  ${}^{1}SD$ ,  ${}^{3}P$ . Комбинируя их со значениями l = 2, s = 1/2 электрона d, получим: из терма  ${}^{1}S$  терм  ${}^{2}D$ , из терма  ${}^{1}D$  термы  ${}^{2}SPDFG$ , терма  ${}^{3}P$  — термы  ${}^{2}PDF$ ,  ${}^{4}PDF$ . Таким образом, конфигурации  $p^2d$  соответствуют 12 термов, из них 2 терма  ${}^{2}P$ , 3 терма  ${}^{2}D$ , 2 терма  ${}^{2}F$  и термы  ${}^{2}SG$ ,  ${}^{4}PDF$ .

У заполненных оболочек полный орбитальный момент L = 0 и полный спин S = 0, то заполненные оболочки не влияют на состояния электронных конфигураций атома и при определении возможных термов и уровней какой-либо электронной конфигурации заполненные оболочки можно не учитывать.

# Глава 3

# Элементарные процессы в плазме

# 3.1 Фотопроцессы

Фотопроцессами называются элементарные процессы, в которых происходит поглощение или излучение квантов электромагнитного излучения (фотонов)  $h\nu$ . Частота фотона  $\nu = \omega/2\pi$  определяет его энергию  $E = h\nu = \hbar\omega$ , где  $h = 2\pi\hbar$  – постоянная Планка. Длина волны излучения фотонов с энергией  $h\nu$  определяется из соотношения  $\lambda = c/\nu$ , где c скорость света. В данной главе мы будем рассматривать фотопроцессы, связанные с переходами между уровнями дискретного или непрерывного спектра атома или иона.

### Радиационные переходы между дискретными уровнями

Возможны три типа радиационных переходов между дискретными уровнями атома или иона: спонтанные переходы, вынужденное излучение и вынужденное поглощение. Атом, находящийся в возбужденном состоянии может спонтанно (самопроизвольно) перейти в состояние с меньшей энергией.

При спонтанном переходе атома из состояния u в состояние l (см. Рис. 3.1) излучается фотон с энергией

$$h\nu_{lu} = E_u - E_l$$
, (3.1.1)

где  $E_u$  и  $E_l$  — энергии начального и конечного состояний атома соответственно. Если в излучающей плазме уже



Рис. 3.1. Радиационные переходы между дискретными уровнями атома. Сплошной линией показаны спонтанные переходы, пунктиром вынужденные.

имеется излучение частоты  $\nu_{lu}$ , то мо-

жет произойти обратный переход  $l \to u$ , при котором фотон поглощается, а также переход  $u \to l$  с излучением фотона. Радиационные переходы  $l \to u$  под действием внешнего поля излучения называются вынужденным поглощением, а переходы  $u \to l$  — вынужденным излучением.

Скорости радиационных переходов указанных типов традиционно выражаются через так называемые эйнштейновскими коэффициентами переходов  $A_{ul}$ ,  $B_{ul}$  и  $B_{lu}$ , определяемые таким образом, что в единичном объеме среды с концентрацией  $n_k$  атомов в состоянии k за единицу времени происходит

 $\begin{cases} n_u A_{ul} & \text{спонтанных переходов} & u \to l, \\ n_u B_{ul} \overline{J_{lu}} & \text{вынужденных излучательных переходов} & u \to l, \\ n_l B_{lu} \overline{J_{lu}} & \text{вынужденных поглощений фотона в линии} & l \to u, \\ \end{cases}$  (3.1.2)

где  $\overline{J_{lu}}$  – средняя интенсивность излучения в линии  $u \to l$  [149, 132]. Размерность величины  $A_{ul}$  равна с<sup>-1</sup>, то есть она является *скоростью* процесса излучения фотона <sup>1</sup> Произведение  $A_{lu}\Delta t$ , где  $\Delta t$  — малый промежуток времени, является вероятностью того, что атом, находящийся в состоянии u, излучит фотон с частотой  $\nu_{lu}$  за время  $\Delta t$ .

## Дипольное и мультипольное излучение

Излучение атома определяется изменением его электрических или магнитных мультипольных моментов — дипольного, квадрупольного, октупольного и т. д. Каждый фотон поля излучения также обладает определённым моментом  $\varkappa$ , проекцией момента  $m_{\varkappa}$  и чётностью  $\pi$  относительно операции инверсии  $\mathbf{r} \to -\mathbf{r}$ . Принято следующее соглашение. Если при переходе  $u \to l$  излучается фотон с моментом  $\varkappa$  относительно атома (в единицах  $\hbar$ ), где  $\varkappa = 1, 2, 3, ...,$  и чётностью  $\pi = (-1)^{\varkappa}$ , то говорят об электрическом (э) излучении мультипольности  $\varkappa (E_{\varkappa}$ -излучении), а при чётности  $\pi = (-1)^{k+1}$  – магнитном (м) излучении мультипольности  $\varkappa (M_{\varkappa}$ -излучении).

Вероятности  $M_{\varkappa}$  и  $E_{\varkappa} + 1$  излучения по порядку величины в  $10^4 - 10^6$  раз меньше, чем вероятности  $E_{\varkappa}$  излучения, поэтому наибольшую вероятность имеют электрические дипольные (E1) переходы, если они разрешены правилами отбора (см. ниже). В большинстве практически важных случаев дипольное ( $\varkappa = 1$ ) излучение (точнее электрическое дипольное излучение) дает основной вклад в свечение астрофизических объектов. Однако, в ряде случаев дипольное излучение запрещено *правилами* 

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Отметим, что часто величины  $A_{ul}$  называют вероятностями переходов (Transition Probability), В дальнейшем мы, следую традиции, сохраним за указанными величинами термин вероятности излучения (перехода), не забывая, однако, что это размерные величины
## 3.1. Фотопроцессы

*отбора* (см. пункт 3.1). При этом становится важным квадрупольное, магнитодипольное, магнитоквадрупольное и т.д. излучение.

Согласно [148] вероятность спонтанного перехода  $\gamma J \rightarrow \gamma' J'$  между уровнями тонкой структуры  $\gamma J$  и  $\gamma' J'$  атома, сопровождающегося излучением электрического мультипольного  $E_{\varkappa}$  излучения, определяется следующим выражением:

$$A_{\varkappa}^{\rm E}(\gamma J - \gamma' J') = \frac{2(2\varkappa + 1)(\varkappa + 1)}{[(2\varkappa + 1)!!]^2 \varkappa} \frac{k^{2\varkappa + 1}}{\hbar} \frac{1}{2J + 1} S_{\varkappa}(\gamma J, \gamma' J'). \quad (3.1.3)$$

Здесь  $\gamma$  и  $\gamma'$  — совокупности квантовых чисел, описывающих уровни, между которыми происходит переход,  $\varkappa$  — мультипольность перехода.

Величина  $S_{\varkappa}(\gamma J, \gamma' J')$  называется *силой линии* электрического мультипольного перехода порядка  $\varkappa$ . Силы линии могут быть рассчитаны по формулам приведенным в книгах [129, 137, 145, 147, 148, 153].

Перейдем к излучению магнитных мультиполей. Для атомной спектроскопии основной интерес представляет магнитное дипольное излучение  $\varkappa = 1$ , так как интенсивность излучения высших магнитных мультиполей быстро убывает с ростом  $\varkappa$ .

Вероятность магнитного дипольного  $M_1$  перехода  $\gamma J \rightarrow \gamma' J'$  между уровнями тонкой структуры  $\gamma J$  и  $\gamma' J'$  атома определяется следующим выражением [147, 148]:

$$A_1^{\rm m}(\gamma J - \gamma' J') = \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3} \frac{1}{2J+1} S_1^{\rm m}(\gamma J, \gamma' J'), \qquad (3.1.4)$$

где  $\omega$  — угловая частота перехода, а величину  $S_1^m(\gamma J, \gamma' J')$  называют силой линии магнитного дипольного перехода. В *LS*-связи магнитные дипольные переходы возможны только между уровнями одного термас  $\gamma LS$ . Для перехода  $J \to J' = J - 1$ 

$$S_1^m(\gamma SLJ, \gamma SLJ') = \left(\frac{e\hbar}{2m_ec}\right)^2 \frac{(L+S+J+1)(L+S-J+1)(S+J-L)(J+L-S)}{4J}.$$
 (3.1.5)

Силы осцилляторов и времена жизни уровней Величина  $A_{ki}$  в сильной степени зависит от типа перехода. Для астрофизических условий наиболее важны электрические дипольные  $(E_1)$ , электрические квадрупольные  $(E_2)$  и магнитные дипольные  $(M_1)$  переходы. Вероятности<sup>2</sup> электрических дипольных переходов составляют  $\simeq 10^8 - 10^9 \text{ c}^{-1}$ . Вероятности электрических квадрупольных и магнитных дипольных переходов по порядку величины равны  $\simeq 10^1 - 10^2 \text{ c}^{-1}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>см. сноску на стр. 36

Подставляя в выражения (3.1.3) и (3.1.4) для вероятностей  $E_1, E_2$  и  $M_1$ -переходов численные значения атомных констант, получим:

$$g_l A_{li}^{E_1, M_1} = 2.67 \cdot 10^9 \,\Delta e^3 S_{li}, \quad g_l A_{li}^{E_2} = 1.78 \cdot 10^3 \,\Delta e^5 S_{li}, \quad (3.1.6)$$

где  $\Delta e = E_{li}/\text{Ry}$  — энергия перехода в ридбергах (Ry = 13.606 эВ),  $g_l$  — статистический вес уровня l.

Силы линий связаны с безразмерными силами осцилляторов  $f_{il}$ :

$$g_i f_{il}^{E_1, M_1} = \frac{1}{3} \Delta e S_{li}, \quad g_i f_{il}^{E_2} = 2.22 \cdot 10^{-7} \Delta e^3 S_{li}.$$
 (3.1.7)

Используя соотношения (3.1.6) и (3.1.7), можно установить связь между вероятностями переходов и соответствующими силами осцилляторов:

$$g_l A_{li}^{E_1, E_2, M_1} = 8.01 \cdot 10^9 \,\Delta e^2 \, g_i \, f_{il} \,. \tag{3.1.8}$$

Вероятность перехода  $A_{ki}$  определяет скорость перехода атомов из состояния  $n_k$  в состояние  $n_i$ . Полная вероятность всех радиационных переходов с уровня k равна  $A_k = \sum_{j < k} A_{kj}$  и определяет скорость уменьшения населенности уровня  $n_k$  в результате радиационных переходов. В условиях разреженной астрофизической плазмы радиационные переходы на нижележащие уровни являются основным способом опустошения уровней, тогда скорость опустошения уровней

$$\frac{dn_k}{dt} = -n_k A_k \,. \tag{3.1.9}$$

Решение этого уравнения  $n_k(t) = n_k(0)e^{-t/\tau_k}$  определяет зависимость населенности уровня k от времени. Величина

$$\tau_k = \frac{1}{A_k} = \frac{1}{\sum_{j < k} A_{kj}} - \tag{3.1.10}$$

называется *временем жизни уровня* k (точнее *радиационным* временем жизни, так как оно определяется скоростью радиационных переходов с уровня k). Для большинства атомных (ионных) уровней значение  $\tau_k$  очень мало и составляет  $10^{-8} - 10^{-10}$  с.

Однако для ряда атомов и ионов дипольные радиационные переходы с низколежащих уровней, принадлежащих основной конфигурации атома, запрещены правилами отбора. Все переходы с этих уровней на нижележащие являются запрещёнными, поэтому времена жизни этих уровней достигают  $10^{-2}-10^2$  с. Такие уровни называются *метастабильными*. В разреженной плазме населенности этих уровнях могут быть велики, поэтому запрещенные переходы с этих уровнях могут быть велики, поэтому запрещенные переходы с этих уровней имеют большую интенсивность и в значительной степени определяют свечение газовых туманностей, корон Солнца и звезд, межзвездной и межгалактической среды и других астрофизических объектов низкой плотности.

38

## 3.1. Фотопроцессы

## Мультиплеты и линии. Правила отбора

Силы линий электрических и магнитных мультипольных переходов отличны от нуля только при выполнении определенных условий, накладываемых на квантовые числа перехода и называемых *правилами отбора.* Эти правила могут быть получены из выражений для сил линий, приведенных в [145, 148]. Правила отбора определяются законами сохранения угловых моментов и чётности состояний при радиационных переходах.

Правила отбора для полного момента *J* атома для переходов между уровнями *J* – *J*<sup>'</sup> не зависят от типа связи:

$$|\Delta J| = |J' - J| = \varkappa, \varkappa - 1, \dots, 0; J + J' \geqslant \varkappa.$$
(3.1.11)

Для компонентов JM - J'M' справедливы правила отбора для проекции момента M:

$$|\Delta M| = |M' - M| = -\varkappa, -\varkappa + 1, \dots \varkappa.$$
 (3.1.12)

Эти правила отбора важны при анализе компонентов линии J - J', которая расщепляется во внешнем электрическом или магнитном поле.

Кроме правил отбора по моменту имеются правила отбора по чётности начального и конечного состояний перехода. Чётность операторов электрических и магнитных мультипольных моментов порядка  $\varkappa$  равна  $(-1)^{\varkappa}$  и  $-(-1)^{\varkappa}$  соответственно. Таким образом, при электрическом мультипольном переходе порядка  $\kappa$  (переход  $E_{\varkappa}$ ) чётность должна меняться на  $(-1)^{\varkappa}$ , а при магнитном переходе  $M_{\varkappa}$  — на  $-(-1)^{\varkappa}$ .

Это означает, что электрические дипольные переходы происходят между уровнями разной чётности, а электрические квадрупольные переходы — между уровнями одной чётности и т.д. Магнитные дипольные переходы могут происходить только между уровнями одной чётности.

Правила отбора по чётности и полному моменту (3.1.11) являются абсолютно строгими. При условии справедливости какого-либо типа связи (например *LS*-связи) выполняются дополнительные правила отбора.

Будем считать, что исходное и конечное атомные состояния могут быть описаны в LS-связи в одноконфигурационном приближении. Рассмотрим переходы  $\gamma nlLSJ \rightarrow \gamma' n'l'L'S'J'$ , где  $\gamma$  и  $\gamma'$  — дополнительные наборы квантовых чисел состояний nlLSJ и n'l'L'S'J' соответственно, описывающие состояния остальных электронов атома.

Для  $E_{\varkappa}$  переходов в LS-связи справедливы следующие правила отбора:

$$\Delta J = 0, \pm 1, \dots, \pm \varkappa, \ J + J' \ge \varkappa;$$
  
$$\Delta L = 0, \pm 1, \dots, \pm \varkappa; \ L + L' \ge \varkappa; \ \Delta S = 0; \ \gamma = \gamma'. \tag{3.1.13}$$

При этом изменяются квантовые числа только одного электрона, а состояния остальных электронов атома не меняются. Для  $E_1$  переходов  $\Delta l = \pm 1$  и для  $E_2$  переходов  $\Delta l = 0, \pm 2$ . Правила отбора для  $M_1$  переходов  $LSJ \rightarrow L'S'J'$  таковы:

$$\Delta J = 0, \pm 1; \ \Delta L = 0; \ \Delta S = 0; \ \Delta l = 0.$$
(3.1.14)

Магнитодипольные переходы происходят только между уровнями одного терма ( $\Delta L = 0, \Delta S = 0$ ).

Вследствие приближённости LS-связи и одноконфигурационного приближения возможны переходы с нарушениями этих правил, которые называются запрещёнными переходами. Классификация запрещённых переходов определяется тем, какие именно правила отбора нарушаются. Так например, переходы, в которых нарушается правило отбора  $\Delta S = 0$ , т. е. переходы между уровнями термов разной мультиплетности, называются интеркомбинационными. Примером интеркомбинационного перехода является переход иона  $C^{2+} (2s^2 {}^1S_0 - 2s2p {}^3P_1^o)$ . Линия этого перехода с длиной волны  $\lambda$  1908.734 наблюдается в спектрах планетарных туманностей, областей НІІ, оболочек новых звезд и других объектов.

В Табл. 3.1 представлена принятая в астрофизике классификация радиационных переходов, отличающаяся от используемой в атомной спектроскопии. В частности, все электрические квадрупольные  $E_2$  переходы считаются запрещёнными вне зависимости от того, соблюдаются или нет для них правила отбора. В первой колонке отмечен вид перехода: электрический (E) или магнитный (M). Во второй колонке обозначен тип перехода: r — разрешённый, f — запрещенный, i — интеркомбинационный, 2e — двухэлектронный. В колонке 3 указано, какие правила отбора нарушены для данного типа переходов. В последней колонке приведены типичные значения вероятностей переходов различных типов для линий переходов в видимой и ближней инфракрасной областях спектра элементов с небольшими значениями заряда ядра Z и их ионов.

гаолица 5.1. Классификация типов переходов						
Переход	Тип перехода	Нарушения правила отбора	$A_{ki}(\mathrm{s}^{-1})$			
$E_1$	r	нет	$10^7 - 10^9$			
$E_1$	i	$\Delta S \neq 0$	$10^2 - 10^4$			
$E_1$	2e	изменение главных квантовых	$10^6 - 10^8$			
		чисел двух или трех электронов				
$E_2$	f	нет	$1 - 10^2$			
$E_2$	f	$\Delta S \neq 0$	$10^{-4} - 1$			
$M_1$	f	нет	1 - 10			
$M_1$	f	переходы между	$10^{-4} - 1$			
		уровнями различных термов				

Toburno 21 Vaccomburno musco popular

Отметим, что разрешенные дипольные переходы наиболее важны в образовании спектров астрофизических объектов. Запрещенные переходы (в том числе квадрупольные и магнитодипольные переходы) су-

40

щественны, главным образом, для переходов с метастабильных уровней атомов и ионов, населенности которых (в условиях астрофизической плазмы низкой плотности), могут быть весьма велики.

# Радиационные переходы в атоме водорода и водородоподобных ионах

**Радиационные переходы водорода** Переход атома из возбужденного состояния с энергией  $E_k$  в состояние с энергией  $E_i < E_k$  сопровождается излучением фотона с энергией  $h\nu_{ik} = E_k - E_i$ . Обратный переход  $i \to k$  может произойти при поглощении фотона с энергией  $h\nu_{ik}$ .

водорода					
Серия	k	$\lambda_{k,k+1}$	предел серии		
Лаймана	1	$1215.67\mathrm{\AA}$	$911.8\mathrm{\AA}$		
Бальмера	2	$6562.79\mathrm{\AA}$	$3646.0\mathrm{\AA}$		
Пашена	3	$1.8751\mathrm{mkm}$	$8203.6\mathrm{\AA}$		
Брэкета	4	$4.0511{ m mkm}$	1.46мкм		
Пфундта	5	$7.4578\mathrm{mkm}$	2.28 мкм		

Таблица 3.2. Длины волн головных линий и пределы серий линий в спектре волорола

Радиационные переходы между состояниями nlm, n'l'm' возможны лишь в том случае, если квантовые числа l, m изменяются на величины

$$\Delta l = l' - l = \pm 1, \quad \Delta m = m' - m = 0, \pm 1. \tag{3.1.15}$$

На квантовые числа n и n' никаких ограничений не накладывается.

Соотношения (3.1.15) являются правилами отбора для дипольного излучения водорода и водородоподобных ионов и соответствуют общим правилам отбора для мультипольного излучения. Переходы, удовлетворяющие условиям (3.1.15), называются, как и в общем случае, разрешёнными переходами. Вероятности дипольных радиационных переходов для атома водорода и формулы для их расчета даны в приложении В книги [3]. Если условия (3.1.15) не выполняются, то дипольное излучение невозможно. В этом случае может оказаться возможным квадрупольное или магнитодипольное излучение. Вероятность таких переходов, однако, примерно в  $10^5$  раз меньше вероятности дипольных переходов.

Правила отбора (3.1.15) позволяют выяснить, с какими переходами связаны серии линий в спектре водорода, длины волн которых удовлетворяют соотношению:

$$\frac{1}{\lambda_{k,n}} = R_{\rm H} \left( 1/k^2 - 1/n^2 \right) \,. \tag{3.1.16}$$

Таблица	3.3	3.	Постоянная
Ридберга	для	во	дородоподоб

	ных ионов
R	значение в $cm^{-1}$
$R_{\infty}$	$109737.311 \pm 0.012$
$R_{\mathrm{H}}$	$109677.581 \pm 0.012$
$R_{\mathrm{D}}$	$109707.420 \pm 0.012$
$R_{\mathrm{He}^{3}}$	$109717.346 \pm 0.012$
$R_{\mathrm{He}^4}$	$109722.268 \pm 0.012$

Здесь  $R_{\rm H}$  – постоянная Ридберга для водорода, равная 109677.581 см<sup>-1</sup>. Значению k = 1 и  $n = 2, 3, 4, \ldots$  соответствуют линии серии Лаймана, k = 2 и  $n = 3, 4, 5, \ldots$  – серии Бальмера и т.д. К коротковолновой границе серии  $(n \to \infty)$  примыкает непрерывный спектр, связанный с переходами из состояний непрерывного спектра (E > 0) в состояния дискретного спектра.

Длины волн головных членов серий  $\lambda_{k,k+1} = 911.763 k^2 (k+1)^2 / (2k+1)$ . Характеристики основных серий линий водорода приведены в табл. 3.2. Отметим, что для линий с длиной волны  $\lambda > 2000$  Å используются длины волн в воздухе, которые примерно на 0.03% меньше длины волны в вакууме (см. § А.3.1).

Для линий спектра водорода приняты специальные обозначения. Линии серии Лаймана в порядке убывания длин волн обозначаются  $L_{\alpha}$ ,  $L_{\beta}$ ,  $L_{\gamma}$  и т. д.; линии серии Бальмера —  $H_{\alpha}$ ,  $H_{\beta}$ ; линии серии Пашена  $P_{\alpha}$ ,  $P_{\beta}$  и т. д.

**Переходы водородоподобных ионов** Системы уровней одноэлектронных ионов He<sup>+</sup>, Li<sup>++</sup> и т.п. подобны той, которая имеет место для водорода. Такие ионы называются водородоподобными. Постоянная Ридберга

$$R_M = R_\infty \left( \mu/m_{\rm e} \right) = R_\infty / (1 + m_{\rm e}/M)$$

зависит от приведённой массы  $\mu = m_{\rm e} M/(m_{\rm e} + M)$  и, следовательно, от массы ядра M. Здесь  $R_{\infty}$  – постоянная Ридберга для бесконечной массы ядра, приведенная в табл. 3.3.

Поскольку  $m_{\rm e} \ll M$ , отличие величины R для двух разных масс невелико. Так, для спектров H и He<sup>+</sup> отношение  $R_{\rm H}/R_{\rm He} = 0.999593$ , что хорошо согласуется с экспериментом. В табл. 3.3 приводятся экспериментальные значения постоянной Ридберга для водорода, дейтерия, изотопов He<sup>3</sup> и He<sup>4</sup> иона гелия.

В соответствии с принятой в спектроскопии системой обозначений спектры нейтральных атомов обозначаются римской цифрой I, следующей за символом химического элемента, спектры однократных ионов — цифрой II, двукратных — цифрой III и т.д. т. е., например, резонансная линия водородоподобного иона O<sup>7+</sup> обозначается OVIII λ 18.969 Å.

## Фотоионизация и фоторекомбинация

Процесс поглощения атомом (ионом) фотона, при котором энергия фотона передается одному из атомных электронов и происходит его отрыв от атома, называется *фотоионизацией*:

$$X_k + h\nu \to X^+ + e. \tag{3.1.17}$$

## 3.1. Фотопроцессы

В результате фотоионизации образуется ион X<sup>+</sup> и свободный электрон e. Фотоионизация происходит только в случае, если энергия фотона больше значения  $I_k$  – потенциала ионизации с уровня k. Это означает, что существует *пороговая* частота ионизации  $\nu_0$ , такая, что фотоионизация может быть произведена только фотоном с энергией

$$h\nu \geqslant I_k = h\nu_0.$$

Обратный к фотоионизации процесс

$$X^+ + e \to X_k + h\nu, \qquad (3.1.18)$$

при котором атом (ион) захватывает свободный электрон на дискретный уровень k и происходит излучение фотона  $h\nu$  в непрерывном спектре с энергией  $h\nu = E + I_k$ , где  $E = mv^2/2$  — энергия свободного электрона, v — его скорость, называется фоторекомбинацией.

Определение скоростей фотоионизации и фоторекомбинации требует знания сечений фотоионизации. Число актов фотоионизации в единичном объеме 1 см<sup>3</sup> в единицу времени определяется сечением процесса  $\sigma^{\text{phi}}(E) = \sigma_{\rm X}^{\rm phi}(E)$ , где X — ионизуемый атом (ион), E — энергия оторванного фотоэлектрона. В одноконфигурационном приближении фотоионизацию можно рассматривать как переход атома из состояния дискретного спектра  $\gamma n l \Gamma$  в состояние непрерывного спектра  $\gamma E l' \Gamma'$ . Здесь  $\gamma$  — совокупность квантовых чисел атомного остатка: E — энергия фотоэлектрона;  $\Gamma$  — совокупность квантовых чисел, описывающих состояние атома с оптическим электроном nl,  $\Gamma'$  — состояние непрерывного спектра.

Скорости фотоионизации Процесс фотоионизации определяет ионизационное состояние астрофизической плазмы. В случае оптически толстой для ионизующего излучения среды интенсивность ионизующего излучения в частотах выше первого порога ионизации уменьшается, поэтому следует учитывать фотоионизации с возбужденных уровней.

Скорости фотоионизации определяются сечениями фотоионизации  $\sigma(\nu)$ , интенсивностью ионизующего излучения и распределением электронов по скоростям. Введём обозначение  $B_{ic}$  для скорости фотоионизации атома из состояния *i* в состояние «*c*» непрерывного спектра. Величина

$$B_{ic} = \int_{\nu_i^0}^{\infty} \sigma_i^{\text{phi}}(\nu) \cdot \frac{4\pi J_{\nu}}{h\nu} \, d\nu \,, \qquad (3.1.19)$$

где  $\bar{J}_{\nu}$  —средняя интенсивность ионизующего излучения в частоте  $\nu$ .

Для оптически толстой среды интенсивность ионизующего излучения  $\bar{J}_{\nu}$  определяется решением уравнений переноса излучения в частотах континуума. Различают *прямое* излучение, приходящее непосредственно от источников ионизующего излучения и *диффузное излучение*, кванты которого испытали хотя бы одно рассеяние в среде (см, например,[139]).

В простейшем случае точечного источника в неизлучающей в частотах излучения континуума среде (например, в случае звезды, ионизующей окружающее ее вещество планетарной туманности или области HII) Средняя интенсивность прямого излучения в рассматриваемой точке среды

$$\overline{J}_{\nu} = W \, \overline{J}_{\nu}^* \, e^{-\tau_{\nu}} \,, \tag{3.1.20}$$

где W — коэффициент дилюции излучения [149],  $\bar{J}_{\nu}^{*}$  — средняя интенсивность выходящего излучения на поверхности звезды, а  $\tau_{\nu}$  — оптическое расстояние в частоте  $\nu$  между источником ионизующего излучения и ионизуемым атомом (ионом).

Скорости спонтанной и вынужденной фоторекомбинации Обозначим через  $\alpha_i$  скорость спонтанной фоторекомбинации на уровень i. Скорость фоторекомбинации на уровень i равна

$$\alpha_i(T_e) = \int_0^\infty \sigma_i^{\text{phr}}(v) \, v \, f(v) dv \,. \tag{3.1.21}$$

Функцию распределения электронов по скоростям f(v) будем считать максвелловской, характеризуемой электронной температурой  $T_{\rm e}$ .

Для получения скорости вынужденной фоторекомбинации подынтегральное выражение в формуле (3.1.21) необходимо умножить на число заполнения фотонных состояний

$$N_{\nu} = \frac{c}{2h\nu^3} \bar{J}_{\nu} = (e^{h\,\nu/k_{\rm B}\,T_*} - 1)^{-1},$$

тогда скорость вынужденной фоторекомбинации

$$B_{ci} = \int_0^\infty \sigma_i^{\rm phr}(v) \, v \, f(v) \, N_\nu \, dv.$$
 (3.1.22)

Результаты расчтеов скорости рекомбинации водородоподобных ионов, а также величины *p* — долт рекомьбигаций на перый уровень даны в [3].

Скорости фоторекомбинации неводородоподобных ионов с зарядом ядра Z и зарядом атомного остатка  $Z_{\text{ост}}$  могут быть аппроксимированы следующей зависимостью [115]:

$$\alpha_{Z,Z_{\text{OCT}}}(T_{\text{e}}) = A_{\text{rad}} \left(\frac{T_{\text{e}}}{10^4}\right)^{-X_{\text{rad}}}, \qquad \left[\text{ cm}^3 \text{ c}^{-1}\right].$$
 (3.1.23)

Параметры  $A_{\rm rad}$ ,  $X_{\rm rad}$  для всех элементов, существенных для расчета спектров газовых туманностей и звезд ранних спектральных классов, содержатся в каталоге [158].

## 3.1. Фотопроцессы

#### Излучение плазмы в непрерывном спектре

Свободный электрон с энергией E > 0, находящийся в кулоновском поле иона X<sup>+</sup>, может перейти в состояние с положительной энергией E' > 0. Если E > E', то такой процесс называется излучением при свободно-свободных переходах:

$$X^+ + e \to X^+ + e' + h\nu$$
. (3.1.24)

При этом излучается фотон непрерывного спектра с энергией

$$h\nu = E - E'.$$

Если  $E < E^\prime,$ то процесс называют поглощением при свободно-свободных переходах

$$X^{+} + e + h\nu \to X^{+} + e'$$
 (3.1.25)

фотон передает энергию  $h\nu$  фотоэлектрону. При этом энергия свободного электрона увеличивается.

Основной вклад в излучение в непрерывном спектре дают свободносвободное (тормозное) излучение, излучение при рекомбинациях (свободно-связанное излучение) и двухфотонное излучение.

При нормальном химическом составе вклад теплового тормозного излучения электронов в поле ионов металлов в функцию потери энергии не превышает 15%. Для теплового тормозного излучения имеет место следующее приближённое выражение [54]:

$$P_{\rm ff}(T_{\rm e}) = C_{\rm ff} \, n_{\rm e} T_{\rm e}^{-1/2} \sum_{X,z} n({\rm X}^{z+}) \, z^2 \int_{0}^{\infty} e^{-\beta} \, \overline{g}_{ff}(z,\nu,T_{\rm e}) d\nu \,, \qquad (3.1.26)$$

где  $\beta = h\nu/k_{\rm B}T_{\rm e}$ , а суммирование выполняется по всем элементам X и всем стадиям их ионизации  $z \ge 1$ , а

$$C_{\rm ff} = 4\pi \frac{16}{3} \left(\frac{\pi}{6}\right)^{1/2} \frac{e^6}{c^3 m_{\rm e}^{1/2} k_{\rm B}^{1/2}} \approx 6.841 \cdot 10^{-38} \quad \left[\text{эрг см}^3 \,\text{K}^{1/2}\right] \,. \tag{3.1.27}$$

В предельном случае высокотемпературной плазмы усредненный гаунтовский множитель  $\overline{g}_{ff}(z,\nu,T_{e})$  можно представить в виде:

$$\overline{g}_{ff}(z,\nu,T_{\rm e}) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} e^{\beta/2} K_0\left(\frac{\beta}{2}\right), \qquad \beta = \frac{h\nu}{k_{\rm B}T_{\rm e}} \tag{3.1.28}$$

где  $K_0(x)$  – функция Бесселя второго рода. Интегрирование в уравнении (3.1.26) дает:

$$P_{\rm ff}(T) = \overline{C}_{\rm ff} T^{1/2} n_{\rm e} \sum_{X,j} n(X^{z+}) z^2 , \qquad (3.1.29)$$

где

$$\overline{C}_{\rm ff} = C_{\rm ff} \int_0^\infty e^{-\beta} \ \overline{g}_{ff}(z,\nu,T_{\rm e}) d\nu.$$

Аналитические формулы расчета коэффициентов излучения в непрерывном спектре для рекомбинационного и свободно-свободного излучения даны в работе [65].

**Двухфотонное излучение** Важным источником излучения в непрерывном спектре является двухфотонное излучение. Согласно [149, 32] коэффициент излучения при двухфотонных переходах с метастабильного уровня 2s водорода:

$$\varepsilon_{\nu}^{2q} d\nu = (4\pi)^{-1} n_{2s} A(y) y dy, \qquad (3.1.30)$$

где  $n_{2s}$  – населенность уровня 2s,  $y = \nu/\nu_{12}$  – безразмерная частота излучения,  $\nu_{12}$  – частота перехода  $2s \rightarrow 1s$ . Функция A(y) отлична от нуля только при  $y \in [0, 1]$ . В работе [85] дана ее удобная аналитическая аппроксимация, обеспечивающая точность не менее 0.6%:

$$A(y) = C \left[ y(1-y) \cdot (1-(4y(1-y))^{\alpha} + \alpha(y(1-y))^{\beta} \cdot (4y(1-y))^{\gamma} \right], \quad (3.1.31)$$

Параметры  $\alpha = 0.88, \beta = 1.53, \gamma = 0.8$  и  $C = 202.0 \,\mathrm{c}^{-1}$ .

Формула (3.1.30) может быть использована и для водородоподобных ионов с зарядом ядра Z. В этом случае величина  $\nu_{12}$  заменяется на  $\nu_{12}^Z = \nu_{12}/Z^2$ , а величина C в формуле (3.1.31) на  $C^Z = 202 \times R_Z/R_{\rm H}$ , где  $R_Z$  — постоянная Ридберга для водородоподобного иона с зарядом ядра Z,  $R_{\rm H}$ — постоянная Ридберга для водорода (см. Табл. 3.3). Полная вероятность двухфотонного перехода 2s - 1s составляет

$$A_{2q}^{Z} = \frac{1}{2} \int_{0}^{1} A^{Z}(y) dy = 8.2249 Z^{6} \frac{R_{Z}}{R_{\rm H}} \,{\rm c}^{-1} \,.$$
(3.1.32)

Интенсивность двухфотонного излучения пропорциональна величине  $n_{2s}$ . Для оценки населенности  $n_{2s}$  уровня 2s можно использовать соотношения, приведенные в [32, 149].

## 3.2 Столкновения атомов и ионов с электронами

При неупругих столкновениях атома с электроном происходит обмен энергией в системе атом плюс электрон. Наиболее важным является процесс возбуждения атома электронным ударом:

$$\mathbf{X}_i^{n+} + e \to \mathbf{X}_k^{n+} + e \quad (E_k > E_i).$$

46

При этом электрон передает часть своей энергии атому или иону  $X^{n+}$ , который переходит из состояния *i* (основного или возбужденного) в возбужденное состояние *k*. Процесс возбуждения электронным ударом происходит только для электронов с энергиями большими энергии перехода  $\Delta E_{ki} = E_k - E_i$ .

При столкновении электрона с атомом (ионом) в возбужденном состоянии  $X_k$  возможна передача энергии атома электрону. В результате потери энергии атом переходит на энергетически более низкий уровень *i*:

$$\mathbf{X}_k^{n+} + e \to \mathbf{X}_i^{n+} + e \,.$$

Если энергия электрона превышает ионизационный потенциал атома, то результатом столкновении атома с электрона может быть отрыв связанного атомного электрона. Такой процесс называется *ионизацией электронным ударом*:

$$X_k^{n+} + e \to X^{(n+1)+} + e + e'.$$

Таким образом, в результате данного процесса появляются 2 электрона с положительной энергией: оторванный и налетающий, столкновение которого с атомом привело к отрыву атомного электрона.

Обратный процесс:

$$X^{(n+1)+} + e + e' \to X_k^{n+} + e$$
.

называется тройной рекомбинацией. При этом электрон, сталкивающийся с атомом, захватывается в одно из связанных состояний, а избыток энергии передается другому электрону. Таким образом, в процессе тройной рекомбинации участвуют три частицы: атом и два электрона. Это означает, что тройная рекомбинация эффективна только при высокой плотности плазмы  $n > 10^{14}$  см<sup>-3</sup> и редко имеет значение для астрофизических объектов.

Важное значение в перераспределении населённостей уровней могут играть столкновения атомов и ионов с протонами и атомами водорода.

$$\mathbf{X}_{i}^{n+} + \mathbf{p} \to \mathbf{X}_{k}^{n+} + \mathbf{p}$$
 или  $\mathbf{X}_{i}^{n+} + \mathbf{H} \to \mathbf{X}_{k}^{n+} + \mathbf{H}$ .

Возбуждение атомов и ионов электронным ударом является основным механизмом формирования излучения в линиях в спектрах большого числа астрофизических объектов: планетарных и диффузных туманностей, корон Солнца и звезд, межзвездной и межгалактической среды. Для расчета спектров этих объектов требуется знание сечений и скоростей возбуждения электронным ударом уровней атомов и ионов, как в низко (n = 2 - 3), так и в высоколежащие (n = 4 - 10) состояния в широком интервале электронных температур ( $10^4 - 10^8$  K).

## Рассеяние в центральном поле

Приближения Борна, Кулона-Борна и искажённых волн. Аппроксимации сечений Для расчета и анализа астрофизических спектров требуется получение большого числа сечений для различных атомов и ионов, в том числе, и многоэлектронных. Для массовых расчетов сечений целесообразно использовать относительно простые методы, дающие приемлемую для астрофизических приложений точность и применимые не только к простым, но и к сложным атомам и ионам. Одним из таких методов является приближение Борна, в котором предполагается, что энергия рассеиваемого атомом электрона много больше энергии атома. Во многих случаях приближение Борна позволяет достичь точности расчета сечений в среднем  $\pm 50\%$ [157].

Несмотря на простоту приближения Борна, получаемые с его помощью сечения возбуждения атомов электронным ударом удовлетворительно согласуются с экспериментальными сечениями.

Сечения возбуждения атомов электронным ударом, рассчитанные в приближении Борна, тем точнее, чем больше энергия возбуждающего атомный переход электрона. При меньших энергиях, близких к порогу возбуждения, ошибки в рассчитанных сечениях возрастают. Характерной особенностью приближения Борна является завышение теоретического сечения в области порога. Для уточнения расчета сечений в припороговой области вводятся различные уточнения приближения Борна (см. [157]).

При выводе формул борновского приближения не были учтены обменные эффекты. Вариант борновского приближения, в котором учтено обменное взаимодействие, носит названия приближения Борна-Оппенгеймера. Вместе с тем расчеты в данном приближении показали, что учет обмена в рамках борновского приближения приводит не к улучшению, а к существенному ухудшению результатов. Приближение Борна-Оппенгеймера дает сильно завышенные сечения. Однако существует модификация метода Борна-Оппенгеймера, предложенная Очкуром [12] (метод Очкура), позволяющая получить сечения возбуждения для интеркомбинационных переходов с изменением спина  $\Delta S = 1$  с той же точностью, что и метод Борна для разрешенных переходов без изменения спина.

**Метод Кулона-Борна** В методе Борна волновая функция частицы, сталкивающейся с возбуждаемой мишенью (атомом или ионом), заменяется плоской волной  $e^{i\mathbf{kr}}$ . При возбуждении атомов такое приближение оправдано, однако при рассмотрении столкновений с положительными ионами дает даже качественно неверные результаты. Метод Борна дает нулевое значение сечения в пороге возбуждения, тогда как сечения возбуждения электронами положительных ионов в пороге конечны.

При анализе столкновений электрона и других частиц с ионами при-

меняется модификация метода Борна, в которой вместо плоских волн  $e^{i\mathbf{kr}}$  в качестве волновых функций электрона, рассеиваемого ионом Z с числом электроном N < Z, рассматриваются решения уравнения Шредингера в поле атомного остатка  $-Z_{\text{ост}}e^2/r$ , где  $Z_{\text{ост}} = Z - N + 1$  — заряд атомного остатка. Такая модификация называется методом Кулона-Борна и позволяет получить значительно более точные сечения возбуждения. Результаты многочисленных расчетов в этом приближении представлены в монографиях [129, 157].

Приближение искажённых волн Более точным, чем методы Борна и Кулон-Борна, является метод искажённых волн (DW — Distorted Wave), учитывающий искажение волновых функций атомного остова взаимодействием с оптическим электроном и позволяющий получить необходимую точность расчета большинства из важных для анализа астрофизической плазмы характеристик столкновений атомов с электронами и другими частицами.

В методе искажённых волн учитывается также изменение волновых функций падающего и рассеянного электронов (падающей и искаженной волн) полем атома в начальном и конечном состояниях процесса рассеяния.

## Методы сильной связи и *R*-матрицы. Резонансы

Теоретические и экспериментальные исследования процесса столкновения атомов и ионов с электронами показали, что зависимость сечений рассеяния, возбуждения и ионизации атомов и ионов часто немонотонна, в сечениях присутствуют многочисленные резонансы и т. д. Наиболее адекватным методом расчета сечений возбуждения и ионизации, позволяющим определить положение и форму резонансов в сечениях, является метод *сильной связи* (сильной связи каналов рассеяния) [170, 147, 169]. О каждом из результатов процесса столкновения говорят как об отдельном *канале* реакции. Если данный канал рассеяния энергетически разрешен, то его называют *отрытым*, в противном случаен говорят о *закрытом* канале.

Метод сильной связи В методе сильной связи волновая функция системы атом (ион) Х плюс электрон представляется в виде комбинации волновой функции ионизуемого атома и волновых функций свободного электрона для различных каналов реакции. В качестве волновых функций атома используются волновые функции с учетом наложения конфигураций (см. §6 гл. 1 в [145]). Число учитываемых каналов определяет число уравнений сильной связи.

Вследствие крайней трудоёмкости решений этих уравнений обычно берется не слишком большое (от двух до пяти) число каналов. Поэтому достаточно точные результаты получаются при низких энергиях, когда число открытых каналов невелико. Точность расчета ограничена также невозможностью учесть бесконечное число закрытых каналов. Не включенные в разложение по каналам рассеяния закрытые каналы учитываются эффективно с использованием так называемых *псевдосостояний* [125].

В настоящее время разработаны высокоточные методы получения характеристик процесса рассеяния электронов на атомах и ионах, основанные на методе сильной связи. Это прежде всего методы *R*-матрицы [28] и сходящейся сильной связи (ССС) [51], использующие большие базисы волновых функций псевдосостояний.

## Результаты расчета сечений возбуждения. Силы столкновений

К настоящему времени выполнено большое число расчетов сечений и скоростей возбуждения атомов и ионов электронным ударом. Многие из этих расчетов цитируются в каталоге [163]. Сечения возбуждения  $\sigma_{ij}(E)$  перехода  $i \to j$  сложным зависят от энергии и немонотонны. Однако усредненные по энергии сечения возбуждения обычно ~ 1/E, где E — энергия возбуждающего переход электрона, поэтому произведение  $\sigma_{ij}(E)E$  — маломеняющаяся функция энергии.



Рис. 3.2. Схемы уровней основных конфигураций ионов O<sup>+</sup> и O<sup>2+</sup> по [156].

По этой причине обычно рассчитывается не только само сечение возбуждения, а также и связанное с ним безразмерное эффективное сечение

#### 3.2. Столкновения атомов и ионов с электронами

(обычно порядка единицы), часто называемое силой столкновения:

$$\Omega_{ij} = \Omega_{ij}(E) = \frac{g_i k^2 \sigma_{ij}(E)}{\pi} = \frac{g_i \sigma_{ij}(E)}{\pi a_0^2} (E/Ry), \qquad (3.2.1)$$

где  $g_i$  — статистический вес нижнего состояния  $i, k = p/\hbar$  – волновое число электрона,  $a_0$  — боровский радиус. Здесь E — энергия электрона в ридбергах, p — его импульс,  $\pi a_0^2$  — площадь первой боровской орбиты атома водорода. Сила столкновения симметрична относительно состояний i и j, то есть одинакова как для возбуждения, так и для дезактивации электронным ударом.



Рис. 3.3. Силы столкновений переходов между уровнями основной конфигурации иона O<sup>2+</sup> по [156].

Скорость возбуждения перехода  $i \to j$  (энергия  $E_i < E_j$ ) электронным ударом может быть выражена через усредненную по максвелловскому распределению скоростей электронов силу столкновений  $\langle \Omega_{ij} \rangle$ , обычно называемую эффективной силой столкновения. Для нее часто используется обозначение  $\Upsilon_{ij}$ :

$$\Upsilon_{ij} = \langle \Omega_{ij} \rangle = \int_0^\infty \Omega_{ij} \, \exp(-\beta_{ij} u) \, d(\beta_{ij} u) \,. \tag{3.2.2}$$

Здесь  $\beta_{ij} = E_{ij}/k_{\rm B}T_{\rm e}$ , а энергия рассеянного электрона E выражена в так называемых пороговых единицах  $u = E/E_{ij} - 1$ , где  $E_{ij} = E_j - E_j$  —

энергия возбуждения перехода. Тогда

$$q_{ij} = \frac{8.6287 \cdot 10^{-6}}{g_i T_{\rm e}^{1/2}} \,\Upsilon_{ij} \,\exp(-\beta_{ij})\,. \tag{3.2.3}$$



Рис. 3.4. Сравнение экспериментальных сечений перехода  $2p^{2} {}^{3}P_{0,1,2} - 2p^{2} {}^{1}P_{2}$ иона O<sup>2+</sup> [83] (жирные точки) с результатами расчетов методом сильной связи [20] (сплошная линия). Энергетическое разрешение теоретических сечений уменьшено до значения  $\Delta E = 0.1$  эВ, равного разбросу энергий электронов в возбуждающем переход пучке электронов. Заштрихованная область показывает теоретические значения сечений при ошибке  $\pm 5\%$  в сечениях. Показаны ошибки экспериментальных сечений на уровне  $1.7\sigma$ , где  $\sigma$  — стандартное отклонение. Вертикальная стрелка отмечает порог реакции.

Скорости столкновительного возбуждения  $i \to j$  и деактивации  $j \to i$  связаны следующим соотношением:

$$q_{ij} = \frac{g_j}{g_i} \exp(-\beta_{ij}) q_{ji}.$$
 (3.2.4)

Эффективные силы столкновений для возбуждения и деактивации совпадают, поэтому скорость деактивации электронным ударом (переход  $j \to i$ ) также выражается с помощью величины  $\Upsilon_{ij}$ :

$$q_{ji} = \frac{8.6287 \cdot 10^{-6}}{g_j T_{\rm e}^{1/2}} \,\Upsilon_{ij} \,. \tag{3.2.5}$$

В астрофизических приложениях атомной спектроскопии важнейшими параметрами являются сечения и скорости запрещенных переходов между метастабильными уровнями основных конфигураций ионов C, N, O, Ne, Ar, S, Fe и других элементов. На Рис. 3.2 приведены схемы уровней основных конфигураций ионов  $O^+$  и  $O^{2+}$ , на которых показаны важнейшие линии переходов между этими уровнями, наблюдаемые в спектрах газовых туманностей, областей НП, оболочек новых звезд и других объектов. Силы столкновений для переходов между уровнями иона  $O^{2+}$ , рассчитанные методом сильной связи, представлены на Рис. 3.3. Хорошо заметны резонансы в сечениях. Современные методы теории столкновений, основанные на методе сильной связи, позволяют достичь высокой точности расчета сечений возбуждения атомов и ионов, что иллюстрируется на Рис. 3.4.

# Приближенные формулы для сечений возбуждения электронным ударом

Для приближенных расчетов сечений и скоростей возбуждения атомов и ионов электронным ударом для разрешенных по спину ( $\Delta S = 0$ ) дипольных переходов оптического электрона  $nlLS \rightarrow nl'L'S$  с  $l' = l \pm 1^3$ часто используются приближенные формулы, полученные в работе [101]. В работе [157] оригинальные формулы van Regemorter [101] представлены в удобном виде:

$$\sigma_{nlLS \to nll'L'S}(E) = (\pi a_0^2) \frac{8\pi}{3} f(nlLS, nl'L'S) \left(\frac{\Delta E}{Ry}\right)^{-2} \frac{\gamma(u)}{u+1}.$$
 (3.2.6)

Здесь f(nlLS, nl'L'S) — сила осциллятора возбуждаемого перехода,  $\Delta E$ — разность энергий уровней возбуждаемого перехода, а  $u = E/\Delta E - 1$ — энергия электрона в пороговых единицах. Функция  $\gamma(u)$  рассчитана в [101] и дана в таблице 3.4. При больших значениях энергии электрона

$$\gamma(u) \to \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \ln(1+u), \qquad u \to \infty,$$

а формула (3.2.6) переходит в известную формулу Бете:

$$\sigma_{nlLS \to nll'L'S}(E) = 4(\pi a_0^2) f(nlLS, nl'L'S) \left(\frac{\Delta E}{Ry}\right)^{-2} \frac{\ln(u+1)}{u+1}.$$
 (3.2.7)

Согласно [3] можно записать силы столкновений перехода  $nlLS \rightarrow nl'L'S$  в приближении [101] в простом симметричном относительно перестановки верхнего и нижнего уровней перехода виде:

$$\Omega_{ll'} = \Omega_{ll'}^{VR} = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{\Delta E}{Ry}\right)^{-1} (gf)_{ll'} \gamma(u) \,. \tag{3.2.8}$$

Здесь  $(gf)_{ll'}(gf)_{l'l} = g(lLS)f(nlLS, nl'L'S)$ , где g(lLS) — статистический вес нижнего уровня перехода.

 $<sup>^{3}</sup>$ Для сокращения записи опущены квантовые числа атомного остатка  $\gamma L_{0}S_{0}$ 

	$\gamma(u)$			p(eta)	
$\sqrt{(u)}$	$\zeta = 1$	$\zeta > 1$	$\beta$	$\zeta = 1$	$\zeta > 1$
0.0	0.000	0.200	0.01	1.160	1.160
0.2	0.015	0.200	0.02	0.956	0.977
0.4	0.034	0.200	0.04	0.758	0.788
0.6	0.057	0.200	0.1	0.493	0.554
0.8	0.084	0.200	0.2	0.331	0.403
1.0	0.124	0.200	0.4	0.209	0.290
2.0	0.328	0.328	1.0	0.100	0.214
3.0	0.561	0.561	2.0	0.063	0.200
4.0	0.775	0.775	4.0	0.040	0.200
5.0	0.922	0.922	10.0	0.023	0.200
6.0	1.040	1.040	>10	$0.066/\sqrt(\beta)$	0.200

Таблица 3.4. Функции  $\gamma(u)$  и  $p(\beta)$  в приближении (3.2.6) для атомов (заряд атомного остатка  $\zeta = 1$ ) и ионов ( $\zeta > 1$ )

В работе [101] даны также формулы для расчета скоростей возбуждения электронным ударом при использовании приближенного выражения (3.2.6). Однако более удобно получить эффективные силы столкновений в приближении [101] прямо из соотношения (3.2.8). Тогда

$$\Upsilon_{ll'}^{VR} = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{\Delta E}{Ry}\right)^{-1} (gf)_{ll'} p(\beta). \qquad (3.2.9)$$

где функция

 $p(\beta)$ табулирована в [101] и дана в Табл. 3.4,  $\beta_{ll'} = \Delta E_{ll'}/k_{\rm B}T_{\rm e}.$ 

Формулы (3.2.6) – (3.2.9) дают только оценочные значения сечений (сил столкновений) и скоростей возбуждения электронным ударом и могут быть использованы только в том случае, если для рассматриваемого перехода нет ни теоретических расчетов ни экспериментальных значений сечений возбуждения. Кроме того, они применимы только для разрешенных дипольных переходов и не могут быть использованы для запрещенных переходов.

## 3.3 Возбуждение атомов при столкновениях с протонами и другими частицами

Процесс возбуждения атома или иона столкновениями со значительно более тяжелыми, чем электрон, частицами существенно отличается от процесса возбуждения электронным ударом. Частицы бо́льших масс движутся значительно медленнее, чем электроны, и находятся вблизи

## 3.3. Возбуждение протонами и другими частицами

частицы, с которой они сталкиваются, значительно большее время. Если энергия возбуждаемого при столкновении перехода  $\Delta E$  в атоме (ионе) мишени сравнима с кинетической энергией E сталкивающейся частицы, тогда сечение возбуждения мало из-за быстрых осцилляций волновой функции возбуждаемого атома с фазой ( $\Delta E/h$ )t. В том же случае, если  $\Delta E \ll E$ , эта фаза мала и полное сечение возбуждения не мало.

Столкновения с протонами, в соответствии с общим правилом, наиболее эффективны при переходах с  $\Delta E \ll E$ . Для таких переходов скорости возбуждения нейтральных атомов столкновениями с протонами в  $(M_{\rm p}/m_{\rm e})^{1/2}$  раз больше скоростей возбуждения этих переходов электронным ударом [106, 125]. К подобным переходам относятся столкновения  $nl \rightarrow nl'$  между уровнями с одинаковым главным числом n:

$$p + \mathrm{H}(nl) \to p + \mathrm{H}(nl'). \tag{3.3.1}$$

Сечения возбуждения таких процессов столкновения были вычислены в работе [92] в рамках полуклассической теории возмущений. Вследствие большой величины сечений столкновения с протонами приводят к равновесному заселению подуровней nl атома, при котором населенности уровней пропорциональны их статистическим весам (2l + 1). Для ридберговских уровней при значениях  $n, n' \gg 1$  переходы

$$p + H(n) \to p + H(n'),$$
 (3.3.2)

возбуждаемые столкновениями с протонами, также эффективны [35].

Кроме столкновений протонов с атомами должны быть приняты во внимание столкновения протонов с положительными ионами. Кулоновское взаимодействие приводит к уменьшению сечений столкновения с протонами из-за взаимного отталкивания протонов и положительно заряженных ионов и, наоборот, к увеличению сечений электрон-ионных столкновений. Однако роль кулоновского отталкивания быстро падает с ростом главного квантового числа n и для ридберговских состояний с  $n \gg 1$  при типичных для астрофизической плазмы значениях  $T_{\rm e} \approx 10^4 K$  столкновения с протонами и для ионов также могут быть более эффективны, чем столкновения с электронами.

В условиях, характерных для разреженной плазмы межзвездной среды и газовых туманностей, столкновения с протонами эффективны при возбуждении уровней тонкой структуры С, С<sup>+</sup>, N<sup>+</sup>, О и многих других атомов и ионов. Ссылки на расчеты скоростей возбуждения с протонами представлены в каталоге [163].

В табл. 3.5 представлены скорости возбуждения уровней тонкой структуры атома углерода столкновениями с протонами [105]. При низких температурах ( $T \leq 10^3 K$ ) скорости возбуждения этих уровней протонными столкновениями более чем на порядок превышают скорости возбуждения этих уровней электронным ударом (см. Рис. 3.5).

		Переход	
T, K	$0 \rightarrow 1$	$0 \rightarrow 2$	$1 \rightarrow 2$
100	$1.8 \cdot 10^{-9}$	$8.1 \cdot 10^{-10}$	$2.6 \cdot 10^{-9}$
200	$2.7 \cdot 10^{-9}$	$2.0 \cdot 10^{-9}$	$5.4 \cdot 10^{-9}$
300	$3.3 \cdot 10^{-9}$	$3.5 \cdot 10^{-9}$	$8.0\cdot10^{-9}$
500	$4.1 \cdot 10^{-9}$	$6.4 \cdot 10^{-9}$	$1.2\cdot 10^{-8}$
700	$4.6\cdot 10^{-9}$	$9.1\cdot10^{-9}$	$1.5\cdot10^{-8}$
1000	$5.2\cdot10^{-9}$	$1.2\cdot 10^{-8}$	$1.7\cdot 10^{-8}$
2000	$6.1\cdot10^{-9}$	$1.9\cdot 10^{-8}$	$2.1\cdot 10^{-8}$
3000	$6.6\cdot10^{-9}$	$2.3\cdot 10^{-8}$	$2.3\cdot 10^{-8}$
5000	$7.2 \cdot 10^{-9}$	$2.6 \cdot 10^{-8}$	$2.4\cdot 10^{-8}$
7000	$7.6 \cdot 10^{-9}$	$2.7\cdot 10^{-8}$	$2.5\cdot 10^{-8}$
10000	$7.9 \cdot 10^{-9}$	$2.8\cdot 10^{-8}$	$2.5\cdot 10^{-8}$
20000	$8.5\cdot 10^{-9}$	$3.0\cdot 10^{-8}$	$2.6\cdot 10^{-8}$

Таблица 3.5. Скорости возбуждения (см $^3/{\rm c})$  переходов между уровнями тонкой структуры J=0,1,2атома углерода протонным ударом



Рис. 3.5. Скорости возбуждения переходов тонкой структуры атома углерода с J = 0, 1, 2 с протонами по [105] (незаполненные квадратики, ромбы и звездочки для переходов  $0 \rightarrow 1, 0 \rightarrow 2$  и  $1 \rightarrow 2$  соответственно) и электронным ударом по [59] (заполненные фигуры).

Столкновения с атомами водорода могут быть эффективны при возбуждении уровней тонкой структуры атомов и ионов в плазме низкой степени ионизации. Столкновения же атомов и ионов с более тяжелыми, чем атом водорода, частицами менее эффективны вследствие их меньшего содержания в астрофизической плазме. Ссылки на расчеты и измерения сечений и скоростей подобных процессов приведены в каталоге [163].

В плазме могут происходить и **другие процессы столкновения**, кроме рассмотренных выше. В плотной плазме могут быть важны столкновения атомов и ионов с атомами или ионами в возбужденных состояниях, при которых происходит перенос возбуждения от одного атома к другому или его ионизация. Полное описание этих и некоторых других процессов столкновения можно найти в монографии [146]. В астрофизической плазме низкой плотности подобные процессы несущественны.

## 3.4 Ионизация атомов и ионов

В процессе ионизации энергия сталкивающейся с атомом частицы (электрон, протон, атом водорода и т.п.) передается одному из атомных электронов. При этом может быть оторван как оптический электрон, так и электроны внутренних оболочек.

Наиболее важным в условиях астрофизической плазмы является ионизация электронным ударом. Для расчета сечений ионизации используются как методы Борна и Кулона-Борна, так и более точные методы искажённых волн, сильной связи и *R*-матрицы.



Рис. 3.6. Сечение ионизации атома Н электронным ударом по [118]. Е – экспериментальные значения сечения, Т – результаты расчетов, сплошная линия – аппроксимация Лотца [79].

Результаты измерений и расчетов сечений ионизации  $\sigma_{ion}(E)$  показали, что зависимость сечений от энергии ионизующего электрона может быть аппроксимирована с помощью достаточно простых аналитических формул. Одной из наиболее употребительных в астрофизических исследований является формула Лотца:

$$\sigma_{\rm ion}(E) = \sum_{i} a_i q_i \frac{\ln\left(\frac{E}{I_i}\right)}{EI_i} \left[1 - b_i e^{-c_i(E/I_i-1)}\right], \qquad (3.4.1)$$

где E – энергия ионизующего электрона,  $I_i$  – энергия ионизации из оболочки i,  $q_i$  – число электронов в оболочке, в которой находится отрываемый электрон,  $a_i$ ,  $b_i$  и  $c_i$  – аппроксимационные коэффициенты, данные в статье [79].

Формула Лотца достаточно хорошо описывает сечения ионизации ионов и атомов с небольшим числом электронов, что видно из Рис. 3.6 для Н и Рис. 3.7 для С<sup>+</sup>.



Рис. 3.7. То же, что на Рис. 3.6, но для иона С<sup>+</sup>.

Для ионов с большим числом электронов формула (3.4.1) может давать значительные расхождения с экспериментальными сечениями ионизации, как показано на Рис. 3.8.

Для расчета скорости ионизации электронным ударом предложены и другие аналитические формулы. Одна из наиболее часто используемых формул такого типа предложена в работе [24]:

$$C_{Z,Z_{\text{OCT}}}(T) = \frac{6.69 \cdot 10^{-7}}{(k_{\text{B}}T)^{3/2}} \frac{e^{-\beta_{Z,Z_{\text{OCT}}}}}{\beta_{Z,Z_{\text{OCT}}}} F(\beta_{Z,Z_{\text{OCT}}}), \qquad \text{cm}^3 \text{c}^{-1}, \qquad (3.4.2)$$

где  $\beta_{Z,Z_{\text{ОСТ}}} = \frac{I_{Z,Z_{\text{ОСТ}}}}{k_{\text{B}}T}$ . Здесь  $I_{Z,Z_{\text{ОСТ}}}$  – потенциал ионизации атома (иона), T – кинетическая температура газа в рассматриваемой области. Индекс  $(Z, Z_{\text{ОСТ}})$  означает, что данная величина относится к иону с зарядом атомного остатка  $Z_{\text{ОСТ}}$  атома (иона) с зарядом ядра Z. Функция

$$F(x) = A(1 - \beta f_1(\beta)) + B(1 + \beta - \beta (2 + \beta) f_1(\beta)) + C f_1(\beta) + D \beta f_2(\beta).$$
(3.4.3)

Здесь А, В, С и D – аппроксимационные коэффициенты, определяемые

по экспериментальным или теоретическим сечениям ионизации. Формулы для приближенного вычисления функций

$$f_1(x) = e^x \int_1^\infty e^{-tx} \frac{dt}{t}, \quad f_2(x) = e^x \int_1^\infty e^{-tx} \ln(t) \frac{dt}{t}.$$
 (3.4.4)

содержатся в работе [24]. В табл. С2 приложения С в книге [3] содержатся потенциалы ионизации  $I_{Z,Z_{\text{ост}}}$  и коэффициенты A, B, C, D, используемые в формуле (3.4.3), для атомов и ионов элементов от водорода до железа. Скорость ионизации  $q_{1c}(T_{\text{e}})$  для электронной оболочки  $nl^q$ 



Рис. 3.8. То же, что на Рис. 3.6, но для иона Zn<sup>+</sup>.

может быть оценена с помощью следующей формулы:

$$q_{1c}(T_{\rm e}) = A \frac{10^{-8} q \left[ I_H / I \right]^{3/2} \sqrt{\beta}}{\beta + \xi} e^{-\beta} \,. \tag{3.4.5}$$

Здесь I — потенциал ионизации рассматриваемого атома или иона,  $I_{\rm H}$  — потенциал ионизации атома водорода,  $\beta = I/kT_{\rm e}$ . Параметры A и  $\xi$ , вычисленные в работе [113] (см. также [163]), приведены в таблице 3.6.

Для слабоионизованной плазмы с низкой степенью ионизации водорода в ионизацию атомов могут вносить существенный вклад ионизации при столкновениях атомов и ионов с нейтральными атомами водорода. Оценки скоростей этих процессов, сделанные по формулам, данным в каталоге [163], показывают, что в условиях астрофизической плазмы вкладом этих процессов в ионизацию атомов и ионов можно пренебречь.

Тип				Тип			
оболочки	Оболочка	A	ξ	оболочки	Оболочка	A	ξ
Открытая	$1s^q$	5.08	0.477	Внутренняя	$1s^2$	4.81	0.393
	$2s^q$	5.23	0.594	(замкнутая)	$2s^2$	5.13	0.562
	$2p^q$	6.23	0.697		$2p^6$	6.33	0.666
	$3s^q$	4.85	0.640		$3s^2$	4.98	0.652
	$3p^q$	5.33	0.738		$3p^6$	5.33	0.734
	$4s^q$	4.15	0.720				

Таблица 3.6. Параметры A <br/>и $\xi$ в формуле (3.4.5) для и<br/>онизации атомов и и<br/>онов электронным ударом

## 3.5 Диэлектронная рекомбинация, автоионизация и перезарядка

## Диэлектронная рекомбинация

Диэлектронная рекомбинация – рекомбинация положительного иона и электрона через образование промежуточных автоионизационных состояний – процесс, давно известный в атомной физике. Но, только начиная с работы А.Берджеса [34] осознана значительная (иногда определяющая) роль диэлектронной рекомбинации в установлении ионизационного равновесия горячей ( $T = 10^5 \div 10^7 \,\mathrm{K}$ ) плазмы, в частности плазмы солнечной короны [167], в образовании сателлитов линий многозарядных ионов в спектрах солнечных вспышек, лазерной плазмы, плазмы токамаков и т.д. [144]. На *первом этапе* процесса диэлектронной рекомбинации

$$X^{(n+1)+} + e \to X^{n+*}_i \to X^{n+}_k + h\nu.$$
 (3.5.1)

образуется автоионизационное состояние  $X_j^{n+*}$ . Электрон захватывается ионом  $X^{(n+1)+}$  в основном состоянии  $m_0$  (см. рис. 3.9). При этом электрон попадает на возбужденный уровень k = nl и одновременно происходит переход  $m_0 \to m$  иона  $X^{(n+1)+}$ :  $X^{(n+1)+}(m_0) + e \to X^{n+}(m)$ .

Образовавшееся состояние j = mk иона  $X^{n+}$  является автоионизационным. Из этого состояния возможен либо обратный переход в состояние непрерывного спектра:  $X^{n+}(mk) \to X^{(n+1)+}(m') + e$  (автоионизация, где m' — основное либо возбужденное состояние иона  $X^{(n+1)+}_k$  с энергией  $E_{m'} < E_m$ ), либо переход в связанное состояние иона  $X^{n+}_k$  (собственно диэлектронная рекомбинация). При этом переходе (*второй этап* процесса диэлектронной рекомбинации) происходит *радиативная стабилизация* автоионизационного состояния. Один из возбужденных электронов атома переходит на более низкую орбиту. При этом образуется связанное состояние  $X^{n+}_k$  и излучается квант  $h\nu$ .

Таким образом, диэлектронная рекомбинация — не элементарный



Рис. 3.9. Схема процесса диэлектронной рекомбинации.

процесс, а совокупность захватов во все возможные автоионизационные состояния и последующих переходов в связанные состояния с испусканием электромагнитного излучения (радиативная стабилизация автоионизационных состояний). Захват электрона в автоионизационное состояние имеет резонансный характер. Скорость захвата в *j*-е состояние с энергией возбуждения  $\Delta E_j$ :

$$\varkappa_{jm}^{\rm dr} = f(\Delta E_j) \sqrt{2m_{\rm e}\Delta E_j} \int_0^\infty \sigma_j^{\rm dr}(E) dE \,. \tag{3.5.2}$$

Здесь E — энергия электрона,  $f(\Delta E_j)$  — значение функции распределения электронов по энергиям  $E = m_e v^2/2$  (которую мы считаем максвелловской с электронной температурой  $T_e$ ) при энергии  $\Delta E_j$ . Точность расчета сечений захвата в автоионизационное состояние —  $\sigma_j^{dr}(E)$  в настоящее время невысока. Различия экспериментальных и теоретических сечений для ионов других элементов могут достигать порядка величины [46].

## Скорость диэлектронной рекомбинации

Скорость рекомбинации на уровень k через захват в определенное автоионизационное состояние j равна

$$\alpha_{mjk}^{\rm dr} = \varkappa_{jm}^{\rm dr} \frac{W_{jk}^{\rm r}}{\sum_{m'} W_{jm'}^{\rm a} + \sum_{k'} W_{jk'}^{\rm r}} = \varkappa_{jm}^{\rm dr} B_{jk}, \qquad (3.5.3)$$

Здесь  $W_{jm'}^{a}$  скорость автоионизации с образованием состояния m'иона  $X^{(n+1)+}; W_{jk'}^{r}$  — скорость радиационного перехода в связанное состояние k'. Множитель  $B_{jk}$  — вероятность того, что переход  $j \to k$  приведет к радиативной стабилизации.

Полная скорость диэлектронной рекомбинации определяется суммированием по всем возбужденным состояниям m иона  $X^{(n+1)+}$  и всем автоионизационным состояниям j для каждого уровня m:

$$\alpha^{\rm dr}(T_{\rm e}) = \sum_{jk} \alpha_{jk}^{\rm dr}(T_{\rm e}) = \sum_{jkm} x_m \, \alpha_{mjk}^{\rm dr}(T_{\rm e}) \,, \qquad (3.5.4)$$

где  $x_m = n_m / \sum_{m'} n_{m'}$  – отношение населенности уровня *m* к полной концентрации иона  $X^{(n+1)+}$ . Обычно можно ограничиться только нижним уровнем  $m_0$  иона  $X^{(n+1)+}$ .

Температурная зависимость скорости диэлектронной рекомбинации определяется множителями  $\exp[-\Delta E_j/k_{\rm B}T_{\rm e}]$ , связанными с максвелловским распределением скоростей электронов. При малых значениях  $T_{\rm e}$  заселяются только низколежащие автоионизационные уровни. При высоких  $T_{\rm e} \ge 10^6$  К множители  $\exp[-\Delta E_j/k_{\rm B}T_{\rm e}]$  близки к единице для всех уровней, и диэлектронная рекомбинация происходит, в основном, через уровни с большими значениями главного квантового числа уровней  $(n \sim 100)$  [167].

Для расчета скоростей диэлектронной рекомбинации прежде всего требуется знание скоростей радиационного ( $W^{\rm r}$ ) и автоионизационного ( $W^{\rm a}$ ) переходов с автоионизационного состояния (часто говорят о скорости его распада). Автоионизация же представляет собой безызлучательный переход, обусловленный кулоновским взаимодействием между электронами. Типичные значения  $W^{\rm a} \approx 10^{14} \, {\rm c}^{-1}$ . Значения  $W^{\rm r}$  рассчитываются стандартными методами теории атомных переходов.

Приближенные выражения для  $W^{a}$  даны в работах [167, 144]. К настоящему времени выполнено большое число расчётов скоростей диэлектронной рекомбинации ионов изоэлектронных последовательностей He, Li, Be, C, N, O, Ne Na, Ca и т. д. Большое число ссылок на опубликованные расчёты содержится в работах [144, 24].

В области температур  $10^4 \div 10^6$  К скорость диэлектронной рекомбинации экспоненциально возрастает пропорционально увеличению множителей  $\exp[-\Delta E_j/(k_{\rm B}T_{\rm e})]$ . При больших значениях  $T_{\rm e}$  и достижении условия  $\exp[-\Delta E_j/(k_{\rm B}T_{\rm e})] \approx 1$  для всех автоионизационных уровней она медленно убывает пропорционально  $T_{\rm e}^{-3/2}$ .

Процесс радиативной стабилизации автоионизационных состояний сопровождается испусканием квантов в линиях переходов  $mk \to m_0 k$ . Эти линии обычно называют диэлектронными сателлитами (спутниками) линии  $m \to m_0$ . Сателлиты (обычно резонансной линии) имеют длины волн, близкие к длинам волн соответствующей линии иона  $X^{n+}$ . Для иллюстрации на Рис. 3.10 приведен спектр сателлитных линий резонансной —  $1s^2 \, 1S - 1s2p^1 P^\circ$  и интеркомбинационной —  $1s^2 \, 1S - 1s2p^1 P^\circ$  линий гелиеподобного иона железа, принадлежащих переходам  $1s^2nl - 1s2pnl$ . Интенсивность сателлитов определяется как скоростью диэлектронной

рекомбинации, так и скоростями возбуждения уровней иона  $X^{n+}$  электронным ударом. Отношение интенсивностей линии  $m \to m_0$  иона и суммарной интенсивности ее сателлитов сильно зависит от значения  $T_e$  и может служить для определения электронной температуры горячей плазмы, например, плазмы солнечных вспышек.



Рис. 3.10. Спектр сателлитов резонансной  $(1s^{2} {}^{1}S - 1s2p {}^{1}P^{\circ})$  (а) и интеркомбинационной  $(1s^{2} {}^{1}S - 1s2p {}^{3}P^{\circ})$  (б) линий гелиеподобного иона Fe<sup>23+</sup> при ионной температуре  $T_{\rm i} = 5 \cdot 10^{6}$  K и электронной температуре  $T_{\rm e} = 2 \cdot 10^{7}$  K.

Отметим, что кроме интенсивных сателлитов резонансных линий, соответствующих стабилизирующим переходам  $mnl \rightarrow m_0nl$  в спектрах ионов С, N, O и других элементов, присутствуют и слабые сателлиты рекомбинационных линий  $m \rightarrow m'$ , соответствующие переходам  $mnl \rightarrow m'nl$ . Многочисленные сателлиты такого типа наблюдаются в спектрах планетарных туманностей.

## Формула Берджеса и ее модификации

Прямой расчет скорости диэлектронной рекомбинации по формуле (3.5.4) требует трудоёмких квантовомеханических вычислений. Из-за этого широкое распространение получили различные полуэмпирические формулы. Наиболее известна из них формула Берджеса [34]:

$$\alpha^{\rm B}(T_{\rm e}) = 3.3 \cdot 10^{-3} T_{\rm e}^{-3/2} B(z) \sum_{m} f_{m_0 m} A(x) e^{-q^* E_{m m_0} / [a(z) T_{\rm e}]}, \quad (3.5.5)$$

где  $f_{mm_0}$  - сила осциллятора перехода  $m_0 - m$  иона  $X^{(z+1)+}$ , где  $m = \gamma nl, m_0 = \gamma n_0 l_0, \gamma$  — набор квантовых чисел, описывающих состояние атомного остатка,  $z + 1 = Z_{\text{ост}}$  — заряд атомного остатка, а

$$A(x) = x^{1/2}(1+0.105x+0.015x^2)^{-1/2},$$
  

$$a(z) = 1+0.015z^3/(z+1)^2,$$
  

$$B(z) = z^{1/2}(z+1)^{5/2}(z+13.4)^{-1/2},$$
  

$$E_{mm_0} = E_m - E_{m_0} = (z+1)^2 \operatorname{Ry} \varepsilon_{mm_0}$$
  

$$x = (z+1)\varepsilon_{mm_0}.$$
  
(3.5.6)

Здесь  $T_{\rm e}$  измеряется в кельвинах;  $E_{mm_0}$  — в обратных сантиметрах;  $\varepsilon_{mm_0}$  — разность обратных квадратов эффективных главных квантовых чисел состояний m и  $m_0$ ,  $q^* = 1.43883$ .

Для оценки скоростей автоионизации в формуле Берджеса использованы экстраполированные сечения электронного захвата в приближении ван Режемортера [132]. Неоднократно предпринимались попытки уточнения формулы Берджеса (см. например, работу [21, 155]). Чаще всего используемое уточнение - формула Берджеса-Мертца, в которой на основании уточнения приближения ван Режемортера при  $\Delta n > 0$  сделана следующая замена[155]:

$$A(x) = 0.5x^{-1/2}(1 + 0.210x + 0.030x^2)^{-1/2}, \quad \Delta n = n - n_0, \qquad (3.5.7)$$

Несмотря на то, что в ряде случаев формула Берджеса дает ошибку в значении скорости диэлектронной рекомбинации, достигающую порядка величины, она продолжает широко использоваться. Обширная сводка расчетов по этой формуле приведена в работе [23].

В заключение этого раздела остановимся на влиянии конкурирующих процессов на скорость диэлектронной рекомбинации. Такие процессы (к ним относится фотоионизация или фотовозбуждение автоионизационных уровней) уменьшают населенности автоионизационных состояний и, следовательно, снижают скорости диэлектронной рекомбинации. Роль конкурирующих процессов для высокотемпературных переходов при диэлектронной рекомбинации рассмотрена в обзоре [167]. При  $T_{\rm e} \leq 10^6$  К и  $n_{\rm e} \leq 10^{13}$  см<sup>-3</sup> конкурирующие процессы практически не влияют на скорость диэлектронной рекомбинации. В плотной плазме скорость диэлектронной рекомбинации следует рассчитывать путем решения уравнений баланса населённостей автоионизационных состояний.

#### Диэлектронная рекомбинация при низких

**температурах** В работе [114] было обращено внимание на важность диэлектронной рекомбинации при относительно низких электронных температурах ( $T_{\rm e} = 10^3 \div 10^5 \,\mathrm{K}$ ) ионов C, N, O, Ne и других элементов, имеющих низколежащие автоионизационные уровни.

При таких температурах диэлектронная рекомбинация проходит главным образом через указанные уровни. Существование низколежащих автоионизационных уровней у ионов С, N, O, Al, Mg и других элементов с потенциалами возбуждения порядка 0.1 - 1 эВ обеспечивает значительное увеличение скорости диэлектронной рекомбинации при низких электронных температурах. Скорости диэлектронной рекомбинации в низкотемпературном пределе определяются формулой (3.5.4), причем суммирование распространяется только на низковозбуждённые автоионизационные уровни, для которых множитель  $\exp(-\Delta E_j/(k_{\rm B}T_{\rm e}))$  не мал.



Рис. 3.11. Скорости рекомбинации иона C<sup>2+</sup>. Пунктир — скорость фоторекомбинации (α<sup>phr</sup>); штрих-пунктир — низкотемпературная часть скорости диэлектронной рекомбинации (α<sup>low</sup>) [84]; точечная кривая — высокотемпературная часть скорости диэлектронной рекомбинации (α<sup>high</sup>), рассчитанная по формуле Берджеса из работы [34], сплошная кривая — суммарная скорость рекомбинации.

В работах [84, 85, 87, 88] приведены результаты расчетов скоростей  $\alpha^{dr}$  для ионов С, N, O, Ne, Mg, Al, Si при температурах  $10^3 \div 6 \cdot 10^4$  K. Рассчитаны как полные скорости  $\alpha^{dr}$ , так и значения скоростей диэлектронной рекомбинации для отдельных метастабильных уровней, а также эффективные коэффициенты рекомбинации  $\alpha_{ki}^{dr}$  для наиболее интенсивных линий, образуемых при этом процессе. Полная скорость диэлектронной рекомбинации представлялась аппроксимационной формулой (в см<sup>3</sup>/с):

$$\alpha^{\text{low}} = 10^{-12} \left( \frac{a}{t} + b + ct + dt^2 \right) \frac{e^{-f/t}}{t^{3/2}}, \quad t = T_{\text{e}}/10^4 \,\text{K}\,. \tag{3.5.8}$$

Точность представления  $\alpha^{dr}$  формулой (3.5.8) составляет в среднем 5% [84], максимальная ошибка аппроксимации не превосходит 17%. Параметры аппроксимации полных скоростей диэлектронной рекомбинации даны в работах [84, 85, 87, 88].

Суммарная скорость рекомбинации (фото и диэлектронной)

$$\alpha_{\rm tot} = \alpha^{\rm low} + \alpha^{\rm high} + \alpha^{\rm phr} \tag{3.5.9}$$

где  $\alpha^{\text{low}}$  – низкотемпературная часть скорости диэлектронной рекомбинации (3.5.8),  $\alpha^{\text{high}}$  – высокотемпературная часть скорости диэлектронной рекомбинации, определяемая формулой Берджеса [23],  $\alpha^{\text{phr}}$  – скорость радиационной рекомбинации. На Рис. 3.11 приведены кривые суммарной скорости рекомбинации и ее составляющих для иона C<sup>2+</sup>.

Интересная возможность диэлектронной рекомбинации через автоионизационные ридберговские состояния иона C<sup>+</sup> рассмотрена в работе [116]. Нижний терм  ${}^2P^{\circ}$  этого иона состоит из основного J = 1/2 и возбужденного J = 3/2 уровней с энергией возбуждения 63.42 см<sup>-1</sup>. Возбужденные состояния  $2p({}^{2}P_{3/2}^{\circ})nl^{1,3}L$  иона C<sup>+</sup> при n > 25 лежат выше первого ионизационного предела  $2p {}^{2}P_{1/2}^{\circ}$  и являются, поэтому, автоионизационными. Диэлектронная рекомбинация через такие автоионизационные состояния протекает при крайне низких значениях  $T_{\rm e} = 10 \div 100$  К и, по-видимому, ответственна за появление в спектрах областей межзвездной среды, в которых углерод находится в ионизованном состоянии C<sup>+</sup> (областей CII), рекомбинационных радиолиний CI с  $n \approx 600$ .

## Сечения и скорости реакций перезарядки

Процесс перезарядки происходит при столкновении атома (или иона) X с ионом Y и протекает через образование промежуточного состояния молекулярного иона XY<sup>+</sup>:

$$X^{+} + Y \rightarrow \left(XY^{+(*)} \rightarrow XY^{+(**)}\right) \rightarrow X + Y^{+} \pm \Delta E.$$
 (3.5.10)

Молекулярный ион XY<sup>+</sup> в состоянии XY<sup>+(\*)</sup> может безызлучательно (без излучения или поглощения фотона) перейти в отталкивательное состояние XY<sup>+(\*\*)</sup> иона XY<sup>+</sup>. При этом молекулярным ионом XY<sup>+</sup> теряется (или приобретается) энергия  $\Delta E$ . Возбужденное состояние XY<sup>+(\*\*)</sup> является нестабильным и распадается на атом X и ион Y<sup>+</sup>. Таким образом, процесс перезарядки приводит к переносу электрона от атома (иона) Y к иону X<sup>+</sup>.



Рис. 3.12. Энергии (в атомных единицах) уровней молекулярного иона CH<sup>+</sup> в зависимости от межъядерного расстояния (в атомных единицах) согласно [109].

Для иллюстрации рассмотрим процесс перезарядки иона углерода на нейтральном атоме водорода:

$$C^{+}(^{2}P^{\circ}) + H \to CH^{+} \to C(^{3}P) + H^{+} - 2.33 \text{ sB}.$$
 (3.5.11)

Схема уровней молекулярного иона CH<sup>+</sup>, через образование которого протекает процесс перезарядки, представлена на Рис. 3.12. При перезарядке (3.5.11) должен произойти переход с молекулярного уровня  $1^{3}\Sigma^{+}$  на уровень  $2^{3}\Pi^{+}$ . Энергия последнего выше энергии уровня  $1^{3}\Sigma^{+}$  на  $\approx 2.33$  эВ, поэтому реакция (3.5.11) — эндотермическая, и ее сечение вблизи порога E = 2.33 эВ мало.

Сечение реакции, рассчитанное вблизи порога возбуждения методом сильной связи, а при энергиях, больших 5 кэВ на атомную единицу массы (а.е.м.), методом классических траекторий [109], показано на Рис. 3.13.



Рис. 3.13. Сечения реакций (3.5.11) — пунктир и обратной реакции (3.5.12) — сплошная линия, согласно [109].

Обратная реакция перезарядки

$$C(^{3}P) + H^{+} \to CH^{+} \to C^{+}(^{2}P^{\circ}) + H + 2.33 \text{ }B$$
 (3.5.12)

является экзотермической с конечным значением сечения при E = 0 (Рис. 3.13). Результаты сравнения экспериментальных и теоретических скоростей реакции перезарядки показывают, что точность расчета сечений и скоростей реакции перезарядки мала [37, 95].

При малых энергиях сталкивающихся частиц ( $\Delta E \leq 100$  эВ) перезарядка протекает через захват электрона внешней оболочки. При бо́льших энергиях возможен захват электрона внутренних оболочек атома. Для атомов щелочных металлов такой захват возможен уже при E > 20 эВ.

В астрофизической плазме доминируют реакции перезарядки в столкновениях с нейтральными атомами Н и Не:

$$X^{(n+1)+} + H \to X^{n+} + H^+, \quad X^{(n+1)+} + He \to X^{n+} + He^+.$$
 (3.5.13)

При этом происходит рекомбинация иона X<sup>(n+1)+</sup>, поэтому этот процесс часто называется *рекомбинационной перезарядкой*. Обратный процесс

$$X^{n+} + H^+ \to X^{(n+1)+} + H, \quad X^{n+} + He^+ \to X^{(n+1)+} + He$$
 (3.5.14)

называется ионизационной перезарядкой.

Реакции перезарядки этого типа (например,  $O^+ + H \leftrightarrow O + H^+$ ) важны в установлении ионизационного равновесия в астрофизической плазме низкой плотности и, например, в верхних слоях земной атмосферы.

Число прямых (рекомбинационных) перезарядок (3.5.13) в единичном объеме за единицу времени

$$\overrightarrow{N}_{\text{ChTr}} = n(\mathbf{X}^{(n+1)+}) n(\mathbf{Y}) \overrightarrow{k} (\mathbf{X}^{(n+1)+}, \mathbf{Y}),$$
 (3.5.15)

а число обратных (ионизационных) перезарядок равно

$$a \overleftarrow{N}_{\text{ChTr}} = n(\mathbf{X}^{n+}) n(\mathbf{Y}^{+}) \overleftarrow{k} (\mathbf{X}^{n+}, \mathbf{Y}^{+}), \qquad (3.5.16)$$

где обозначение Y соответствует либо атому H, либо атому He, а Y<sup>+</sup> — ионам H<sup>+</sup> или He<sup>+</sup>. Величины  $\overrightarrow{k}$  и  $\overleftarrow{k}$  – скорости реакций прямых и обратных перезарядок соответственно (в см<sup>3</sup>/с).

Скорости прямого (3.5.13) и обратного процесса (3.5.14)  $\vec{k}'$  и  $\vec{k}$  связаны следующим соотношением, зависящим от температуры плазмы  $T = T_{e}$ :

$$\overrightarrow{k} = \overleftarrow{k} e^{-\Delta E/(k_{\rm B}T_{\rm e})}.$$
(3.5.17)

В работе [24] собраны сведения о скоростях реакций (3.5.13) и дана приближенная формула для расчета скоростей реакций перезарядки. В работе [13] скорости реакций перезарядки ионов С, N, O и других элементов с водородом и гелием представлены в аналитическом виде. Паамектры аппроксимации даны в табл. С4 приложения С в [3].

В работе [93] приведены сведения о скоростях реакции перезарядки между атомами и ионами тяжёлых элементов. Такие реакции важны в условиях межзвездной среды, областей НІ и атмосфер холодных звёзд.

Кроме реакции простой перезарядки с переходом электрона от одного атома (иона) к другому, возможна реакция двойной перезарядки

$$\mathbf{X}^{(n+2)+} + \mathrm{He} \rightleftharpoons \mathbf{X}^{n+} + \mathrm{He}^{++} \tag{3.5.18}$$

Влияние этой реакции на ионизационное состояние плазмы исследовано в работе [117]. Показано, что в условиях разреженной астрофизической плазмы этими реакциями можно пренебречь.

В результате реакций перезарядки (3.5.13) или (3.5.14) ионы  $X^{(n+1)+}$ или  $X^{n+}$ , образовавшиеся в её результате, могут оказаться в возбужденном состоянии. В этом случае реакция перезарядки приводит к дополнительному излучению в линиях. Этот процесс рассмотрен в пункте 5.4.

## Глава 4

# Ионизационное состояние плазмы

Задача расчета ионизационного состояния горячего газа ( $T \leq 10^8 \, {\rm K}$ ) низкой плотности ( $n_{\rm e} \leq 10^{14} {\rm cm}^{-3}$ ) является одной из важнейших в астрофизике и была предметом многочисленных исследований (например [75]).

Ионизационное состояние такого газа контролируется процессами ионизации электронным ударом, фото- и диэлектронной рекомбинации и определяется температурой рассматриваемой области плазмы. В то же время полное число атомов какого-либо элемента в определенной стадии ионизации зависит от распределения электронной температуры во всем объеме газа.

При анализе ионизационного состояния и свечения газа, степень ионизации которого контролируется ударными процессами, рассматривается различные модели излучающей плазмы. В качестве таких моделей чаще всего используются либо модель однокомпонентной плазмы заданной электронной температуры, либо плазма предполагается состоящей из нескольких компонентов разной температуры [25].

## 4.1 Уравнения ионизационного баланса

Методика описания физического состояния и спектра выходящего излучения какого-либо астрофизического объекта, в которой считается, что излучающий объем является разреженной плазмой, обычно называется *корональным приближением* (см., например, [126]).

Состояние разреженной плазмы в элементарном объеме определяется ее локальными температурой и концентрациями атомов и ионов. Роль внешних источников излучения и (или) частиц высокой энергии в установлении ионизационного равновесия считается пренебрежимо малой. В корональном приближении могут быть описаны, прежде всего, короны Солнца и звезд, газ в планетарных и диффузных туманностях, охлаждающиеся потоки (cooling flows) в скоплениях галактик и области за фронтом галактических ударных волн.

Кроме того, указанным условиям удовлетворяют компактные горячие области газа, образующиеся при прохождении ударных волн в расширяющихся атмосферах звезд ранних спектральных классов. По современным представлениям, именно в этих областях формируется рентгеновское излучение этих звезд.

В стационарных условиях плазмы с температурой T распределение атомов по стадиям ионизации может быть найдено из решения системы уравнений ионизационного равновесия:

$$\frac{x_{ij}}{x_{ij+1}} = \frac{\alpha_{ij+1}(T) + n_e Q_{ij+1}^t(T)}{q_{ij}^{ci}}, \qquad (4.1.1)$$

где  $x_{ij}$  – относительное содержание иона j в полном содержании атома i,  $\alpha_{ij}$  – сумма скоростей радиативной и диэлектронной рекомбинации этого иона и  $q_{ij}^{\rm ci}$  – полная скорость ударной ионизации данного иона,  $Q_{ij}^{\rm t}$  – скорость тройной рекомбинации.

Величины  $x_{ij}$  определяются следующим образом:

$$x_{ij} = n_{ij}/n_i, \quad n_i = A_i n,$$
 (4.1.2)

где  $n_{ij}$  – концентрация иона j элемента с номером i, при этом значению j = 0 соответствует нейтральный атом, а  $A_i$  – относительное содержание этого элемента в рассматриваемой области плазмы, n — полная концентрация плазмы. Будем далее предполагать, что относительные содержания элементов  $A_i$  постоянны по всему излучающему объему плазмы.

Уравнения (4.1.1) должны быть дополнены условиями сохранения частиц и заряда:

$$\sum_{i} \sum_{j=0}^{Z_{i}} A_{i} x_{ij} = 1 \quad \text{if} \quad \frac{n_{e}}{n} = \sum_{i} \sum_{j=1}^{Z_{i}} j A_{i} x_{ij} , \qquad (4.1.3)$$

где  $Z_i$  – заряд ядра атома с номером i.

Система уравнений (4.1.1) имеет аналитическое решение:

$$x_{ij} = B_j / B$$
,  $B_j = \prod_{k=0}^{j} P_k$ ,  $B = \sum_{j=0}^{Z_i} B_j$ , (4.1.4)

где  $P_j = q_{ij}^{\text{ci}}/(\alpha_{ij+1}(T) + n_{\text{e}}Q_{ij+1}^{\text{t}}), P_0 = 1.$ 

70

## Применимость стационарного приближения

Применимость стационарного приближения для описания ионизационного состояния плазмы определяется соотношением между характерными временами рекомбинации ( $\tau_{\rm pek}$ ) и охлаждения среды ( $\tau_{\rm oxn}$ ), а также гидродинамическим временем  $\tau_{\rm дин} = R/c_{\rm s}$ , где R — характерный размер рассматриваемой области плазмы,  $c_{\rm s}$  — скорость звука в этой области.

Рекомбинационное время  $\tau_{\text{рек}} = [n_e \alpha(T)]^{-1}$ , где  $\alpha(T)$  - полная скорость рекомбинации рассматриваемого иона, а время охлаждения  $\tau_{\text{охл}} = T/(dT/dt)$ . Если  $\tau_{\text{охл}} \ll \tau_{\text{рек}} \ll \tau_{\text{дин}}$ , то стационарное приближение применимо, а плазма находится в состояниях ионизационного и теплового равновесия.

Оценим условия выполнимости этого приближения для двух типов астрофизической плазмы: ионизованного газа планетарных туманностей и горячей, сильно ионизованной плазмы в атмосферах горячих звезд.

Планетарные туманности являются ионизованными областями сброшенных оболочек звезд промежуточных масс  $0.8 - 8 M_{\odot}$  [143]. Электронная температура газа в планетарных туманностях составляет  $\approx 10^4$  K, а электронная концентрация  $\approx 10^3$  см<sup>-3</sup>.

Характерное время охлаждения можно оценить из очевидного соотношения  $\tau_{\text{охл}} \approx (3/2) k_{\text{B}} T/(n\Lambda)$ . Здесь n - полная концентрация атомов в среде, а  $\Lambda$  – функция высвечивания (см. параграф 6.4). Подставляя в это соотношение параметры туманностей, найдем:  $\tau_{\text{охл}} \approx 10$  суток.

Время рекомбинации  $\tau_{\rm pek}$  определяется рекомбинацией водорода. Используя скорости рекомбинации H<sup>+</sup>, данные, например, в [3], получим  $\alpha_{\rm H}(T) \approx 4 \cdot 10^{-13} \,{\rm cm}^3 {\rm c}^{-1}$ . Тогда время рекомбинации ионизованного газа в планетарных туманностях  $\tau_{\rm pek} \approx 35$  лет. Средний размер туманностей составляет  $R_{\rm Neb} \approx 3 \cdot 10^{17} \,{\rm cm}$ , скорость звука для газа туманностей  $c_{\rm s} \approx 10 - 15 \,{\rm km/c}$ , тогда  $\tau_{\rm дин} \approx R/c \approx 10^4$  лет.

Тем самым условия применимости стационарного приближения  $\tau_{\text{охл}} \ll \tau_{\text{рек}}$  и  $\tau_{\text{рек}} \ll \tau_{\text{дин}}$  выполняется. Время жизни туманностей близко к их динамическому времени, поэтому планетарные туманности в течении всей их жизни можно считать находящимися в условиях ионизационного и теплового равновесия.

Оценим также условия выполнимости стационарного приближения для горячих областей (горячих зон) в атмосферах горячих звезд ранних спектральных классов, формирующих их рентгеновское излучение. Характерный размер таких областей составляет  $\approx 0.1 R_{\odot}$  [2]. При типичных для горячих областей температурах  $T \approx 10^7$  K значение  $\tau_{\text{дин}} \approx 1^h$ .

При  $T \approx 10^7 \,\mathrm{K}$  и величине  $n = 10^{11} \,\mathrm{cm}^{-3}$  для внешних частей расширяющихся атмосфер горячих звезд  $\tau_{\text{охл}} = 1 \,\mathrm{c} - 1$  мин в зависимости от химического состава атмосфер. При указанных температурах пол-



Рис. 4.1. Зависимость относительного содержания ионов углерода от локальной температуры среды  $T_{\rm e}$ . Вверху – данные работы [111], внизу – относительные содержания, полученные в статье [67].

ная скорость рекомбинации определяется главным образом скоростью диэлектронной рекомбинации. Используя данные каталога [163] найдем:  $\tau_{\rm pek} = (1-10)$  с.

Таким образом,  $\tau_{\rm pek} \ll \tau_{\rm дин},$  однако  $\tau_{\rm охл} \approx \tau_{\rm pek}.$  По этой причине
применимость стационарного приближения для горячих зон в атмосферах звезд ранних спектральных классов зависит от химического состава атмосфер и для звёзд, обеднённых металлами, может не выполняться.

В этом случае необходимо вместо уравнений ионизационного равновесия (4.1.1) рассматривать уравнения нестационарной ионизации и рекомбинации (см., например [8]).



Рис. 4.2. Равновесные содержания ионов железа Fe<sup>n+</sup> для горячей плазмы солнечного химического состава с температурой *T* (в логарифмической шкале). Пунктиром показаны ионизационные кривые с учётом реакций перезарядки [24].

Аналогичные оценки для других объектов показывают, что в большинстве случаев астрофизическая плазма находится в состоянии ионизационного и теплового равновесия. Исключения составляют объекты с низкой плотностью  $n_{\rm e} \ll 10^3 \,{\rm cm}^{-3}$  (межзвездная и межгалактическая среда) или короткоживущие объекты: области короны и хромосферы Солнца и звезд во время вспышек и т.п.

### 4.2 Распределение атомов по стадиям ионизации

В работе [67] рассчитаны относительные содержания ионов наиболее распространенных в космосе элементов (H, He, C, N, O, Ne, Mg и Fe) в стационарной плазме низкой плотности с использованием скоростей ионизации и рекомбинации, данных в каталоге [163]. На Рис. 4.1 в качестве иллюстрации представлена зависимость относительного содержания ионов углерода от локальной температуры среды T. Оказалось, что при  $n_{\rm e} < 10^{19}$  см<sup>-3</sup> скорости тройной рекомбинации малы по сравнению со скоростями фото- и диэлектронной рекомбинации, и относительное содержание ионов не зависит от  $n_{\rm e}$ . Отметим, что рассчитанное относительное содержание находится в согласии с результатами аналогичных расчетов других авторов (см. Рис. 4.1).

На Рис. 4.2 приведены кривые ионизации ионов железа при  $T = 10^6 \div 10^7$  K, полученные в работе [24]. На ионизационное равновесие оказывают влияние реакции перезарядки в столкновениях ионов железа с ионами водорода и гелия, как видно из Рис. 4.2.

# Глава 5

# Механизмы излучения плазмы в линиях

#### 5.1 Общее описание механизмов излучения

В условиях разреженной плазмы механизмы образования эмиссионных линий обычно классифицируются по типу элементарного процесса, приводящего к образованию атома или иона в данном возбужденном состоянии [145]. В разреженной плазме атомы и ионы находятся главным образом в основном состоянии, поэтому атомы в возбужденных состоянии какого-либо атома иона  $X^{n+}$  образуются при неупругом столкновении иона  $X^{m+}$  в основном состоянии (вообще говоря,  $n \neq m$ ) с возбуждающей частицей А (электрон, фотон, протон,  $\alpha$ -частица и т.п.):

(M) 
$$X^{m+} + A \longrightarrow X^{n+}(k) + B \longrightarrow X^{n+}(i) + B + h\nu_{ki}$$
. (5.1.1)

Здесь В – частица (фотон, электрон, протон и т.п.), образующаяся в результате элементарного процесса (5.1.1). При реакциях рекомбинации дополнительная частица В не образуется (см. ниже реакцию 5.1.2).

Через  $X^{n+}(k)$  и  $X^{n+}(i)$  обозначены верхнее и нижнее состояния иона  $X^{n+}$ , переход между которыми дает излучение в линии  $k \rightarrow i$ . Буквой М обозначаем тот конкретный элементарный процесс (механизм образования линий), который приводит к излучению кванта в линии  $k \rightarrow i$ .

Все механизмы образования линий можно разделить на три группы: ионизационные, рекомбинационные и механизмы возбуждения. Для рекомбинационных механизмов m > n, для ионизационных m < n и для механизмов возбуждения m = n. Проиллюстрировать действие указанных механизмов можно на примере формирования излучения в резонансной линии  $2s^{2} S - 2s2p^{1}P^{\circ} \lambda 977.026$  Å иона  $C^{2+}$ .

Образование данной линии *рекомбинационным механизмом* происходит при рекомбинации иона С<sup>3+</sup>:

В данном случае m=3, n=2. При возбуждении иона C<sup>2+</sup> в основном состоянии  $2s^{2} {}^{1}S$  электронным ударом:

$$C^{2+}(2s^{2}{}^{2}S) + e \longrightarrow C^{2+}(2s2p^{1}P^{\circ}) + e,$$
  

$$C^{2+}(2s2p^{1}P^{\circ}) \longrightarrow C^{2+}(2s^{2}{}^{1}S) + h\nu(\lambda 977.026 \text{ Å}), \qquad (5.1.3)$$

линия СІІІ  $\lambda$  977.026 Å образуется механизмом возбуждения (m=n=2).

Эта же линия может формироваться и в результате действия *ионизационного механизма* при фотоионизации иона  $C^+$  с фотоотрывом электрона с внутренней оболочки  $2s^2$ :

$$C^{+}(2s^{2}2p^{2}P^{\circ}) + h\nu \to C^{2+}(2s^{2}p^{1}P^{\circ}) \to C^{2+}(2s^{2} {}^{1}S) + h\nu(\lambda 977.026 \text{ Å}).$$

В данном процессе m = 1, n = 2, т. е. m < n, как и должно быть в общем случае образования линии *ионизационным механизмом*.

Определим величины, характеризующие эффективность образования линий при различных механизма возбуждения. Обозначим через  $n_1(X^{m+})$  концентрацию атомов (ионов)  $X^{m+}$  в основном состоянии. В плазме низкой плотности  $n_1(X^{m+}) \approx n(X^{m+})$  — полной концентрации иона  $X^{m+}$ . Пусть  $n_F$  — концентрация ионов  $X^{m+} \equiv X_F$  (Line Forming ions), где индекс F указывает, что возбуждение именно иона  $X_F$  приводит к излучению фотонов в линии  $k \to i$ .

Коэффициент излучения в линии  $k \to i$  можно выразить следующим образом:

$$\varepsilon_{ki} = \frac{1}{4\pi} n_k A_{ki} h \nu_{ik} = \frac{1}{4\pi} n_k (\mathbf{X}^{n+}) A_{ki} h \nu_{ik}$$
$$= \frac{1}{4\pi} n_{\mathrm{e}} n (\mathbf{X}^{m+}) r_{ki}^{\mathrm{eff}} h \nu_{ik} = \frac{1}{4\pi} n_{\mathrm{e}} n_{\mathrm{F}} r_{ki}^{\mathrm{eff}} h \nu_{ik} = \frac{1}{4\pi} n_{\mathrm{e}} n_{\mathrm{F}} r_{ki}^{\mathrm{M}} h \nu_{ik}, \quad (5.1.4)$$

где  $n_k$  - населенность уровня k иона  $X^{n+}$ ,  $A_{ki}$  — вероятность перехода  $k \rightarrow i$ ,  $r_{ki}^{\text{eff}} = r_{ki}^{\text{M}} - \mathfrak{sch} p \mathfrak{sch} p \mathfrak{sch} p \mathfrak{sch} \mathfrak{sch}$ 

Пусть  $W_{1\to k}^{\rm M}$  — скорость заселения уровня k иона  $X^{n+}$  под действием механизма M, определяемая таким образом, что в 1 см<sup>3</sup> рассматриваемого объема плазмы за 1 секунду происходит  $n(X^{m+}) W_{1\to k}^{\rm M} = n_{\rm F} W_{1\to k}^{\rm M}$ элементарных столкновений, приводящих к заселению уровня k. Скорость заселения уровней (и, соответственно, интенсивность линии) пропорциональна квадрату плотности среды. Такая зависимость является следствием пропорциональности числа элементарных процессов (5.1.1) в элементарном объеме концентрациям участвующих в реакции частиц.

Обозначим через  $\tau_k$  время жизни уровня k в результате всех возможных процессов депопуляции уровней (спонтанных и вынужденных

#### 5.2. Рекомбинационный механизм

радиационных переходов с уровня k, переходов с уровня в результате столкновений с электронами и т. д.). Обычно  $\tau_k \approx \tau_k^{\text{rad}}$ , где  $\tau_k^{\text{rad}}$  – радиационное время жизни уровня, определяемое радиационными переходами с него. Тогда

$$n_{\rm F} W_{1 \to k}^{\rm M} = n(\mathbf{X}^{m+}) W_{1 \to k}^{\rm M} = n_k / \tau_k \,, \qquad r_{ki}^{\rm M} = \tau_k A_{ki} W_{1 \to k}^{\rm M} / n_{\rm e} \,. \tag{5.1.5}$$

В случае одновременного действия нескольких механизмов заселения уровней уравнение (5.1.5) заменяется на уравнение

$$\sum_{m,M} n(\mathbf{X}^{+m}) W_{1 \to k}^{M} = n_k / \tau_k , \qquad (5.1.6)$$

где суммирование выполняется по всем возможным механизмам заселения уровней и по всем ионам рассматриваемого элемента, дающим вклад в заселение уровня k иона  $X^{n+}$ . Если время жизни уровня не зависит от его населенности (что справедливо для оптически тонких линий в разреженной плазме), то

$$\varepsilon_{ki} = \frac{1}{4\pi} n_{\rm e} \sum_{m,{\rm M}} n({\rm X}^{m+}) r_{ki}^{\rm M} h \nu_{ik} \,.$$
 (5.1.7)

Таким образом, полный коэффициент излучения в линии складывается из вкладов всех различных механизмов возбуждения уровней, а каждый из механизмов можно исследовать независимо от других. В следующих пунктах будут рассмотрены конкретные механизмы образования линий.

### 5.2 Рекомбинационный механизм

При действии рекомбинационного механизма заселение уровней иона  $X^{n+}$  происходит в результате рекомбинации иона  $X^{(n+1)+}$ :

$$X^{(n+1)+} + e \to X^{n+} + h\nu$$
. (5.2.1)

В случае неполной прозрачности излучающей плазмы в линиях необходимо решение совместной системы уравнений переноса в линиях и уравнений стационарности. Такая задача для линий водорода решена в работе [5]. Плазма низкой плотности прозрачна почти во всех рекомбинационных линиях и для определения населённостей уровней можно рассматривать следующее простое приближение: среда прозрачна в линиях всех переходов  $i \to k$  при  $k \ge l$  и непрозрачна в линиях с k < l.

Случай полной прозрачности среды (l = 1) традиционно называется моделью прозрачности A, а случай l = 2 (непрозрачность в линиях переходов на основной уровень k = 1) — моделью В. При l > 2 говорят о модели прозрачности  $B_l$ .

Населенности уровней при рекомбинационном заселении при заданном значении *l* определяются решением следующих уравнений стационарности:

$$n_{k} \sum_{i=l}^{k-1} A_{ki} - \sum_{j=k+1}^{N} n_{j} A_{jk} = n_{e} n^{+} \alpha_{k} ,$$
  
или  $\frac{n_{k}}{\tau_{k}} - \sum_{j=k+1}^{N} n_{j} A_{jk} = n_{e} n^{+} \alpha_{k} .$  (5.2.2)

Здесь  $n_k$  – населенность уровня k иона  $X^{n+}$ ,  $n^+ = n(X^{n+})$  – полная концентрация ионов  $X^{(n+1)+}$ , N – число учитываемых в уравнениях стационарности уровней,  $\alpha_k$  – скорость рекомбинации на уровень k.

Решение системы уравнений (5.2.2) выражается с помощью каскадной матрицы Ситона (см. [106]). Реальный атом в плазме низкой плотности обладает большим числом уровней. У атома углерода наблюдались переходы с главным квантовым числом оптического электрона  $n_{\rm max} >$ 600 [150]. Учет расщепления уровней по орбитальным квантовым числам увеличивает число уровней в уравнениях стационарности на 1-2 порядка. Еще большее число уровней реализуется у сложных атомных систем таких, как атомы и ионы C, N, O, Ne и т.д.

Решение системы уравнений стационарности с таким числом уровней практически не осуществимо, поэтому ее решают точно для относительно небольшого числа уровней, а вклад остальных учитывается в виде поправок. Процедура учета поправок за счет влияния высоких уровней описана в работе [10].

Коэффициент излучения в рекомбинационных линиях часто выражают через эффективный коэффициент рекомбинации (ЭКР), определенный соотношением

$$\varepsilon_{ki} = \frac{1}{4\pi} n_{\rm e} n^+ \alpha_{ki}^{\rm eff} h \nu_{ik} \,. \tag{5.2.3}$$

Используя формулы (5.1.4), можно получить соотношение  $r_{ki}^{\text{rec}} = \alpha_{ki}^{\text{eff}}$ , связывающее ЭКР с эффективным коэффициентом образования линий для рекомбинационного механизма заселения уровней  $r_{ki}^{\text{rec}}$ .

Для лучшего понимания физического смысла эффективных коэффициентов рекомбинации рассмотрим упрощенную модель атома, состоящего из 3-х дискретных уровней и состояния непрерывного спектра (континуума). Уравнения стационарности для трёхуровневого атома имеют следующий вид:

$$\begin{cases} n_2 A_{21} - n_3 A_{32} = n_e n^+ \alpha_2, \\ n_3 (A_{31} + A_{32}) = n_e n^+ \alpha_3. \end{cases}$$
(5.2.4)

Определив из данной системы уравнений значения  $n_2$  и  $n_3$  и использовав соотношения (5.1.5), получим выражения эффективных коэффициентов

рекомбинации для всех переходов между уровнями атома через скорости рекомбинации:

$$\begin{cases} \alpha_{32}^{\text{eff}} = P_{32}\alpha_3, \\ \alpha_{31}^{\text{eff}} = P_{31}\alpha_3, \\ \alpha_{21}^{\text{eff}} = \alpha_2 + \alpha_3 P_{32}. \end{cases}$$
(5.2.5)

Здесь  $P_{ki}$  - вероятность того, что атом, находящейся в возбужденном состоянии k перейдет на уровень i. Из соотношений (5.2.5) можно сделать вывод, что эффективный коэффициент рекомбинации определяется как вкладом рекомбинации на верхний уровень перехода, с которого происходит рассматриваемый переход, так и частичным вкладом рекомбинаций на более высокие уровни.

Эффективные коэффициенты рекомбинации для линий ионов C, N и O, используемые для вычисления интенсивностей линий в спектрах газовых туманностей и рассчитанные для широкой области значений параметров, даны в каталоге [163].

#### 5.2.1 Рекомбинационные радиолинии

Радионаблюдения планетарных туманностей и областей HII привели к открытию в их спектрах рекомбинационных радиолиний. Такие линии образуются при переходах между высоковозбужденными состояниями атомов и ионов (главным образов атомов водорода и гелия). Радиорекомбинационные линии в спектрах областей HII были открыты в СССР в 1964 г. [150].

### 5.3 Возбуждение электронным ударом

Столкновительный механизм является основным для большинства запрещенных и многих разрешенных линий атомов и ионов от водорода до свинца в спектрах газовых туманностей и других типов разреженной астрофизической плазмы в видимой, ультрафиолетовой (УФ) и инфракрасной (ИК) областях спектра. Уровни атомов и ионов при столкновительном механизме заселяются, главным образом, возбуждениями электронным ударом из основного состояния, хотя столкновительные переходы с возбужденных уровней также могут быть существенны.

Уравнения стационарности, определяющие населенности уровней  $n_k$  какого либо атома или иона  $X^{m+}$  при учете переходов вследствие столк-

новений с электронами и рекомбинаций иона  $X^{(m+1)+}$  имеют вид:

$$n_{k} \left\{ \sum_{i=1}^{k-1} A_{ki} + n_{e} \sum_{i \neq k}^{N} q_{ki} + n_{e} q_{kc} \right\} - \sum_{j=k+1}^{N} n_{j} A_{jk} - n_{e} \sum_{j \neq k}^{N} n_{j} q_{jk} = n_{e} n^{+} \alpha_{k} .$$
(5.3.1)

Здесь N – число учитываемых уровней иона  $X^{m+}$ ,  $q_{jk}$  и  $q_{kj}$  – скорости возбуждения и деактивации электронным ударом,  $q_{kc}$  – скорость ионизации электронным ударом с уровня k,  $\alpha_k$  – скорость рекомбинации на уровень k,  $n^+$  – концентрация ионов  $X^{(m+1)+}$ .

Вклад фоторекомбинации в излучение в запрещенных и резонансных линий большинства атомов и ионов разреженной плазмы, не превышает 5–10%. Для ряда подобных линий может быть существенным вклад диэлектронной рекомбинации.

Уравнения (5.3.1) можно записать в компактном матричном представлении:

$$\mathcal{T}\boldsymbol{n} = n_{\rm e} n^+ \boldsymbol{\alpha} \,, \tag{5.3.2}$$

где  $\mathbf{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ \cdots \\ n_N \end{pmatrix}$  – вектор населённостей уровней атома, а  $\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \cdots \\ \alpha_N \end{pmatrix}$  –

вектор скоростей рекомбинации. Матрица  $\mathcal{T}$  имеет вид:

$$\mathcal{T}_{ik} = \begin{cases} -(A_{ki} + n_{e}q_{ki}), & i < k, \\ \sum_{i=1}^{k-1} A_{ki} + n_{e}\sum_{i \neq k}^{N} q_{ki} + n_{e}q_{kc}, & i = k, \\ -n_{e}q_{ki}, & i > k. \end{cases}$$
(5.3.3)

Нахождение населённостей уровней из решения системы уравнений (5.3.1) требует знания концентрации иона  $X^{(m+1)+}$  и, тем самым, предварительного решения уравнений ионизационного равновесия для атома X.

Для резонансных линий и линий переходов с низковозбуждённых уровней ионов астрофизически значимых элементов вкладом рекомбинации в населенности уровней, возбуждаемых электронным ударом, можно пренебречь и положить правую часть системы уравнений (5.3.1) равной нулю. Также обычно можно пренебречь скоростями ударной ионизации  $q_{kc}$  по сравнению со скоростями возбуждения уровня и скоростями радиационных переходов с уровней.

В этом случае уравнения (5.3.1) определяют только относительные населённости уровней  $n_k/n(X^{m+})$ . Положив правую часть системы урав-

нений (5.3.2) равной нулевому вектору 
$$\begin{pmatrix} 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}$$
 и перейдя к относительным

#### 5.3. Возбуждение электронным ударом

населённостям уровней  $x_i = n_i/n_1$ , представим уравнения для величин  $x_i$  в следующем виде:

$$S\boldsymbol{x} = n_{\rm e} \mathbf{R}\,,\tag{5.3.4}$$

где  $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \cdots \\ x_N \end{pmatrix}$  – вектор относительных населённостей уровней атома. Матрица S имеет эломонти Su c*i* = 2 — *N k* = 2 — *N* – 5

Матрица  $\mathcal{S}$  имеет элементы  $S_{ik}$  с i = 2, ..., N, k = 2 ..., N и может быть представлена в следующем виде:

$$S_{ik} = \begin{cases} -(A_{ki} + n_{e}q_{ki}), & i < k, \\ \sum_{i=1}^{k-1} A_{ki} + n_{e} \sum_{i \neq k}^{N} q_{ki}, & i = k, \\ -n_{e}q_{ki}, & i > k. \end{cases}$$
(5.3.5)

Правая часть уравнений (5.3.4)  $\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} q_{12} \\ \cdots \\ q_{1N} \end{pmatrix}$  представляет собой вектор

скоростей возбуждения электронным ударом с первого уровня.

Система уравнений (5.3.4) неоднократно решалось исследователями, начиная с Амбарцумяна [22], который получил его приближенное решение в случае атома с тремя дискретными уровнями. Точное решение для трехуровенного атома дано в [149]. Аналитическое решение для атома или иона с пятью уровнями приведено в [62]. При учете большего числа уровней решения уравнений стационарности получают численно.

Для получения абсолютных значений населённостей необходимо задание величины  $n(X^{m+})$  – полной концентрации иона  $X^{m+}$ , а система уравнений (5.3.1) должна быть дополнена уравнением:

$$\sum_{k} n_k = n \left( \mathbf{X}^{m+} \right) \,, \tag{5.3.6}$$

Для линий, возбуждаемых электронным ударом, эффективный коэффициент излучения  $k \to i$  при столкновениях с электронами  $r_{ki}^{\text{coll}}$  согласно общему соотношению (5.1.4) определён таким образом, что величина  $(4\pi)^{-1} n_{\text{e}} n (X^{m+}) q_{ki}^{\text{coll}}$  равна коэффициенту излучения в линии.

Коэффициент  $r_{ki}^{\text{coll}}$  называют также эффективным коэффициентом столкновительного возбуждения в линии  $k \to i$  и обозначают  $q_{ki}^{\text{eff}}$ . Величина  $q_{ki}^{\text{eff}}$  имеет такую же размерность (см<sup>3</sup> с<sup>-1</sup>), как и  $q_{1k}$  — скорость возбуждения электронным ударом верхнего уровня перехода  $k \to i$ .

Наиболее просто определить величину эффективного коэффициента столкновительного возбуждения для простейшего случая двухуровневого атома. Предполагая, что полная концентрация рассматриваемого иона  $n(X^{m+}) = n_1 + n_2$ , где  $n_1$  и  $n_2$  — населённости первого и второго уровней соответственно, и решая уравнение (5.3.2) при пренебрежении рекомбинационным заселением уровней, легко получить следующее соотношение:

$$q_{21}^{\text{eff}} = q_{12} \frac{A_{21}}{A_{21} + n_{\text{e}} q_{21}} \left( 1 + \frac{n_{\text{e}} q_{12}}{A_{21} + n_{\text{e}} q_{21}} \right)^{-1} .$$
 (5.3.7)

При малых значениях  $n_{\rm e}$ , при которых скорости возбуждения  $n_{\rm e}q_{12} \ll A_{21}$  и скорости деактивации  $n_{\rm e}q_{21} \ll A_{21}$ , где  $A_{21}$  — вероятность радиационного перехода  $2 \rightarrow 1$ , эффективный коэффициент возбуждения  $q_{21}^{\rm eff} \approx q_{12}$ . При бо́льших значениях электронной концентрации следует учитывать приведенные в формуле (5.3.7) поправочные множители. Первый из них (вероятность выживания кванта в линии) учитывает гибель фотонов в резонансной линии за счёт деактиваций второго уровня электронным ударом, тогда как второй — уменьшение доли атомов, находящихся на первом уровне с ростом  $n_{\rm e}$  и  $T_{\rm e}$  за счёт ударных возбуждений  $1 \rightarrow 2$ .

В общем случае многоуровневого атома зависимость эффективных коэффициентов столкновительного возбуждения  $q_{ki}^{\text{eff}}$  произвольной линии  $k \to i$  от температуры и электронной концентрации имеет тот же характер, что и для двухуровневого атома, причем вместо скорости возбуждения второго уровня  $q_{12}$  следует использовать  $q_{1k}$  — скорость возбуждения уровня k.

Эффективные коэффициенты столкновительного возбуждения зависят от температуры главным образом через множитель  $q_{1k}$  и являются быстро возрастающими функциями температуры, тогда как их зависимость от  $n_{\rm e}$  является достаточно слабой. Для иллюстрации приведем на Рис. 5.1 зависимость  $q_{ki}^{\rm eff} = q_{ki}^{\rm eff}(T_{\rm e}, n_{\rm e})$  от  $n_{\rm e}$  для мультиплета СІІІ  $\lambda$  1907 ( $2s^{2}$   $^{1}S - 2s2p$   $^{3}P^{\circ}$ ) при  $T_{\rm e} = 10^{4}$  К. Из рисунка видно, что при типичных для туманностей низких электронных концентрациях ( $n_{\rm e} \leq 10^{5}$  K) величина  $q^{\rm eff}(\lambda$ 1907) практически не зависит от  $n_{\rm e}$  в соответствии с формулой (5.3.7).

### 5.4 Селективные механизмы образования линий

Рекомбинационный и столкновительный механизмы являются основными для разреженной астрофизической плазмы и, в частности, для газовых туманностей. Интенсивности большинства линий в спектре определяются именно этими механизмами. Однако ряд линий в спектрах усилен по сравнению с их интенсивностью, определяемой в рамках только этих двух механизмов. Ответственными за такое усиления являются *селективные* механизмы, усиливающие не все, а только определенные линии в спектре.



Рис. 5.1. Эффективный коэффициент столкновительного возбуждения  $q_{ki}^{\text{eff}}(T_{\text{e}}, n_{\text{e}})$ УФ дублета СШІ  $\lambda$  1907 ( $2s^{2} {}^{1}S - 2s2p {}^{3}P^{\circ}$ ) в зависимости от  $n_{\text{e}}$ .

#### 5.4.1 Фотоионизационный механизм

Фотоионизация атомов и ионов может происходить при фотоотрыве не только внешних электронов, но и электронов внутренних электронных оболочек. В этом случае образуется ион более высокой степени ионизации в возбужденном состоянии. В сильном внешнем поле ионизующего излучения линии переходов с этого состояния будут селективно усилены. Схема образования эмиссионных линий фотоионизационным механизмом проиллюстрирована на Рис. 5.2.

Рассмотрим, например, процесс фотоионизации и<br/>она  $O^+$  с отрывом электрона внешней оболочки  $2p^3$ :

$$O^{+}(1s^{2}2s^{2}2p^{3} {}^{4}S^{\circ}) + h\nu \to O^{2+}(1s^{2}2s^{2}2p^{2} {}^{1}D^{1}S) + e.$$
 (5.4.1)

В этом процессе образуется и<br/>он  ${\rm O}^{2+}$  в возбужденных состояниях  $2p^{2}\,{}^1\!D_2$  <br/>и $2p^{2}\,{}^1\!S_0$ . Переходы из состояния  $2p^{2}\,{}^1\!D_2$  вниз на основное состояние<br/> $2p^{2}\,{}^3\!P$  дают линии небулярного дублета ОШ<br/>І $\lambda$ (4959 + 5007) Å , а переходы с состояния<br/>  $2p^{2}\,{}^1\!S_0$  приводят к излучению фотонов в аврораль-

ной линии ОШ  $\lambda$  4363 Å и УФ линиях ОШ  $\lambda$  (2321 + 2331) Å, наблюдаемых в спектре газовых туманностей, оболочек новых звезд и многих других объектов. Оценки показывают, что при  $T_{\rm e} < 7 \cdot 10^3$  K фотоионизационный механизм дает основной вклад в интенсивность линий ОШ  $\lambda$  (4959 + 5007) Å. При бо́льших температурах основной вклад дает возбуждение электронным ударом.



Рис. 5.2. Схема образования эмиссионных линий при фотоотрыве электронов внутренних оболочек.

Используя соотношение (5.1.4), определим эффективный коэффициент возбуждения линии  $k \to i$  в результате фотоионизационного механизма  $r_{ki}^{\text{phi}}$ :

$$4\pi\varepsilon_{ki} = n_{\rm e}n(\mathbf{X})r_{ki}^{\rm phi}h\nu_{ik}\,,\qquad(5.4.2)$$

где  $\varepsilon_{ki}$  — коэффициент излучения в линии  $k \to i$  в результате действия фотоионизационного механизма, n(X) — полная концентрация атома (иона) X,  $h\nu_{ik}$  — энергия перехода.

Пусть в результате фотоионизации атома (иона) X могут образовываться N возбужденных состояний иона X<sup>+</sup> с населённостями  $n_j^+$  (j = 1, ..., N). Уравнения стационарности, определяющие эти населенности, имеют вид:

$$n_k^+ \sum_{j < k} A_{kj} - \sum_{j=k+1}^N n_j^+ A_{jk} = n_1 W B_k^{\text{phi}}, \qquad (5.4.3)$$

где  $B_k^{\text{phi}}$  – скорость фотоионизации атома (иона) X с образованием возбужденного состояния k иона X<sup>+</sup>, W – коэффициент дилюции ионизующего излучения.

Уравнения (5.4.3) имеют тот же вид, что и уравнения (5.2.2) для населённостей уровней при их рекомбинационном заселении с заменой правой части на вектор

$$\{n(\mathbf{X}) \, W \, \mathbf{B}^{\mathrm{phi}}\} = n(\mathbf{X}) \, W \begin{pmatrix} B_1^{\mathrm{phi}} \\ \cdots \\ B_N^{\mathrm{phi}} \end{pmatrix},$$

где величина  $n(X) W B_k^{\text{phi}}$  равна числу актов фотоионизации в 1 см<sup>3</sup> за 1 с с образованием состояния k.

Решение системы уравнений (5.4.3) находится стандартными методами теории рекомбинационных спектров (см. пункт 5.2).

В Табл. 5.1 приведены вклады различных механизмов возбуждения в интенсивность эмиссионных линий ряда ионов, рассчитанные с использованием уравнений (5.4.3) в рамках ионизационной модели газовой туманности [50] со следующими параметрами:  $T_* = 50000 \text{ K} - 3000 \text{ K}$  манности [50] со следующими параметрами:  $T_* = 50000 \text{ K} - 3000 \text{ K}$  манности возбуждающей звезды,  $L_c = 10^{39} \text{ эрг c}^{-3}$  – светимость возбуждающей звезды за лаймановским пределом,  $n_{\rm H} = 10^3 \text{ см}^{-1}$  – концентрация атомов водорода,  $R_1 = 10^{16} \text{ см}$  – внутренний радиус туманности.

Таблица 5.1. Интенсивности эмиссионных линий в модели газовой туманно-

			0111 [00]			
			Вклады различных механизмов			
			в интенсивность линии			
		Полный	Столкно-	Рекомбина-	Фотоиони-	
Ион	$\lambda({ m \AA})$	поток	вительный	ционный	зационный	
HI	4861	100	-	100%	-	
OII	3727	64.5	99.7%	-	0.3%	
CIII	1907	8.8	42%	14%	44%	
CIII	1909	1.6	88%	-	12%	

При столкновениях атомов (ионов) с рентгеновскими квантами ( $h\nu = E \ge 0.1 \,\mathrm{k} \times \mathrm{B}$ ) может произойти отрыв электронов внутренней K ( $1s^2$ ) оболочки. Образующиеся при поглощении рентгеновского кванта автоионизационные состояния либо стабилизируются при испускании рентгеновского  $K_{\alpha}$  кванта, либо происходит автоионизация и формируется возбужденное состояние иона большей кратности ионизации. Механизм образования излучения в линиях при фотоотрыве электронов внутренних оболочек рассмотрен в работе [11].

Для иллюстрации рассмотрим столкновения нейтрального кислорода с квантами рентгеновского излучения с энергией  $h\nu > 0.5$  кэВ. Такие столкновения приводят к ионизации нейтрального кислорода:  $O+h\nu \rightarrow$  $O^+(1s2s^22p^4) + e$  и образованию автоионизационного состояния иона  $O^+$ с вакансией в K оболочке. Эта вакансия может заполняться при безызлучательном переходе  $2p \rightarrow 1s$ , причем избыток энергии идет на удаление электрона 2s или 2p оболочек. Процесс ионизации атома в возбужденном автоионизационном состоянии называется процессом Оже. Для иона O<sup>+</sup> процесс Оже приводит к образованию возбужденных состояний  $1s^22s^22p^2 {}^{1}S$ ,  ${}^{1}D$  или  $1s^22p^4 {}^{1}S$ ,  ${}^{1}D$ ,  ${}^{3}D$  иона O<sup>2+</sup>.

Распад первой группы состояний дает излучение в запрещенных линиях [OIII]  $\lambda\lambda$  4363, 4959, 5007, 2321, 2331 и др. и приводит к увеличению интенсивностей этих линий в спектрах газовых туманностей низкой степени возбуждения. Распад состояний второй группы приводит к излучению в УФ линиях переходов  $2s2p^3 - 2p^4$  с длинами волн в интервале  $\lambda\lambda$  600 – 1150 Å.

Список линий спектров газовых туманностей, в интенсивности которых дает существенный вклад процесс Оже, и соотношения для вычисления эффективных коэффициентов возбуждения уровней даны в статье [11].

В Табл. 5.2 приведены рассчитанные в указанной статье критические значения электронных температур  $T_{\rm kp}$ , такие что при  $T_{\rm e} < T_{\rm kp}$  в формировании линий в спектрах газовых туманностей доминирует возбуждение в результате процесса Оже, а при  $T_{\rm e} > T_{\rm kp}$  преобладает возбуждение электронным ударом.

Таблица 5.2. Критические значения электронных температур T<sub>кр</sub>

Ион	$\lambda(\text{\AA})$	Переход	$T_{\rm \kappa p}$
CIII]*	$1907 {+} 1909$	$2s^2 {}^1S - 2s2p {}^3P^\circ$	7400
CIV	1548	$2s^2S - 2p^2P^\circ$	9500
OVI	1035	$2s^2S - 2p^2P^\circ$	14000
NeVI]	1007	$2p^2P^{\circ} - 2p^2 {}^4P$	11000

\*Знак ] после спектроскопического символа иона означает, что линия (линии) иона является интеркомбинационной

# 5.4.2 Флуоресцентное возбуждение и возбуждение линий при перезарядке

В условиях газовых туманностей атомы и ионы находятся преимущественно в основном состоянии. Если интенсивность поля излучения в частотах линий переходов на основной уровень достаточно велика, то фотовозбуждения основного состояния в значительной степени определяют населенность уровней, связанных с основным состоянием разрешенными переходами. Усиление линий при фотовозбуждениях основного состояния называется *флуоресцентным механизмом* образования линий. Оценки эффективности этого механизма выполнены в [52].

По типу возбуждающего излучения можно разделить флуоресценцию на *нерезонансную* и *резонансную*. При нерезонансной флуоресцен-



Рис. 5.3. Схема образования эмиссионных линий в результате нерезонансной флуоресценции.



Рис. 5.4. Схема уровней иона  ${\rm O}^{2+}$ и средние по мультиплетам длины волн переходов. Сплошными линиями показаны рекомбинационные линии, штриховыми – боуэновские линии, штрих-пунктирными – линии, образуемые при перезарядке  ${\rm O}^{3+}+{\rm H}.$  Показано заселение верхнего уровня боуэновских переходов  $2p3d\,^3P^\circ$ квантами в резонансной линии  ${\rm L}_\alpha$  He<sup>+</sup>. Стрелками отмечены уровни, для которых существенен вклад перезарядки  ${\rm O}^{2+}+{\rm H}\to {\rm O}^{2+}+{\rm H}^+$ в населённости.

ции фотовозбуждения производятся излучением источника ионизующего излучения (центральной звезды туманности) в непрерывном спектре. На Рис. 5.3 показана схема образования эмиссионных линий при флуоресцентном возбуждения. В спектрах газовых туманностей нерезонансная флуоресценция определяет интенсивность линий СП  $\lambda$  (3919+3921) и CIV  $\lambda$  (5801+5812).

Таблица 5.3. Теоретические интенсивности линий  $O^{2+}$ , для которых существенен вклад перезарядки и Боуэновского механизма ( $I^{\text{theor}}$ ), в сравнении с наблюдаемыми в спектре туманности NGC 7662 ( $I^{\text{obs}}$ ) в шкале  $I(\mathcal{H}_{\beta}) = 100$ 

-		$I^{ ext{theor}}$		$I^{\rm obs}$
	Перезарядка	Боуэновский	Суммарная	NGC
$\lambda({ m \AA})$		механизм	интенсивность	7662
3757	0.44	0.04	0.48	$0.8 \pm 0.4$
3774	0.34	0.03	0.37	$0.4 \pm 0.2$
3341	0.15	22	22	$22 \pm 5$
3312	0.09	13	13	$12 \pm 3$
3760	0.8	5.9	6.7	$7\pm2$
3755	0.6	0.8	1.4	$2\pm1$

Нерезонансная флуоресценция действует для всех атомов и ионов с подходящей структурой уровней. В то же время для иона  $O^{2+}$  существует специфический механизм возбуждения уровней — резонансная флуоресценция (боуэновский механизм) [30]. Действие этого механизма основано на близости длин волн резонансной линии HeII  $\lambda$  304Å и линий мультиплета OIII  $2p^2 {}^3P - 2p3d {}^3P^\circ$ . Уровни терма  $2p3d {}^3P^\circ O^{2+}$ заселяются при рекомбинации иона  $O^{3+}$  и последующих каскадных радиационных переходах. Поглощение фотонов в резонансной линии He<sup>+</sup> ионами  $O^{2+}$  в основном состоянии  $2p^2 {}^3P$  приводит к дополнительному заселению уровней  $2p3d {}^3P_{1,2}^\circ$ . Линии переходов с этих уровней и с уровней, связанных с ними каскадными радиационными переходами, оказываются значительно усиленными в спектре астрофизических источников, содержащих достаточно много ионизованного гелия, в частности, в спектрах планетарных туманностей.

Для иллюстрации на Рис. 5.4 представлена схема триплетных термов иона ОШ и отмечены линии, заселяемые боуэновским механизмом. Дополнительным источником возбуждения линий может быть процесс перезарядки. Например, перезарядка  $O^{3+} + H \rightarrow O^{2+}(2p3p^{3}S^{1,3}D) + H^{+} + \Delta E$  происходит с образованием иона  $O^{2+}$  в возбужденных состояниях. Уровни иона  $O^{2+}$ , для которых существенен вклад перезарядки  $O^{3+} + H$ , отмечены на Рис. 5.4 стрелками.

В Табл. 5.3 приведены относительные вклады перезарядки и боуэновского механизма в интенсивности линий O<sup>2+</sup> в спектре яркой туманности NGC 7662, оцененные нами на основании данных работы [43].

# Глава 6

# Излучение астрофизической плазмы

### 6.1 Излучение плазмы низкой плотности

#### 6.1.1 Интенсивности линий в спектрах разреженной плазмы с флуктуациями температуры

Увеличение качества спектральных наблюдений, связанное с запуском телескопа Хаббла и вводом в строй больших телескопов с зеркалами диаметром 8–10 м, привело к открытию крайней неоднородности планетарных туманностей. Однако о том, что туманности сильно неоднородны, исследователи предполагали ещё до получения детальных изображений туманностей с высоким угловым разрешением. Ещё в 50–60-х годах прошлого века для объяснения особенностей спектров туманностей, не согласующихся с моделью однородной плазмы постоянной температуры и плотности, было высказано предположение о существовании мелкомасштабных флуктуаций температуры в туманностях (см., например, [91]) и предложена методика расчёта спектров туманностей с учётом таких флуктуаций.

В работах [16, 66] учтено совместное влияние малых флуктуаций температуры и плотности газа туманностей на их спектры.

Наиболее сильно интенсивности линий в спектрах туманностей зависят от температурных флуктуаций. Энергия, излучаемая туманностью в линии  $k \rightarrow i$  в предположении, что амплитуда флуктуаций температуры в туманности мала, может быть записана в виде:

$$E_{ki} = E_{ki}^0 \left( 1 + \mu_{tt} \, \boldsymbol{\tau}^2 \right) \,, \tag{6.1.1}$$

где энергия  $E_{ki}^0$ , излучаемая однородной туманность с  $T_{\rm e} = T_{\rm e}^0$  определяется выражением (6.3.3), а параметр  $\boldsymbol{\tau}^2$ , характеризующий амплитуду

флуктуаций температуры, равен

$$\boldsymbol{\tau}^{2} = E M_{\rm F}^{-1} \int_{T_{\rm e}^{1}}^{T_{\rm e}^{2}} \left( \frac{T_{\rm e} - T_{\rm e}^{0}}{T_{\rm e}^{0}} \right)^{2} \zeta_{\rm F}(T_{\rm e}) \, dT_{\rm e} \,. \tag{6.1.2}$$

Здесь  $\boldsymbol{\tau}^{\mathbf{2}}$  — единый параметр, а не квадрат величины  $\boldsymbol{\tau}$ . Коэффициент

$$\mu_{tt} = \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 r_{ki}^{\text{eff}}}{\partial T_{\text{e}}^2} (r_{ki}^{\text{eff}})^{-1} T_{\text{e}}^2\right]_{T_{\text{e}} = T_{\text{e}}^0}.$$
(6.1.3)

Применимость формулы (6.1.1) ограничивается предположением о малости величины  $\tau^2$  по сравнению с единицей. Вычисления показали, что малость может в данном случае толковаться очень широко. Даже при значениях  $\tau^2 \approx 0.25$ , соответствующих отклонениям от средней температуры в туманности равным 50%, отличия полных энергий, излучаемых туманностями в линиях видимой и УФ областей спектра, вычисленных по точной формуле (6.3.1) и с помощью приближенного соотношения (6.1.1), не превышают 3-5% [16].

Амплитуда изменения интенсивностей линий, как видно из формулы (6.1.1), определяется не самим параметром  $\tau^2$ , а произведением  $\mu_{tt} \tau^2$ . Из формулы (6.1.3) видно, что абсолютные значения параметра  $\mu$  малы для рекомбинационных линий, а интенсивности рекомбинационных линий слабо зависят от амплитуды флуктуаций  $T_e$  в туманности.



Рис. 6.1. Параметр $\mu_{tt}$ для линий СШ<br/>і $\lambda$ 1907, СШ $\lambda$ 4267 и <br/> Н\_ $\beta$ в функции  $T_{\rm e}$ при  $n_{\rm e}=10^3\,{\rm K}.$ 

В то же время значения  $\mu_{tt}$  могут быть велики для линий, возбуждаемых электронным ударом, так как соответствующие эффективные коэффициенты образования линий экспоненциально быстро растут с ростом электронной температуры в области формирования линий, поэтому интенсивности столкновительных линий могут возрасти в 2 и более раз при

90

переходе от однотемпературной туманности к туманности с той же средней температурой и умеренными значениями параметра  $\tau^2 = 0.02 - 0.06$ .

Сравнение на Рис. 6.1 значений параметра  $\mu_{tt}(T_{\rm e})$  для рекомбинационных линий СП  $\lambda$  4267 и Н<sub> $\beta$ </sub> и возбуждаемой электронным ударом линии СПІ  $\lambda$  1907 подтверждает сделанные выводы.

#### 6.2 Рентгеновские спектры звёзд

Присутствие в спектрах небесных объектов излучения в рентгеновском диапазоне говорит о наличии в них горячей плазмы с температурой  $T > 10^6$  К. Рентгеновская астрономия насчитывает уже свыше 40 лет и добилась за это время впечатляющих результатов.

Для иллюстрации этих достижений на Рис. 6.2 показан спектр звезды солнечного типа — Капеллы, полученный с помощью рентгеновского спутника Эйнштейн [82]. Показаны положения рентгеновских линий ионов O<sup>7+</sup>, Ne<sup>9+</sup>, Fe<sup>16+</sup>, Fe<sup>17+</sup> и Fe<sup>20+</sup>, которые ранее наблюдались в спектре солнечной короны.



Рис. 6.2. Рентгеновский спектр Капеллы в области 5-30 Å. Вертикальные линии — ошибки наблюдения; тонкой сплошной линией и пунктиром показаны теоретические спектры компонентов с температурами 5 · 10<sup>6</sup> K и 10<sup>7</sup> K соответственно; жирная сплошная линия — полный теоретический спектр в двухкомпонентной модели короны [82].

Однако спектральное разрешение и чувствительность рентгеновских телескопов 70-х — начала 90-х годов были малы, поэтому изучение рентгеновских линий в спектрах небесных объектов, за исключением Солнца, было затруднено. Только с конца 90-х годов в связи с запуском рентгеновских спутников Chandra и XMM появилась возможность изучать рентгеновские спектры звезд, галактик и других объектов с высоким для этой области спектра спектральным разрешением  $\lambda/\Delta\lambda \leq 1000$ .

Недавние наблюдения рентгеновских спектров звезд с помощью рентгеновских телескопов этих спутников показали присутствие в спектрах звезд в области от 1 до 100 Å десятков линий высокоионизованных атомов вплоть до Fe<sup>25+</sup> [42, 63, 81, 120]. Высокое спектральное разрешение рентгеновских спектрографов спутников Chandra и XMM позволило детально исследовать профили рентгеновских линий в спектрах звезд.

Для иллюстрации высокого качества спектров на Рис. 6.3 представлен рентгеновский спектр звезды  $\zeta$  Ori спектрального класса O4Ief, полученный на спутнике Chandra.



Рис. 6.3. Рентгеновский спектр звезды  $\zeta$  Ori [120].

При анализе свечения астрофизических объектов в рентгеновском диапазоне используется понятие дифференциальной меры эмиссии, определенной в пункте 1.4.1. Чаще всего дифференциальная мера эмиссии описывается в многокомпонентной модели, в которой предполагается, что излучающая плазма состоит из нескольких компонентов с различными температурами. В этом случае дифференциальная мера эмиссии может быть описана следующим выражением:

$$\zeta(T) = \sum_{k=1}^{N_{\rm comp}} E M^{(k)} \,\delta(T - T^k) \,, \tag{6.2.1}$$

где  $T^k$  — температура k-го компонента плазмы, а  $EM^{(k)}$  — его мера эмиссии,  $N_{\rm comp}$  — число компонентов.

Наблюдения Капеллы, полученные с помощью космической обсерватории Эйнштейн (см. Рис. 6.2), наилучшим образом могут быть описаны в двухкомпонентной корональной модели с температурами компонентов  $T_1 = 5 \cdot 10^6$  К и  $T_2 = 10^7$  К.



Рис. 6.4. Рентгеновский спектр Капеллы в области 20-24 Å по наблюдениям на спутнике XMM [25] (тонкая сплошная линия). Жирной линией показан теоретический спектр звезды, рассчитанный для корональной модели с дифференциальной мерой эмиссии, показанной на Рис. 6.5.

В 2001 гг. были выполнены новые наблюдения Капеллы с использованием рентгеновского телескопа RGS спутника XMM [25]. Был получен спектр высокого разрешения в области  $\lambda\lambda 4 - 40$  Å. Участок спектра звезды в интервале длин волн  $\lambda\lambda 20 - 24$  Å показан на Рис. 6.4. Сравнение с ранее полученным спектром Капеллы (см. Рис. 6.2) показывает, что увеличение разрешающей способности спектрографа, установленного на спутнике XMM, привело к разрешению линий мультиплета 1s-2p иона OVII. Использование линий данного мультиплета для диагностики горячей плазмы в атмосферах звезд описано в пункте 7.2.

Рентгеновский спектр Капеллы может быть описан в многокомпонентной модели горячей плазмы с распределением меры эмиссии (используется определение (1.4.4)), представленным на Рис. 6.5.

#### 6.3 Спектры газовых туманностей

Идеальными объектами для анализа свечения разреженной плазмы являются газовые туманности. В спектрах газовых туманностей наибо-



Рис. 6.5. Распределение дифференциальной меры эмиссии в многокомпонентной модели короны Капеллы по [25].

лее интенсивны возбуждаемые электронным ударом интеркомбинационные и запрещенные линии ионов C, N, O, Ne, Ar и других элементов (столкновительные линии), а также рекомбинационные линии H, He и He<sup>+</sup>. Туманности прозрачны в таких линиях, поэтому полная энергия, излучаемая туманностью в какой-либо рекомбинационной или столкновительной линии  $k \to i$  иона X, равна

$$E_{ki} = h \nu_{ki} \int_{V} n_{\rm e} n_{\rm F} r_{ki}^{\rm eff} dV. \qquad (6.3.1)$$

Здесь  $\nu_{ki}$  — центральная частота линии, V - полный объем газа, излучающего в данной линии,  $n_{\rm F} = n({\rm X_F})$  - концентрация иона  ${\rm X_F}$ , ответственного за образование линии  $k \to i$ , то есть такого, рекомбинация или столкновительное возбуждение которого приводит к излучению фотонов в линии. Для столкновительных линий  ${\rm X_F} \equiv {\rm X}$ , тогда как для рекомбинационных линий  ${\rm X_F} \equiv {\rm X}^+$ . Величина  $r_{ki}^{\rm eff}$  эффективный коэффициент возбуждения линии, определенный соотношением (5.1.4).

Аналогично дифференциальной мере эмиссии плазмы  $\zeta(T_{\rm e})$  можно определить *парциальную дифференциальную меру эмиссии* плазмы  $\zeta_{\rm F}(T_{\rm e})$ с помощью соотношения  $n_{\rm e} n_{\rm F} dV = \zeta_{\rm F}(T_{\rm e}) dT_{\rm e}$ , где dV — дифференциал объема, соответствующий газу с температурой в промежутке  $(T_{\rm e}, T_{\rm e} + dT_{\rm e})$ . Парциальная дифференциальная мера эмиссии определяет долю атомов или ионов при температурах в интервале  $(T_{\rm e}, T_{\rm e} + dT_{\rm e})$ , возбуждение или рекомбинация которых приводит к излучению в линии  $k \to i$  иона X.

Используя определение парциальной дифференциальной меры эмиссии энергию, излучаемую туманностью в линии  $k \to i$ , можно записать в виде

$$E_{ki} = h \,\nu_{ki} \int_{T_{\rm e}^1}^{T_{\rm e}^2} \zeta_{\rm F}(T_{\rm e}) r_{ki}^{\rm eff} \, dT_{\rm e} \,.$$
(6.3.2)

Значения  $T_{\rm e}^1$  и  $T_{\rm e}^2$  — минимальная и максимальная электронные температуры плазмы в туманности.

Полные энергии, излучаемые туманностью в линиях, могут быть использованы для нахождения отношений потоков в соответствующих линиях спектров туманностей. Отношения полных энергий  $E_{ki}/E_{mn}$  равно отношению потоков излучения в этих линиях  $F_{ki}/F_{mn}$ , регистрируемых наземными инструментами. В том случае, когда наблюдается излучение в линиях, приходящее только от части туманности, отношения потоков могут отличаться от отношений соответствующих полных энергий изза эффектов рассеяния излучения на пылинках в туманности. Однако, если ограничиться линиями ионов, формируемых в областях ионизации СШ-V, NIII-IV, ОШ-OVI и т.п., в которых пылинки практически отсутствуют, то этим эффектом можно пренебречь.

В предположении, что коэффициент  $r_{ki}^{\text{eff}}$  относительно мало меняется внутри объема, излучающего в рассматриваемой линии, он может быть заменен значением  $r_{ki}^{\text{eff}}(T_{\rm e}^0, n_{\rm e}^0)$ , взятым при средних по излучающему объему значениях электронной температуры  $T_{\rm e}^0$  и электронной концентрации  $n_{\rm e}^0$  в туманности:

$$E_{ki} \approx E_{ki}^{0} = h \,\nu_{ki} \, r_{ki}^{\text{eff}}(T_{e}^{0}, n_{e}^{0}) \int_{V} n_{e} n_{F} \, dV \approx$$
  
 
$$\approx h \,\nu_{ki} \, r_{ki}^{\text{eff}}(T_{e}^{0}, n_{e}^{0}) \, n_{e}^{0} \, N_{F} \,, \qquad (6.3.3)$$

где N<sub>F</sub> - полное число ионов X<sub>F</sub> в излучающем объеме. Величина

$$T_{\rm e}^{0} = E M_{\rm F}^{-1} \int_{V} T_{\rm e} \, n_{\rm e} \, n_{\rm F} \, dV = E M_{\rm F}^{-1} \int_{T_{\rm e}^{1}}^{T_{\rm e}^{2}} T_{\rm e} \, \zeta_{\rm F}(T_{\rm e}) dT_{\rm e} \,. \tag{6.3.4}$$

Полная парциальная мера эмиссии плазмы

$$EM_{\rm F} = \int_{V} n_{\rm e} n_{\rm F} \, dV = \int_{T_{\rm e}^1}^{T_{\rm e}^2} \zeta_{\rm F}(T_{\rm e}) dT_{\rm e} \approx n_{\rm e}^0 N_{\rm F} \,. \tag{6.3.5}$$

#### 6.4 Функция высвечивания плазмы

Скорость охлаждения плазмы L равна энергии, излучаемой единичным объемом среды за единицу времени, и зависит от кинетической температуры среды T (которую мы полагаем равной электронной температуре  $T_{\rm e}$ ) и полной концентрации частиц в среде n, а также от интенсивности источников нагрева и ионизации среды. Для разреженной плазмы скорость охлаждения среды можно выразить через произведение квадрата концентрации частиц  $n^2$  на величину  $\Lambda$  — функцию высвечивания:  $L = \Lambda n^2$ . В стационарной или квазистационарной разреженной однотемпературной плазме функция высвечивания зависит только от температуры плазмы и ее химического состава и практически не зависит от полной концентрации частиц. Одной из первых публикаций, в которых была рассчитана функция высвечивания, была работа [4]. Расчёты проведены для условий, существующих в оболочке новой звезды, в предположении, что потери энергии определяются излучением наиболее распространенных в космосе химических элементов: H, He и O.

В дальнейшем функция высвечивания неоднократно перевычислялась, причем в расчётах учитывалось все большее число элементов и линий, а сами расчёты выполнялись для более широкого интервала кинетических температур. Одним из наиболее полных исследований функции охлаждения явилась работа [111], в которой выполнены расчёты для большого набора значений содержания элементов и для температур вплоть до  $3 \cdot 10^8$  К. Наиболее удивительным результатом выполненных до настоящего времени расчётов функции охлаждения оказалась стабильность её общей формы. Увеличение числа атомов и рассматриваемых переходов хотя и уточняет саму функцию высвечивания, но не меняет общий вид её зависимости от температуры, полученный ещё в [4].

Функция высвечивания может быть представлена в виде:

$$\Lambda = \sum_{ij} x_{ij} \lambda_{ij} = \sum_{ij} x_{ij} (\lambda_{ij}^{\text{line}} + \lambda_{ij}^{\text{cont}}), \qquad (6.4.1)$$

где  $x_{ij}$  — парциальное содержание иона  $X_i^{j+}$  элемента с номером *i* в стадии ионизации *j*, определяемое решением системы уравнений ионизационного равновесия (4.1.1),  $\lambda_{ij}$  — парциальная функция высвечивания этого иона, а  $\lambda_{ij}^{line}$  и  $\lambda_{ij}^{cont}$  — вклады в нее за счет излучения в линиях и континууме соответственно.

Основной вклад в функцию высвечивания вносит излучение в линиях, контролируемых столкновениями с электронами. Линии, формируемые другими механизмами, дают малый вклад в функцию высвечивания. Парциальная функция высвечивания в линиях иона  $X_i^{j+}$ 

$$\lambda_{ij}^{\text{line}} = \sum_{m,n} \lambda_{ij}^{n \to m} \,, \tag{6.4.2}$$

выражается через скорости высвечивания в линиях  $\lambda_{ij}^{n \to m}$ , а суммирование распространяется на линии  $n \to m$  всех переходов иона  $X_i^{j+}$ , дающих вклад в функцию высвечивания. Коэффициент излучения в линии  $n \to m$  согласно (1.4.3) выражается через излучательную способность плазмы в линии  $G_{ij}^{n \to m}(T, n)$ :

$$\varepsilon_{nm}(\mathbf{X}_i^{j+}) = n^2 G_{ij}^{n \to m}(T, n) , \qquad (6.4.3)$$

и определяется при решении уравнений стационарности для уровней иона (см. пункт 5.3). Используя соотношение (6.4.3) и определение двойной дифференциальной меры эмиссии  $\xi(T, n)$  в формуле (1.4.12) можно

представить парциальную функцию высвечивания в линии  $n \to m$  следующим выражением:

$$\lambda_{ij}^{n \to m} = E M^{-1} \int_{T^1}^{T^2} \int_{n^1}^{n^2} G_{ij}^{n \to m}(T, n) \,\xi(T, n) \,dT dn \,, \tag{6.4.4}$$

где пределы изменения T и n определяются, как и в формуле (1.4.12),  $\xi(T,n)$  — дифференциальная, а EM — полная меры эмиссии плазмы.

#### 6.4.1 Стационарная функция высвечивания

Рассчитанная в работе [17] стационарная функция высвечивания в интервале температур  $5 \cdot 10^3 \text{ K} - 10^8 \text{ K}$  для однородной плазмы с солнечным содержанием [53] восьми наиболее распространенных в космосе элементов: H, He, C, N, O, Ne, Mg и Fe приведена на Рис. 6.6 (вверху) в сравнении с результатами расчета в работах [8, 75].

Парциальные функции охлаждения для излучения в континууме рассчитаны по формулам, приведенным в работе [17]. Относительные вклады различных элементов в парциальные функции высвечивания в линиях ионов He, C, N и O также показаны на Рис. 6.6 (внизу). Приведены также вклады в полную функцию высвечивания процессов охлаждения при свободно-свободных и свободно-связанных переходах (ff+fb).

На Рис. 6.6 (внизу) представлены результаты расчетов функции высвечивания плазмы с аномально высокими содержаниями Не и CNO элементов, характерными для звёзд типа Вольфа-Райе (WR). В расчётах использовано типичное содержание этих элементов для звёзд подтипа WC [57] и солнечное содержание остальных элементов. Вычисления показали значительное (на 1-2 порядка) увеличение функции охлаждения в интервале температур  $T_{\rm e} = (3 \div 10) \cdot 10^4$  K по сравнению с функцией высвечивания для солнечного содержания элементов, хорошо заметное на Рис. 6.6. При более высоких температурах ( $T_{\rm e} > 10^6$  K) функции высвечивания для плазмы с солнечным содержанием элементов и типичным для звёзд подтипа WN практически совпадают, тогда как функция высвечивания для содержания Не, С, N и O, характерного для звёзд подтипа WC, превышает их на порядок величины.

Выполненные в работе [17] расчёты показали, что важный вклад в скорость охлаждения плазмы дает процесс диэлектронной рекомбинации. Роль диэлектронной рекомбинации в охлаждении плазмы с солнечным химическим составом пренебрежимо мала, тогда как для содержания CNO элементов, характерного для звезд типа WR, роль этого процесса становится, как видно из Рис. 6.6, заметной и его следует учитывать при расчёте функции охлаждения. При расчете вклада диэлектронной рекомбинации в скорость высвечивания была использована



Рис. 6.6. Вверху: функция высвечивания, рассчитанная в [17] в (эрг см<sup>3</sup> с<sup>-1</sup>) для солнечного химического состава [53]. Показаны парциальные функции высвечивания. Пунктирная линия с треугольниками – вклад в функцию высвечивания охлаждения при диэлектронной рекомбинации (DR), К93 – функция высвечивания, вычисленная в [8], LL99 – расчеты в [75]. Внизу: то же, что и на верхнем рисунке, но для содержания элементов в атмосферах звезд типа WC [57].

модифицированная формула Берджеса (3.5.5) аппроксимаций скорости диэлектронной рекомбинации, данные в [163].

При расчетах функции высвечивания обычно предполагается однородность охлаждающейся плазмы. Как показано в работе [17], присутствие в среде флуктуаций температуры очень сильно изменяет коэффициенты излучения в линиях, а тем самым и функцию высвечивания.

#### 6.4.2 Нестационарная функция высвечивания

В ряде случаев процесс высвечивания астрофизической плазмы может быть нестационарным. Например, это имеет место, когда вещество остывает при высвечивании после прохождения по среде ударной волны, например, в результате вспышек сверхновых звёзд. В этом случае, как было отмечено в работе [61], ионизационное равновесие элементов при температурах  $T \ge 10^5$  K не успевает подстраиваться под изменения температуры. Расчеты функции высвечивания в работах [8, 111] показали, что нестационарная функция высвечивания может быть примерно в два раза ниже стационарной в области температур  $T \approx 10^5$  K.

# Глава 7

# Диагностика однородной плазмы

### 7.1 Элементарные методы диагностики

Элементарные методы применяются при анализе свечения однородной или почти однородной плазмы. Под однородной плазмой мы понимаем плазму с постоянными по всему ее объему значениями температуры и плотности, равными, соответственно, средней температуре  $\overline{T}$  и средней плотности  $\overline{n}$ . В этом случае набор параметров { $\mathcal{P}$ }, описывающих состояние плазмы, включает в себя только относительные содержания элементов и параметры  $\overline{T}$  и  $\overline{n}$ . Методика нахождения параметров однородной плазмы, описывающих наблюдаемые спектры газовых туманностей и других объектов, изложена в книгах [143, 145].

Для определения электронной температуры разреженной астрофизической плазмы часто используются отношения линий переходов между уровнями атомов и ионов, имеющих основные конфигурации  $np^2$  или  $np^4$ , где n = 2 - 4. Для выяснения того, как зависят интенсивности линий переходов между уровнями данной конфигурации от  $n_e$  и  $T_e$ , можно рассмотреть простейшую модель атома, включающую 3 уровня:  ${}^{3}P$ ,  ${}^{1}D$  и  ${}^{1}S$ , при этом подуровни основного терма  ${}^{3}P$  рассматриваются как единый уровень (см. схему уровней иона  $O^{2+}$  на Рис. 3.2).

Используем решение уравнений баланса (5.3.4) для для трехуровенного атома, приведенное в [149]. В пределе малых значений  $n_{\rm e} \ll A_{21}/q_{21}$ отношение интенсивностей линий 2  $\rightarrow$  1 и 3  $\rightarrow$  2 описывается следующей формулой:

$$\frac{I_{21}}{I_{32}} = \frac{\nu_{12}}{\nu_{23}} \left[ 1 + \frac{q_{12}}{q_{13}} \left( 1 + \frac{A_{31}}{A_{32}} \right) \right] \,. \tag{7.1.1}$$

Используя соотношение (3.2.3) для скорости возбуждения электронным ударом, представим величину  $R = I_{21}/I_{32}$  в виде:

$$I_{21}/I_{32} = A_0 + B_0 e^{h\nu_{23}/T_{\rm e}}, \qquad (7.1.2)$$

где параметры  $A_0 = \nu_{12}/\nu_{23}, B_0 = (1 + A_{31}/A_{32}) (\nu_{12}/\nu_{23}) (\Upsilon_{12}/\Upsilon_{13}),$ а  $h\nu_{23}$  — разность энергий уровней 2 и 3.

Чаще всего для определения температуры применяют отношение интенсивностей небулярных линий [OIII]  $\lambda 4959 + 5007$  Å и авроральной линии [OIII]  $\lambda 4363$  Å. Взяв силы столкновения, данные в каталоге [158], и отношение  $A_{31}/A_{32} = 0.15$ , найдем, что в случае иона O<sup>2+</sup> при  $T_{\rm e} = 10^4$  K:

$$I_{21}/I_{32} = \frac{I(4959\,\text{\AA}) + I(5007\,\text{\AA})}{I(4363\,\text{\AA})} = 0.9 + 7.9\,e^{32970/T_{\text{e}}}\,,\tag{7.1.3}$$

Зависимость коэффициента перед экспоненциальным множителем от температуры весьма слабая. При  $T_e = 1.5 \cdot 10^4 \,\mathrm{K}$  он равен 7.7, при  $T_e = 2.0 \cdot 10^4 \,\mathrm{K} - 7.6$ .

Определения электронных концентраций астрофизических объектов выполняются обычно исходя из анализа отношения интенсивностей линий  $I_{21}/I_{31}$  с близко расположенными верхними уровнями с разностью энергий  $\Delta E_{23}/kT_{\rm e} \ll 1$ . К таковым относятся линии [NI]  $\lambda$  5202/5199, линии [OII]  $\lambda$  3729/3736, [SII]  $\lambda$  6731/6717 и линии других ионов, соответствующие переходам с дублетных уровней  $^{2}D_{5/2}$  и  $^{2}D_{3/2}$  конфигураций  $np^{3}$  с n = 2 - 4.

В силу малости величины  $\Delta E_{23}$  вероятность перехода  $A_{32} \ll A_{31}$ , что означает, что атомы в возбужденном состоянии 3 переходят, преимущественно, на основной уровень 1. Из этого следует, что при малых значениях  $n_{\rm e}$  заселение уровней 2 и 3 можно рассматривать независимо, используя для определения эффективных коэффициентов возбуждения в линии формулу (5.3.7).

Тогда отношение интенсивностей линий в предположении, что отношение энергий переходов  $h\nu_{12}/h\nu_{13} = 1$  и при справедливости условий  $n_{\rm e}q_{12} \ll A_{21}$  и  $n_{\rm e}q_{13} \ll A_{31}$ , равно

$$\frac{I_{21}}{I_{31}} = \frac{q_{21}^{\text{eff}} \cdot h\nu_{12}}{q_{21}^{\text{eff}} h\nu_{13}} = \left(\frac{g_2 \, q_{21}}{g_3 \, q_{31}}\right) \times \frac{1 + n_{\text{e}} q_{31} / A_{31}}{1 + n_{\text{e}} q_{21} / A_{21}}.$$
(7.1.4)

Используя соотношения (3.2.3) и (3.2.5), получим:

$$R = \frac{I_{21}}{I_{31}} \approx R_0 \frac{1 + \left(n_{\rm e}/n_{\rm e}^{(1)}\right) \left(T_{\rm e}/10^4\right)^{-1/2}}{1 + \left(n_{\rm e}/n_{\rm e}^{(2)}\right) \left(T_{\rm e}/10^4\right)^{-1/2}}.$$
(7.1.5)

Здесь  $R_0 = (\Upsilon_{12}/\Upsilon_{13})$  — предельное значение отношения  $I_{21}/I_{31}$  при малых значениях  $n_{\rm e}$ . При предположении справедливости *LS*-связи для уровней конфигурации  $np^3$ , которое практически всегда выполняется, силы столкновений компонентов  ${}^{2}D_{J} \rightarrow {}^{4}S_{3/2}$  дублета  ${}^{2}D \rightarrow {}^{4}S$  пропорциональны статистическим весам верхних уровня  ${}^{2}D_{J}$ :

$$\Omega_{ij}(J) = \frac{2J+1}{(2L+1)(2S+1)} \Omega_{ij} \,. \tag{7.1.6}$$

#### 7.1. Элементарные методы диагностики

где для дублета  ${}^{2}D \rightarrow {}^{4}S J = 5/2$ , 3/2, L = 2 и S = 1/2, тогда отношение сил столкновений  $\Omega({}^{2}D_{5/2} \rightarrow {}^{4}S_{3/2})/\Omega({}^{2}D_{3/2} \rightarrow {}^{4}S_{3/2}) = (5/2)/(3/2) = 1.5$ . Это означает, что отношение  $R_0 = 1.5$  в случае, если уровень  ${}^{2}D_{5/2}$  лежит ниже уровня  ${}^{2}D_{3/2}$ . В обратном случае  $R_0 = 2/3$ .

Концентрация  $n_{\rm e}^{(1)} = 10^2 g_3 A_{31}/(A_0 \Upsilon_{13})$ , а  $n_{\rm e}^{(2)} = 10^2 g_2 A_{21}/(A_0 \Upsilon_{12})$ . Учитывая слабую зависимость эффективных сил столкновений от  $T_{\rm e}$ , можно считать концентрации  $n_{\rm e}^{(1)}$  и  $n_{\rm e}^{(2)}$  не зависящими от электронной температуры. Пусть  $n_{\rm e}^{\rm min} = \min\left(n_{\rm e}^{(1)}, n_{\rm e}^{(2)}\right)$  а  $n_{\rm e}^{\rm max} = \max\left(n_{\rm e}^{(1)}, n_{\rm e}^{(2)}\right)$ , тогда при  $n_{\rm e} \ll n_{\rm e}^{\rm min}$  отношение  $R \approx R_0$ , а при  $n_{\rm e} \gg n_{\rm e}^{\rm max}$  отношение  $R \approx R_{\infty} = g_3 A_{21}/g_2 A_{31}$ , что очевидно, так как при высоких электронных концентрациях населенности уровней больцмановские, а отношение  $n_2/n_3 = g_2/g_3 \exp(\Delta E_{23}/kT_e) \approx g_2/g_3$ .

Используя вероятности переходов, приведенные в статье [62], можно найти, что отношение  $R_{\infty}$  меняется в интервале 0.01 — 0.6, причем с ростом степени ионизации величина  $R_{\infty}$  уменьшается.

В интервале  $\approx 0.5 n_{\rm e}^{\rm min} < n_{\rm e} < n_{\rm e}^{\rm max}$  отношение R чувствительно к электронной концентрации и может использоваться для ее определения.

Сказанное выше иллюстрируется на Рис. 7.1 (слева), на котором дано отношение интенсивностей линий запрещенного дублета [OII] в зависимости от  $n_{\rm e}$  по [110]. Силы столкновений переходов иона O<sup>+</sup> в цитированной работе были взяты из [97].

Для определения значения  $n_{\rm e}$  удобно также использовать интенсивности ИК линий тонкой структуры иона  $O^{2+}$  и ионов других элементов. Зависимость от электронной концентрации отношения интенсивностей линий ОШІ  $\lambda$  52 мкм и ОШІ  $\lambda$  88 мкм согласно [78] показана на Рис. 7.1 (справа).

При получении интенсивностей линий нескольких ионов можно одновременно определить значения  $n_e$  и  $T_e$ , что иллюстрируется на Рис. 7.2. По осям графика отложены значения  $n_e$  и  $T_e$ , а кривые на графике показывают, при каких значениях  $T_e$  и  $n_e$  отношение интенсивностей указанных на рисунке линий равно полученному по наблюдаемым интенсивностям линий в спектре планетарной туманности NGC 7026. Если  $n_e$  и  $T_e$  постоянны в излучающей плазме, то все кривые должны пересекаться в одной точке. Реально, в силу неоднородности туманностей, существует значительный разброс значений  $T_e$  и  $n_e$ , поэтому данный метод позволяет получить только оценочные значения  $T_e$  и  $n_e$ .



Рис. 7.1. слева: отношение интенсивностей линий O<sup>+</sup> согласно [110] в зависимости от  $n_{\rm e}$  для  $T_{\rm e} = 10000$  К. Пунктир — расчет с вероятностями переходов из [172], сплошная линия — из работы [173]; справа: отношение интенсивностей ИК линий O<sup>2+</sup>, в функции  $n_{\rm e}$  по [78]. Пунктир —  $T_{\rm e} = 5000$  К, сплошная линия —  $T_{\rm e} = 10000$  К, точечная линия —  $T_{\rm e} = 15000$  К.



Рис. 7.2. Совместное определение электронной концентрации  $n_{\rm e}$  и электронной температуры  $T_{\rm e}$  для туманности NGC 7026 по [143].

## 7.2 Диагностика горячей плазмы по рентгеновским линиям гелиеподобных ионов

Рентгеновское излучение используется для диагностики горячей плазмы корон Солнца и звезд и других астрофизических объектов. Определение параметров горячей плазмы во многих из этих объектов основывается на анализе относительных интенсивностей запрещенных (f), интеркомбинационных (i) и резонансных (r) линий Не-подобных ионов C, N, O, Si, Mg и других элементов (fir ratio) [120].



Рис. 7.3. Схема триплетных уровней Не-подобных ионов по [171]

Схема уровней гелиеподобных ионов и указанные выше типы переходов показаны на Рис. 7.3. В табл. 7.1 приведены энергии низколежащих уровней многозарядных гелиеподобных ионов согласно [159].

ниже уровня 132р 1 2.						
	$E/10^4  { m cm}^{-1}$					
Ион	$1s2s  {}^{3}S_{1}$	$1s2p^{3}P_{0}$	$1s2p{}^{3}P_{1}$	$1s2p{}^{3}P_{2}$	$1s2s  {}^{1}S_{0}$	$1s2p  {}^{1}P_{1}$
$C^{4+}$	241.127	245.516	245.517	245.529	245.501	248.337
$N^{5+}$	338.589	343.830	343.832	343.861	343.930	347.379
$O^{6+}$	452.464	458.562	458.568	458.624	458.850	462.920
$Ne^{8+}$	730.205	738.032	738.062	738.217	738.260	743.660
$Mg^{10+}$	1073.64	1083.25	1083.31	1083.66	1083.90	1090.69
$Si^{12+}$	1483.67	1495.05	1495.23	1495.94	1495.95	1504.28
$S^{14+}$	1960.2	1973.4	1973.8	1974.6	1975.1	1984.6
$Ca^{18+}$	3114.5	3131.6	3132.4	3135.9	3133.1	3147.7
$\mathrm{Fe}^{24+}$	5353	5376	5378	5390	5378	5404

Таблица 7.1. Энергии низколежащих уровней Не-подобных ионов. Полужирное начертание энергии уровня 1s2s  ${}^{1}S_{0}$  указывает, что данный уровень лежит

Длины волн рентгеновских линий переходов между нижними уровнями гелиеподобных ионов, рассчитанные по энергиям уровней, данным в табл. 7.1, приведены в табл. 7.2. Следуя традиции, уровни HeI обозначены соответственно:  $1s^{2} {}^{1}S_{0} \equiv 1 {}^{1}S_{0}, 1s2s {}^{1}S_{J} \equiv 2 {}^{1}S_{J}, 1s2s {}^{3}S_{J} \equiv 2 {}^{3}S_{J},$  $1s2p {}^{1}P_{J} \equiv 2 {}^{3}P_{J}$  и  $1s2p {}^{3}P_{J} \equiv 2 {}^{3}P_{J}$ . В той же таблице даны вероятности переходов всех рассматриваемых линий согласно [159].

Отношения интенсивностей рентгеновских линий гелиеподобных ионов могут быть использованы для определения характеристик излучающей плазмы. На Рис. 7.4 (слева) показана зависимость отношения  $\mathcal{R} = f/i$  от

Таблица 7.2. Длины волн (в Å, верхнее число, выделено **полужирным** начертанием) и вероятности переходов (в с<sup>-1</sup>, нижнее число) для линий запрещенных, интеркомбинационных и разрешенных переходов между низколежащими уровнями Не-подобных ионов. В последней колонке даны интервалы длин волн линий (в Å) разрешенных переходов  $1s2s^3S - 1s2p^3P$ .

Тип линии	f		i	r	фотовозбуждение	
Переход	$1^1S_0 \leftarrow 2^3S_1$	$1^1S_0 \leftarrow 2^3P_1$	$1^1S_0 \leftarrow 2^3P_2$	$1^1S_0 \leftarrow 2^1P_1$	$2^{3}S_{1} \leftarrow 2^{3}P_{J}$	
CV	41.472	40.730	40.728	40.268	2271 - 2278	
	49	2.83E7	2.6E4	8.87E11		
NVI	29.534	29.084	29.082	28.787	1897 - 1908	
	250	1.4E8	1.0E5	1.81E12		
OVII	22.101	21.807	21.804	21.602	1623 - 1640	
	1.0E3	5.52E8	3.3E5	3.31E12		
NeIX	13.697	13.549	13.546	13.447	1248 - 1278	
	1.1E4	5.4E9	2.3E6	8.88E12		
MgXI	9.314	9.231	9.228	9.169	997 - 1041	
	7.3E5	3.4E10	1.1E7	1.95E13		
SiXIII	6.740	6.688	6.685	6.648	815 - 879	
	3.6E5	1.6E11	3.9E7	3.77E13		
SXV	5.102	5.066	5.064	5.039	670 - 760	
	1.4E6	5.8E11	1.2E8	6.61E13		
CaXIX	3.211	3.192	3.189	3.177	470 - 580	
	1.4E7	4.82E12	7.6E8	1.65E14		
FeXXV	1.868	1.859	1.855	1.850	270 - 430	
	2.1E8	4.3E13	6.6E9	4.60E14		

электронной концентрации плазмы. Указанное отношение может быть использовано для определения электронной концентрации плазмы при  $10^{13} \,\mathrm{cm}^{-3} \leqslant n_{\mathrm{e}} \leqslant 10^{16} \,\mathrm{cm}^{-3}$ . Отношение  $\mathcal{G} = (f+i)/r$  (Рис. 7.4, справа) чувствительно к значению электронной температуры  $T_{\mathrm{e}}$  и может быть использовано для её определения.

Результаты анализа линий гелиеподобных ионов в спектрах звезд показали, что интенсивность запрещенных линий (и отношение f/i) в спектрах горячих звёзд спектральных классов О и В существенно меньше, чем ожидалось бы при предположении, что плотность горячего газа в атмосферах звёзд, формирующего рентгеновское излучение, близка к плотности окружающих горячий газ более холодных областей атмосферы [42, 63, 81, 120]. На Рис. 7.5 приведены профили рентгеновских линий гелиеподобного иона OVI в спектре звезды солнечного типа Капеллы (G5IIIe) и затменной двойной звезды  $\beta$  Per (Algol, B8V). Видно, что в спектре  $\beta$  Per интенсивность запрещенной линии  $1^{1}S_{0} \leftarrow 2^{3}S_{1}$  сравнима с интенсивностью интеркомбинационного дублета  $1^{1}S_{0} \leftarrow 2^{3}P_{J}$ . В то же время при плотностях газа, характерных для атмосфер звёзд спектрального класса В, запрещенная линия должна быть значительно сильнее в спектре звезды, чем интеркомбинационная.

Для объяснения такого необычного поведения интенсивностей рент-



Рис. 7.4. Отношение  $\mathcal{R} = f/i$  линий гелиеподобного иона S<sup>14+</sup> (слева) в зависимости от  $n_{\rm e}$  по [27]. Отношение  $\mathcal{G} = (f+i)/r$  для иона O<sup>6+</sup> в зависимости от  $T_{\rm e}$  (справа) по [45].

геновских линий в спектрах звёзд ранних спектральных классов следует предположить, что либо плотность плазмы в области формирования рентгеновских линий очень высока ( $n_e \ge 10^{14} \,\mathrm{cm}^3$ ), либо существует какой-то селективный механизм уменьшения населённости уровня  $2^3S_1$ .

Первое предположение считается маловероятным, хотя в работе [2] отмечена возможность образования горячего плотного газа в неоднородных атмосферах горячих звёзд при столкновениях неоднородностей в ветрах двойных O+O или O+WR звёзд.

Вторая возможность считается более реальной. Предполагается, что ультрафиолетовое излучение звезды в линиях разрешённого УФ мультиплета  $2^{3}S \rightarrow 2^{3}P$  приводит к уменьшению населённости уровня  $2^{3}S_{1}$  и уменьшению интенсивности запрещённой линии  $1^{1}S_{0} \leftarrow 2^{3}S_{1}$ .

При учете указанного процесса величина

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_0 \, \frac{1}{1 + \phi/\phi_{\rm c} + n_{\rm e}/n_{\rm c}} \,, \tag{7.2.1}$$

где  $\mathcal{R}_0$  — значение отношения  $\mathcal{R}$ , полученное без учета дополнительных механизмов опустошения уровня  $2^{3}S$ ,  $\phi$  — скорость фотовозбуждения  $2^{3}S \rightarrow 2^{3}P$ ,  $\phi_{c}$  — критическое значение скорости  $\phi$ , при которой фотовозбуждения уменьшают в два раза величину  $\mathcal{R}$ ,  $n_{c}$  — критическое значение электронной концентрации, определенное таким же образом, как и величина  $\phi_{c}$ . Из рисунка 7.4 видно, что для  $S^{14+}$  значение  $n_{c} \approx 10^{14}$  см<sup>-3</sup>. С ростом заряда ядра растет и значение  $n_{c}$ . Согласно, например, [27] для Fe<sup>24+</sup> значение  $n_{c} \approx 5 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>. Критические значения  $n_{c}$  для других ионов можно найти в работе [77].

Описанный выше эффект радиационного опустошения уровня  $2^3S$  в атмосфере звезды  $\zeta$  Ori O9.7Ib исследован в работе [120]. На рисунке 7.6



Рис. 7.5. Профили линий гелиеподобного иона O<sup>6+</sup> в спектрах Капеллы (G5IIIe) и затменной двойной  $\beta$  Per (B8V) по наблюдениям на спутнике Chandra [171]. Отмечены положения резонансных (r), интеркомбинационной (i) и запрещенной (f) линий переходов 1s - 2s и 1s - 2p (см. табл. 7.2).

показана зависимость отношения f/i от расстояния r до центра звезды с учетом фотовозбуждений в линиях УФ мультиплета от  $2^{3}S \rightarrow 2^{3}P$  [120].



Рис. 7.6. Зависимость отношения f/i от ne и расстояния излучающей в данной линии области плазмы до центра звезды по [120].

Толстыми жирными линиями выделена область наблюдаемых значение отношения f/i для линий ионов  $O^{6+}$ ,  $Ne^{8+}$ ,  $Mg^{11+}$  и  $Si^{12+}$ . Из рисунка видно, что учет эффекта фотовозбуждения  $2 {}^{3}S \rightarrow 2 {}^{3}P$  позволяет согласовать наблюдаемые и теоретические значения f/i при предположении, что горячий газ в атмосфере звезды, нагретый до  $\approx 10^{7}$  K, может формироваться вблизи фотосферы звезды.

## Глава 8

# Диагностика неоднородной плазмы

#### 8.1 Неоднородная плазма

Наиболее простой и чаще всего случающийся тип неоднородности — температурно неоднородная плазма. Если отклонения температуры  $|T(\mathbf{r}) - \overline{T}| \ll \overline{T}$ , где  $\mathbf{r}$  — произвольная точка в объеме плазмы,  $\overline{T}$  — средняя температура туманности, то эти отклонения можно рассматривать как малые флуктуации и использовать для расчета потоков излучения в линиях и континууме методику, рассмотренную в пункте 6.3.

Для полного описания излучательных свойств плазмы достаточно добавить в список параметров модели излучающей плазмы величину  $\tau^2$ , характеризующую амплитуду флуктуаций  $T_{\rm e}$ . Результаты использования методики поиска оптимальных параметров для плазмы с малыми амплитудами флуктуаций  $T_{\rm e}$  описаны в работе [66].

Более сложный случай представляет диагностика плазмы с флуктуациями как температуры, так и концентрации атомов. Этот тип неоднородности проанализирован в работе [16].

Если же отклонения температуры и плотности от их средних значений нельзя полагать малыми, то необходимо рассматривать реальные распределения дифференциальной меры эмиссии по объему плазмы. В этом случае набор параметров, описывающих состояние плазмы, необходимо дополнить параметрами, описывающими распределение дифференциальной меры эмиссии. Подобный подход к задаче диагностики неоднородной плазмы описан в работе [60].

## 8.2 Методика диагностики плазмы с флуктуациями температуры

Методика диагностики состоит их двух частей. Первая из них — построение модели излучающей плазмы — зависит от конкретного исследуемого объекта и рассматривалась в параграфах 6.2 и 6.3. Предположим, поэтому, что модель изучаемого объекта уже выбрана, и она описывается набором параметров { $\mathcal{P}$ }.

Обычно можно предположить, что каждое отдельное измерение из совокупностей наблюдаемых потоков  $\{F_l^{obs}\}$  является независимой случайной величиной, описываемой своей собственной плотностью функции распределения  $P_l(F_l)$ , определенной таким образом, что  $P_l(F_l)dF_l$  — вероятность того, что измеренный поток в линии будет находится в интервале  $(F_l, F_l + dF_l)$ . Плотность функции распределения всей совокупности наблюдаемых потоков является в случае независимости случайных величин  $F_l$  является произведением индивидуальных функций  $P_l(F_l)$ :

$$P(\{\mathcal{P}\}) = P(F_1, F_2, \dots, F_{\mathcal{N}}) = P(F_1)P(F_2)\dots P(F_{\mathcal{N}}).$$
(8.2.1)

Для нахождения оптимальных величин параметров будем использовать принцип максимального правдоподобия [128], а в качестве функции правдоподобия – функцию (8.2.1). В этом случае оптимальным набором параметров  $\{\mathcal{P}\}^{opt}$  плазмы является тот, для которого функция правдоподобия достигает максимума:

$$P(F_1(\{\mathcal{P}\}^{opt}), F_2(\{\mathcal{P}\}^{opt}), ..., F_{\mathcal{N}}(\{\mathcal{P}\}^{opt})) = \max .$$
 (8.2.2)

Здесь  $F_l(\{\mathcal{P}\})$  — рассчитанные потоки в линии l для набора параметров модели  $\{\mathcal{P}\}$ .

Возможен и другой способ построения функции правдоподобия с использованием не плотностей функций распределения, а квантилей распределения

$$Q_m(F_l) = P(|F_l - F_l^{\text{obs}}| \ge |F_l^{\text{calc}} - F_l^{\text{obs}}|).$$
(8.2.3)

где  $F_l^{\text{calc}}$  — рассчитанный в принятой модели поток излучения в линии l. В этом случае функция правдоподобия представляем в виде произведения

$$Q(F_1, F_2, ..., F_N) = Q(F_1)Q(F_2)...Q(F_N)$$

и принцип максимального правдоподобия выражается так:

$$Q(F_1(\{\mathcal{P}\}^{\text{opt}}), F_2(\{\mathcal{P}\}^{\text{opt}}), \dots, F_{\mathcal{N}}(\{\mathcal{P}\}^{\text{opt}}) = \max .$$
 (8.2.4)

Предположим, основываясь на анализе распределения ошибок измерения потоков в линиях спектров газовых туманностей [103, 104], что
#### 8.2. Методика диагностики плазмы с флуктуациями температуры 109

в большинстве случаев для функции распределения потоков можно использовать либо нормальный закон:

$$P^{\rm N}(F) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma^{\rm N}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{F^{\rm obs} - F}{\sigma^{\rm N}}\right)^2\right],\tag{8.2.5}$$

где стандартное отклонение  $\sigma^{\rm N}$  зависит от величины наблюдаемого потока  $F^{\rm obs}$ , либо нормально-логарифмический закон со смещением:

$$P^{\rm LN}(J) = \frac{(F^{\rm obs}/F)}{\sqrt{2\pi}\,\sigma^{\rm LN}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{J^{\rm obs} - \mu^{\rm LN} - J}{\sigma^{\rm LN}}\right)^2\right].$$
 (8.2.6)

Здесь  $J = \ln(F)$ ,  $J^{obs} = \ln(F^{obs})$ . Для сильных линий в спектре возможно использование нормального закона [104], тогда как для слабых линий нормально-логарифмический закон является предпочтительным. Величины  $\sigma^{\text{LN}}$  и  $\mu^{\text{LN}}$  зависят от отношения сигнал/шум (S/N) и для отношения S/N  $\leq 6$  даны в работе [103]. Для S/N > 6 могут быть использованы соотношения  $\sigma^{\text{LN}} \sim (\text{S/N})^{-1}$  и  $\mu^{\text{LN}} \sim (\text{S/N})^{-2}$ .

Для получения оптимальных значений параметров требуется нахождение максимума функции правдоподобия (8.2.2) или (8.2.4). Функция правдоподобия имеет много локальных экстремумов, поэтому для нахождения экстремума можно использовать метод *случайного noucka* [133].

В окрестности *оптимальных* значений параметров изучаемого объекта функция правдоподобия имеет резкий максимум. При приближении значений параметров к их *оптимальным* значениям точность подгонки наблюдаемых потоков существенно увеличивается, что иллюстрируется на Рис. 8.1 для модели планетарной туманности NGC 7027.



Рис. 8.1. Отношения рассчитанных интенсивностей линий ионов C<sup>2+</sup> и O<sup>2+</sup> и наблюдаемых в спектре туманности NGC 7027 в зависимости от параметров модели туманности. Пунктирными линиями показаны значения функции правдоподобия, нормированные на её максимальную величину.

## 8.3 Сравнение с наблюдениями

Традиционно относительные потоки в спектрах планетарных туманностей называются интенсивностями линий и измеряются в долях интенсивности линии  $H_{\beta}$ , интенсивность которой принимается за 100.

			NGC 3918	3	
Ion	$\lambda, \mathrm{\AA}$	$I^{obs}$	$I^{calc}$	$(\mathrm{I}^{\mathrm{obs}} ext{-}\mathrm{I}^{\mathrm{calc}})/\sigma(\mathrm{I}^{\mathrm{obs}})$	$\sigma(\mathbf{I}^{obs})$
HeI	5876	10.80	10.39	0.41	0.99
HeI	6678	2.87	3.22	0.69	0.51
HeII	4686	41.65	41.65	0.00	1.94
CII	4267	0.30	0.30	0.00	0.16
CIII	4650	0.06	0.06	0.00	0.07
CIV	4658	0.33	0.33	0.00	0.17
NII	6548	33.80	29.59	2.41	1.74
NII	6583	83.60	87.13	1.29	2.74
NIII	1750	26.70	26.70	0.00	4.65
NIV	1486	46.40	46.40	0.00	6.13
OIII	1663	35.00	46.19	2.10	5.32
OIII	4363	21.60	23.03	1.03	1.39
OIII	4959	528.00	543.26	2.21	6.89
OIII	5007	1583.00	1563.33	1.65	11.94

Таблица 8.1. Интенсивности У<br/>Ф и оптических линий в спектре NGC 3918.

При сравнении с наблюдениями важно отметить, что интенсивности линий в спектрах туманностей измеряются с ошибкой, которая существенно зависит от самой интенсивности линий. Если ошибка измерения интенсивности сильных линий не превышает 5% (см. статью [49]), то ошибка в измерении интенсивностей слабых линий (интенсивность которых составляет меньше чем 1% от интенсивности линии  $H_{\beta}$ ) может составить 30–50% и более. Это обстоятельство обычно не принимается во внимание при определении небулярных параметров.

Для величины стандартного отклонения  $\sigma^{N}$  в законе (8.2.5) для линий с измеренной интенсивностью  $I^{obs}$  используется данное в работе [104] выражение  $\sigma^{N} = \gamma \sqrt{I^{obs} I_{N1+N2}}$ . Здесь  $I_{N1+N2}$  — суммарная интенсивность небулярных линий ОШІ  $\lambda$  4959+5007. Для величины коэффициента  $\gamma$  можно принять значение 0.01, основанное на анализе ошибок большого числа определений интенсивностей в спектрах туманностей (см. [104]). Изменение величины  $\gamma$  на порядок величины в ту или другую сторону практически не влияет на величину находимых параметров туманности.

В табл 8.1 представлен результат согласования наблюдаемых и рассчитанных интенсивностей линий для туманности NGC 3918 в соответствии с описанной выше методикой. Наблюдаемые интенсивности линий спектра туманности NGC 3918 были взяты из статей [47, 74].

# Глава 9

# Диагностика плазмы с магнитным полем

Атомные и молекулярные линии в спектрах звезд, обладающих магнитным полем, расщепляются вследствие эффекта Зеемана. Компоненты этого расщепления оказываются по-разному поляризованы, что дает возможность измерять магнитные поля с помощью методов спектрополяриметрии.

# 9.1 Эффект Зеемана

Взаимодействие атома с магнитным полем описывается оператором [148]:

$$\hat{\mathbf{W}} = -\hat{\mu}\mathbf{H}\,,\tag{9.1.1}$$

где  $\mu$  — магнитный момент атома, **H** — напряженность магнитного поля.

Магнитный момент атома в состоянии  $\gamma J$ , где J — полный момент атома,  $\gamma$  — совокупность всех остальных квантовых чисел атома в данном состоянии, равен

$$\mu = -\mu_0 g \mathbf{J} \,. \tag{9.1.2}$$

Здесь

$$\mu_0 = \frac{e\hbar}{2m_{\rm e}c} \qquad - \tag{9.1.3}$$

магнетон Бора,  $\mathbf{J}$  — полный магнитный момент атома, g — гиромагнитное отношение, которое часто называется g-фактором или фактором Ланде.

Энергия взаимодействия атома с магнитным полем при не слишком больших магнитных полях ( $H < 10^9 \, {\rm Fc}$ ) мала по сравнению с энергиями кулоновского и спин-орбитального расщепления, поэтому поправки к энергии атомных уровней за счет взаимодействия с магнитным полем

</b><W> можно рассматривать в рамках теории возмущений:

$$\langle W \rangle = g\mu_0 H M \,. \tag{9.1.4}$$

То есть уровень  $\gamma J$  в магнитном квантовом поле расщепляется на 2J+1зеемановских подуровня со значениями проекции полного момента атома  $M = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm J$ . Расщепление пропорционально H и симметрично относительно несмещенного уровня энергии  $E_J$ . Таким образом, энергия подуровня  $\gamma JM$  уровня  $\gamma J$  равна

$$E_{JM} = E_J + g\mu_0 HM$$
. (9.1.5)

### 9.1.1 Фактор Ланде для уровня

По порядку величины  $g \approx 1$ . Точная величина g-фактора для конкретного атомного уровня зависит от типа связи. Наиболее простое выражение для g получается в чаще всего встречающемся случае LS-связи. Согласно, например, [148] g-фактор уровня  $\gamma_0 LSJ$  равен

$$g = g(LSJ) = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}.$$
(9.1.6)

Для некоторых уровней (например,  ${}^{5}F_{1}$ ) фактор Ланде равен нулю, то есть в первом порядке теории возмущений такие уровни не расщепляются.

В случае других типов связи вычисление *g*-факторов является существенно более сложной задачей. Аналитические формулы для простых конфигураций в случае *jj*-связи приведены в [148]. Для промежуточной связи *g*-факторы можно выразить через *g*-факторы в *LS*-связи при диагонализации матрицы электростатического и спин орбитального взаимодействий электронов.

# 9.1.2 Расщепление спектральных линий в магнитном поле

При переходе между уровнями атома в магнитном поле спектральная линия расщепляется на несколько компонентов в соответствии с расщеплением верхнего и нижнего уровней перехода. Согласно правилам отбора для проекции момента M (3.1.12) разрешены переходы либо с  $\Delta M = 0$ , либо с  $\Delta M = \pm 1$ .

При наблюдении вдоль поля наблюдаются только поляризованные по кругу  $\sigma$ -компоненты ( $\Delta M = \pm 1$ ), одна с правой циркулярной поляризацией, другая – с левой. В данном случае говорят о продольном эффекте Зеемана.

При наблюдении поперек поля наблюдаются как линейно поляризованные поперек направления магнитного поля  $\sigma$ -компоненты, так и линейно поляризованные вдоль направления магнитного поля  $\pi$ -компоненты

#### 9.1. Эффект Зеемана

 $(\Delta M=0).$ Для иллюстрации на Рис. 9.1 показана схема зеемановского расщепления дублета натрия 5890, 5896. Нижний уровень энергии является синглетом  $^2\!S_{1/2}$ , а верхний уровень — дублетом  $^2\!P_{1/2,3/2}$ .



Рис. 9.1. Зеемановское расщепление дублета натрия 5890, 5896 [73].

При наблюдениях с анализатором циркулярной поляризации из полного излучения в линии выделяются две циркулярно поляризованные  $\sigma$ -компоненты. Разность длин волн  $\Delta\lambda$  этих компонентов определяется величиной компонента напряженности магнитного поля  $H_l$  в направлении наблюдателя. При измерении величины  $\Delta\lambda$  может быть определена и величина  $H_l$ .

Рассмотрим линию поглощения  $i \to k$  в спектре какого либо объекта, находящегося в магнитном поле с проекцией вектора напряженности магнитного поля на луч зрения  $H_l$ . Тогда энергии зеемановских компонент M и M' нижнего и верхнего уровней соответственно будут равны

$$\begin{cases} E_i(M) = E_i^0 + \mu_0 H_l g_i M, \\ E_k(M') = E_k^0 + \mu_0 H_l g_k M'. \end{cases}$$
(9.1.7)

где  $E_i^0$  и  $E_k^0$  несмещенные энергии уровней,  $g_i$  и  $g_k$  — факторы Ланде нижнего и верхнего уровней.

Разности энергий уровней

$$\Delta E_{ik}^{MM'} = E_k(M') - E_i(M) = \Delta E_{ik}^0 + \mu_0(g_iM - g_kM)H_l.$$
(9.1.8)

Здесь  $E_{ik}^0$  — разность энергии уровней в отсутствии магнитного поля.

Соответствующие длины волн зеемановских компонент спектральных линий

$$\lambda_{ik}^{MM'} = \frac{hc}{E_{ik}^{MM'}} \approx \lambda_{ik}^{0} \left[ 1 - \frac{\mu_0 (g_i M - g_k M') H_l}{E_{ik}^{0}} \right] =$$
(9.1.9)  
$$\lambda_{ik}^{0} - \left( \lambda_{ik}^{0} \right)^2 \frac{K_Z}{2} (g_i M - g_k M') H_l.$$

Коэффициент

$$K_Z = 2\frac{\mu_0}{hc} = \frac{e}{2\pi m_{\rm e}c^2} = 9.3372 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{\rm cm}\right].$$
(9.1.10)

Если длина волны перехода измеряется в Å, то

$$K_Z = 9.3372 \cdot 10^{-13} \left[\frac{1}{\mathring{A}}\right].$$
 (9.1.11)

Переходам  $M \to M-1$  и  $M \to M+1$  соответствуют лево (L) и право (R) поляризованные компоненты линии. Обозначим:

$$\lambda_L(M) = \lambda_{ik}^{MM-1} = \lambda_{ik}^0 - \left(\lambda_{ik}^0\right)^2 K_Z \left[\frac{g_i - g_k}{2}M + \frac{g_k}{2}\right] H_l \,, \qquad (9.1.12)$$

И

$$\lambda_R(M) = \lambda_{ik}^{MM+1} = \lambda_{ik}^0 - \left(\lambda_{ik}^0\right)^2 K_Z \left[\frac{g_i - g_k}{2}M - \frac{g_k}{2}\right] H_l.$$
(9.1.13)

Разность длин волн

$$\lambda_L - \lambda_R = K_Z \left(\lambda_{ik}^0\right)^2 \left[\frac{g_i + g_k}{2}\right] H_l. \qquad (9.1.14)$$

Из этой формулы видно, что разности длин вол<br/>н $\lambda_L(M) - \lambda_R(M)$ одинаковы для всех возможных значений<br/> M.

При анализе спектров астрофизических объектов с умеренными магнитными полями невозможно разделить лево- и правовращательные компоненты линий для различных значений *M*. Анализ спектров позволяет найти только среднюю по всем компонентам разность

$$\lambda_L - \lambda_R = \langle \lambda_L(M) - \lambda_R(M) \rangle = \langle \lambda_L(M) \rangle - \langle \lambda_R(M) \rangle , \qquad (9.1.15)$$

где угловые скобки обозначают усреднение по всем возможным значениям M. Отдельные зеемановские компоненты линий имеют разные интенсивности, зависящие от значения M, как показано на Рис. 9.2. поэтому при расчете средних длин волн для лево и правовращательных компонент линии необходимо учитывать относительные интенсивности линии.



Рис. 9.2. Зеемановское расщепление дублетных линий по [148]. *π*-компоненты находятся вверху горизонтальных линий, *σ* — внизу. Интенсивности каждой из компонент характеризуются высотой соответствующих горизонтальных линий.

Средние длины волн равны:

$$\lambda_L = \langle \lambda_L(M) \rangle = \frac{\sum\limits_M \lambda_L(M) I_L(M)}{\sum\limits_M I_L(M)}.$$

для левовращательных компонент и

$$\lambda_R = \langle \lambda_R(M) \rangle = \frac{\sum_M \lambda_R(M) I_R(M)}{\sum_M I_R(M)}$$

для правовращательных компонент. Здесь  $I_L(M)$  — относительная интенсивность компонента  $M \to M - 1$ ,  $I_R(M)$  — компонента  $M \to M + 1$ .

Относительные интенсивности зеемановских  $\sigma$ -компонент, рассчитанные в [148] приведены в Табл. 9.1.

Таблица 9.1. Относительные интенсивности зеемановских  $\sigma$ -компонент перехода

		J  ightarrow J'	
J'	$\Delta J$	$I_L(M) = I_L(M, J, J')$	$I_R(M) = I_R(M, J, J')$
J-1	-1	$\frac{1}{2}(J+M)(J+M-1)$	$\frac{1}{2}(J-M)(J-M-1)$
J	0	$\frac{1}{2}(J+M)(J-M+1)$	$\frac{1}{2}(J-M)(J+M+1)$
J+1	1	$\frac{1}{2}(J - M + 1)(J - M + 2)$	$\frac{1}{2}(J + M + 1)(J + M + 1)$

Используя соотношения (9.1.12) и (9.1.13), найдем:

Глава 9. Диагностика плазмы с магнитным полем

$$\lambda_L - \lambda_R = K_Z \left(\lambda_{ik}^0\right)^2 g_{\text{eff}} H_l. \qquad (9.1.16)$$

где  $g_{\text{eff}}$  — эффективный фактор Ланде:

$$g_{\text{eff}} = \frac{g_i + g_k}{2} + \frac{g_i - g_k}{2}E. \qquad (9.1.17)$$

Здесь

$$E = \frac{\sum_{M} M I_L(M)}{\sum_{M} I_L(M)} - \frac{\sum_{M} M I_R(M)}{\sum_{M} I_R(M)} .$$
(9.1.18)

Пределы суммирования в формуле (9.1.18) определяются значением  $\Delta J = J' - J.$ 

Выполняя суммирование в формуле (9.1.18) и используя формулы сложения для 3j символов [148], получим в случае LS-связи (см, например [72]):

$$g_{\text{eff}} = \frac{g_i + g_k}{2} + (g_k - g_i) \frac{\left[ (J_k - J_i)(J_k + J_i - 1) \right]}{4} \,. \tag{9.1.19}$$

Из формулы (9.1.19) видно, что эффективный фактор Ланде не меняется при перестановке порядка уровней, то есть фактор Ланде одинаков как для линий поглощения, так и для эмиссионных линий.

### 9.1.3 Правила отбора для зеемановских компонентов линии

Силы линий электрических и магнитных мультипольных переходов отличны от нуля только при выполнении определенных условий, накладываемых на квантовые числа перехода и называемых *правилами отбора*. Эти правила определяются угловыми коэффициентами  $C_{ll'}$ , связывающими радиальные интегралы перехода и силы линий, и могут быть получены из выражений для сил линий, приведенных в [145, 148]. Правила отбора определяются законами сохранения угловых моментов и чётности состояний при радиационных переходах.

Правила отбора для полного момента (3.1.11) для переходов между уровнями J - J' не зависят от типа связи. Для компонентов JM - J'M' справедливы правила отбора (3.1.12) для проекций момента M и M'. Эти правила отбора важны при анализе компонентов линии J - J', которая расщепляется в присутствии внешнего электрического или магнитного полей.

### 9.2 Методы диагностики магнитного поля звезд

### 9.2.1 Магнитные поля нормальных звезд

#### Обнаружение магнитных полей звезд

Обнаружение магнитного поля звезд явилось результатом почти столетнего развития спектрального анализа. Современный спектральный анализ начался 150 лет назад с работ Кирхгофа 1859 года. Он установил, что каждый элемент характеризуется своим набором спектральных линий, анализ интенсивностей которых позволяет определять химический состав и физические свойства излучающих тел и, в том числе, небесных объектов. Решающим шагом в построении методов измерения магнитных полей на основании анализа спектров небесных тел явилось открытие в 1897 г. расщепления линий дублета линий  $D_1$  и  $D_2$  натрия [123]. С этого времени явление расщепления линий в магнитном поле, названное по имени своего первооткрывателя эффектом Зеемана, использовалось для поиска магнитных полей и, в том числе, магнитных полей звезд.

Впервые звездное магнитное поле было обнаружено на Солнце Джорджем Хэйлом, открывшим магнитные поля солнечных пятен в 1908 г. Однако до открытия магнитных полей других звезд прошло еще почти 40 лет. Лишь в 1947 г. Бэбкок обнаружил магнитное поле звезды 78 Vir, имеющее дипольную структуру, с напряженностью на полюсах около 1500 Гс [26]. С этого времени интенсивно развивались методы определения магнитных полей звезд и накапливались результаты измерения звездных магнитных полей. К настоящему времени измерены магнитные поля свыше тысячи звезд различных спектральных классов от молодых звезд типа Т Тац и Ае/Ве звезд Хербига, находящихся на стадии эволюции до главной последовательности [40] до белых карликов и нейтронных звезд.

#### Формула Бэбкока и измерение зеемановского сдвига линий

Основой измерения магнитных полей звезд является определения величины смещения  $\overline{\Delta\lambda}_B$  лево L и право R поляризованных компонентов линий в магнитном поле вследствие эффекта Зеемана. Прямые измерения величины  $\overline{\Delta\lambda}_B$  возможны лишь для достаточно больших полей с индукцией большей 1 кГс и спектров высокого качества с отношением сигнал/шум,  $S/N \ge 1000$ . Получение таких спектров доступно лишь для самых ярких звезд. Кроме того, эффективность измерения магнитного поля звезды тем меньше, чем больше средняя ширина линии. Так, для звезд спектрального класса A и более поздних возможно измерение магнитных полей с индукцией B около 1 Гс [96] для ранних подклассов звезд спектрального класса B и, особенно, О звезд с широкими спектральными линиями измерение умеренных магнитных полей  $B \le 100$  Гс представляет собой крайне сложную задачу, требующую использования крупных телескопов [56].

Метод определения магнитного поля по измерениям сдвигов центров тяжести линий в спектрах с ортогональными L и R поляризациями обычно называется фотографическим методом. Этот метод являлся основным методом определения магнитных полей до 90-х годов и часто используется и в настоящее время. Эффективным вариантом фотографического метода является построение кросс-корреляционной функции для L и R компонентов линии [108]. Другой вариант кросс-корреляционных методов предложен Ramirez Velez и др. [100].

В последние 20 лет, однако, чаще используется другой метод, основанный на анализе сигнала непосредственно в параметре Стокса V в пределах линии. При малости величины сдвига  $\overline{\Delta\lambda}_B L$  и R компонентов линий значения параметра Стокса V в пределах профиля линии равны (см., например, [76]:

$$V(\lambda) = -\overline{\Delta\lambda}_B \frac{dI(\lambda)}{d\lambda} = -\mathcal{K}_0 g_{\text{eff}} \lambda_0^2 \langle B_l \rangle \frac{dI(\lambda)}{d\lambda}.$$
(9.2.1)

связывающую значения параметра Стокса V с производной по профилю линии  $dI/d\lambda$ . Здесь  $\overline{B}_l$  — искомая величина (усредненная по диску звезды проекция вектора индукции магнитного поля на ось зрения, часто называемое эффективным магнитным полем). Если длина волны рассматриваемой линии выражается в Å, то коэффициент  $\mathcal{K}_0 = e/4\pi m_e c^2 =$  $4.6686 \cdot 10^{-13}$  [Å<sup>-1</sup>Гс<sup>-1</sup>].

Возможны два подхода к измерению магнитного поля, основанные на использовании формулы (9.2.1): интегральный и дифференциальный. В первом случае коэффициент  $\overline{\Delta\lambda}_B = \mathcal{K}_0 g_{eff} \lambda_0^2 \langle B_l \rangle$  линейной зависимости (9.2.1) определяется стандартным методом наименьших квадратов. Обычно дифференциальный подход используется сразу для большого числа спектральных линий, что существенно повышает точность метода. Производная профиля линии  $dI(\lambda)d\lambda$  вычисляется численно, что даже при большом значении отношения S/N дает большую ошибку в ее величине (см., например, [55]).

В интегральном подходе вычисляются первые моменты от левой и правой частей соотношения (9.2.1). Для удобства в формуле (9.2.1) в качестве аргумента расматривается не длина волны  $\lambda$ , а доплеровское смещение  $w = (\lambda - \lambda_0)/c$  от центра линии, соответствующего центральной длине волны линии  $\lambda_0$ . Тогда

$$\alpha_1(V) = \int_{w_{\min}}^{w_{\max}} wV(w)dw = -\mathcal{R}_0\lambda_0 g_{\text{eff}} \langle B_l \rangle \int_{w_{\min}}^{w_{\max}} [I(w) - I_c] \, dw \,. \tag{9.2.2}$$

Здесь  $\alpha_1(V)$  — первый момент параметра Стокса,  $I_c$  — интенсивность подстилающего континуума, которую мы будем полагать равной единице. Формально интегрирование в формуле (9.2.2) должно выполняться в промежутке  $[-\infty, \infty]$ , однако обычно достаточно выбирать значения  $w_{\min}$  и  $w_{\max}$  равными 2-4 полуширинам линии.

Если доплеровское смещение wвыражается в км/с, а длина волны линии в Å то коэффициент  $\mathcal{R}_0 = 1.3996 \cdot 10^{-7} \, [\kappa_M/c \, \text{\AA}^{-1} \Gamma c^{-1}]$ . Интеграл  $\int\limits_{-\infty}^{v_{\max}} \left[ I(w) - I_{
m c} 
ight] dw$  — представляет собой эквивалентную ширину линии  $w_{min}$ 

# $E_w$ в км/с.

Наиболее разработанным методом, основанным на применении интегрального подходя является метод LSD (Least-squares deconvolution), предложенный Donati и др. [44]. В данном методе сначала строится эффективный параметр Стокса V и эффективный средний профиль линии I(w) из анализа большого числа линий в спектре, а затем, для определения эффективного магнитного поля используется соотношение (9.2.2). В работе Kochukhov и др. [71] метод LSD распространяется на анализ не только круговой, но и линейной поляризации в линиях.

Как интегральный, так и дифференциальный подходы, описанные выше, требуют для их эффективного использования получение спектров с очень большим отношением сигнал/шум и анализ большого числа (десятков и сотен линий). Однако, при определении величины магнитного поля ОВ звезд с широкими спектральными линиями, применение LSD метод не всегда эффективно, особенно для спектров не слишком высокого качества. В работе Холтыгина и др. [18] предложен новый метод определения магнитного поля, основанный на применении линейного интегрального преобразования к параметру Стокса V и использовании DOG-вейвлетов для анализа профилей линий. Это метод подобно описан в следующем параграфе.

#### 9.2.2Использование вейвлет-анализа для определения величины магнитного поля

Основные соотношения Профиль произвольной линии в спектре звезды можно записать в следующем виде:

$$\mathcal{I}(\lambda) = \mathcal{I}_c(\lambda) + \mathcal{Z}(\lambda) + \mathcal{N}(\lambda). \qquad (9.2.3)$$

Здесь  $\mathcal{I}_{c}(\lambda)$  — интенсивность излучения в континууме в области длин волн линии,  $\mathcal{Z}(\lambda) - \phi$ ункция, описывающая профиль линии (остаточная интенсивность профиля линии) и  $\mathcal{N}(\lambda)$  — вклад шумового компонента. В дальнейшем будем считать, что за время наблюдений профиль линии  $\mathcal{Z}(\lambda)$  остается постоянным, а интенсивность шумового компонента определяется только шумами принимающей аппаратуры.

Аналогичным образом можно записать профили (L) и (R) поляризованных компонентов линии:

$$\begin{cases} \mathcal{I}_{\mathrm{L}}(\lambda) &= \mathcal{I}_{c}(\lambda) + Z_{\mathrm{L}}(\lambda) + \mathcal{N}_{\mathrm{L}}(\lambda) ,\\ \mathcal{I}_{\mathrm{R}}(\lambda) &= \mathcal{I}_{c}(\lambda) + Z_{\mathrm{R}}(\lambda) + \mathcal{N}_{\mathrm{R}}(\lambda) . \end{cases}$$
(9.2.4)

В дальнейшем будем полагать, что профили линии нормированы на значения интенсивности  $\mathcal{I}_c$  континуума в пределах линии. В дальнейшем будем представлять профили линии в функции доплеровского смещения w.

В приближении слабого поля интенсивности (L) и (R) поляризованных компонентов линий можно представить следующим образом (например, [112]):

$$\begin{cases} \mathcal{I}_{\mathrm{L}}(w) = \mathcal{I}_{c} + Z(w - \langle \Delta W_{B} \rangle) + \mathcal{N}_{\mathrm{L}}(w), \\ \mathcal{I}_{\mathrm{R}}(w) = \mathcal{I}_{c} + Z(w + \langle \Delta W_{B} \rangle) + \mathcal{N}_{\mathrm{R}}(w). \end{cases}$$
(9.2.5)

Здесь  $\mathcal{F}_{c}(w)$  — поток от звезды в континууме для доплеровского смещения w. Будем в дальнейшем предполагать, что вклады шумовых компонентов  $\mathcal{N}_{L}(w)$  и  $\mathcal{N}_{R}(w)$  являются независимыми случайными функциями. Расщепление линий в магнитном поле в пространстве доплеровских скоростей w равно:

$$\langle \Delta w_B \rangle = \mathcal{R}_0 g_{\text{eff}} \lambda_0 \langle B_l \rangle \quad [\kappa_M/c],$$

$$(9.2.6)$$

где  $\langle B_l \rangle$  — усредненная по диску звезды проекция вектора индукции магнитного поля на ось зрения (эффективное магнитное поле).

Параметр Стокса V и полная интенсивность линии могут быть получены из следующих соотношений:

$$V(w) = \frac{1}{2} \left( \mathcal{I}_{\mathrm{L}}(w) - \mathcal{I}_{\mathrm{R}}(w) \right), \quad \mathcal{I}_{\mathrm{L}}(w) = \frac{1}{2} \left( \mathcal{I}_{\mathrm{L}}(w) + \mathcal{I}_{\mathrm{R}}(w) \right). \quad (9.2.7)$$

Разложение величин  $\mathcal{I}_{L}(w)$  и  $\mathcal{I}_{R}(w)$  по малому параметру  $\langle \Delta W_B \rangle$  приводит к следующей формуле:

$$V(w) = -\overline{\Delta w}_B \frac{dI(w)}{dw} = -\mathcal{R}_0 g_{\text{eff}} \lambda_0 \langle B_l \rangle \frac{dI(w)}{dw}.$$
(9.2.8)

связывающую значения параметра Стокса V с производной по профилю линии в пространстве скоростей dI(w)/dw и аналогичной формуле (9.2.1).

#### Линейное преобразование параметра Стокса V

При типичных для OB звезд значениях  $\overline{B} = 100 - 1000 \, \Gamma c$  смещение  $\overline{\Delta \lambda}_B$  очень мало. При наличии вклада шумового компонента в профиль линии вычисление производной  $dI/d\lambda$  (или dI/dw) по профилю также может дать большие ошибки в величине производной. По этой причине следует модифицировать формулу (9.2.8) для приведения ее к виду, удобному для вычисления крайне малых смещений лево и правовращательных компонентов профилей.

#### 9.2. Методы диагностики магнитного поля звезд

Применим к левой и правой частям формулы (9.2.8) какое-либо интегральное линейное преобразование  $\hat{L}$ , тогда

$$\overline{V}_L(w) = \hat{L}\left[V(w)\right] = \langle B_l \rangle J_L(w) , \qquad (9.2.9)$$

где $\overline{V}-$ сглаженный при использовании оператор<br/>а $\hat{L}$ параметр СтоксаV,а интеграл

$$J_L(w) = -\mathcal{R}_0 g_{\text{eff}} \lambda_0 \hat{L} \left[ \frac{dI(w)}{dw} \right] . \qquad (9.2.10)$$

Величина

$$\overline{V}_L(w) = \langle \Delta W_B \rangle \, \hat{L} \left[ \frac{dZ(w)}{dw} \right] + \frac{1}{2} \hat{L} \left[ \mathcal{N}_L(w) - \mathcal{N}_R(w) \right] \,. \tag{9.2.11}$$

При подходящем выборе преобразования  $\hat{L}$  вклад шумового компонента  $\hat{L} [\mathcal{N}_{\rm L}(w) - \mathcal{N}_{\rm R}(w)]$  можно сделать достаточно малым, что дает возможность повысить точность определения эффективного магнитного поля  $\langle B_l \rangle$ . Выбор различных типов операторов  $\hat{L}$  приводит к различным методам измерения индукции магнитного поля

Сглаживание параметра Стокса V с переменным гауссовским фильтром В качестве оператора  $\hat{L}$  будем рассматривать оператор  $\hat{L}_G$  свертки искомой функции с семейством функций  $\mathcal{G}_k(x/S)$  с переменной шириной S, где

$$\mathcal{G}_k(x) = \frac{(-1)^k}{\sqrt{2\pi}} \frac{d^k}{dx^k} \left[ \exp\left(\frac{-x^2}{2}\right) \right].$$
(9.2.12)

Коэффициенты в формуле (9.2.12) выбраны таким образом, чтобы при k = 0 функция  $\mathcal{G}_0(x)$  являлась несмещенной функцией Гаусса с единичной шириной S = 1. При  $k \ge 1$  функции  $\mathcal{G}_k(x)$  принадлежат семейству так называемых DOG вейвлетов  $\psi_k(x) = -\sqrt{2\pi}\mathcal{G}_k(x)/[\Gamma(m+1/2)]^{1/2}$ [9].

Материнский DOG вейвлет

$$\psi_1(x) = -\pi^{-1/4} 2^{-1/2} x \exp(-x^2/2),$$

соответствующий k=1 называется WAVE вейвлетом, а приk=2вейвлет

$$\psi_2(x) = 2\sqrt{3}\pi^{-1/4}(1-x^2)\exp(-x^2/2)$$

— МНАТ вейвлетом.

Применяя оператор  $\hat{L}_G$  к левой и правой частям соотношения (9.2.8), получим

$$\overline{V}_k(w,S) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{G}_k\left(\frac{w-x}{S}\right) V(x) dx = \langle B_l \rangle J_{k+1}(w,S), \qquad (9.2.13)$$

где интеграл

$$J_{k+1}(w,S) = \frac{\mathcal{R}_0 g_{\text{eff}} \lambda_0}{S} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{G}_{k+1}\left(\frac{w-x}{S}\right) \left[I(x) - I_c\right] dx. \qquad (9.2.14)$$

Выбирая различные значения параметра k можно получить разные приближения для определения эффективного магнитного поля  $\langle B_l \rangle$ . При  $k \geq 1$  левая и правая части равенства (9.2.13) представляют собой вейвлет преобразования с DOG вейвлетами порядков k и k + 1 параметра Стокса V и профиля линии  $[I(x) - I_c]$ .

Особый случай представляет значение k = 0. Подставляя это значение в формулу (9.2.13) и обозначив  $\overline{V}_0(w, S)/S = \overline{V}(w, S)$  и  $J_1(w, S)/S = J(w, S)$ , получим:

$$\overline{V}(w,S) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{w-x}{S}\right)^2} V(x) dx = \langle B_l \rangle J(w,S), \qquad (9.2.15)$$

где

$$J(w,S) = -\frac{\mathcal{R}_0 g_{\text{eff}} \lambda_0}{S^3 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (w-x) e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w-x}{S}\right)^2} \left[ I(x) - I_c \right] dx. \quad (9.2.16)$$

Отметим, что согласно формуле (9.2.16), параметр J(w, S) пропорционален первому центральному моменту сглаженного с гауссовым фильтром ширины S профиля линии  $[I(x) - I_c]$ .

Преобразуем формулу (9.2.15), умножив ее левую и правую части на непрерывную функцию g(w, S), определяющую с каким весом входит то или иное значение функций  $\overline{V}(w, S)$  и J(w, S) в окончательное соотношение для определение эффективного магнитного поля:

$$\mathcal{V}^{\text{eff}}(w, S) = \overline{V}(w, S)g(w, S) =$$

$$= \langle B_l \rangle J(w, S)g(w, S) = \langle B_l \rangle \mathcal{J}^{\text{eff}}(w, S) .$$
(9.2.17)

Функцию g(w, S) можно выбрать таким образом, чтобы ее значения в центральной области линии были бы близки к 1, убывая к крыльям линии. Такая операция позволяет погасить колебания параметра Стокса V в области крыльев линии. В качестве функции g(w, S) можно использовать функцию  $g(w, S) = [I(w) - I_c]^{\alpha}$ , где параметр  $\alpha \in [0, 2]$ . Результаты наших расчетов показали, что значение  $\alpha = 1/2$  является оптимальным. В дальнейшем именно соотношение (9.2.17) мы будем использовать для определения индукции магнитного поля.

**Дифференциальный метод** В этом методе для определения эффективного магнитного поля используется зависимость (9.2.17), а само значение  $\langle B_l \rangle$  определяется из линейной аппроксимации этой зависимости методом наименьших квадратов.

Для тестирования метода можно использовать модельные профили L и R компонентов линии при заданном значении величины  $\langle B_l \rangle$ . В качестве таковых применим, основываясь на соотношениях (9.2.5), нормированные профили Гаусса глубиной  $Z_0$ :

$$\begin{cases} I_{\rm L}^{\rm mod}(w) = I_c + Z_0 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w - \langle \Delta w_B \rangle}{\sigma_w}\right)^2} + N(0, s_N), \\ I_{\rm R}^{\rm mod}(w) = I_c + Z_0 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w + \langle \Delta w_B \rangle}{\sigma_w}\right)^2} + N(0, s_N), \end{cases}$$
(9.2.18)

где величина  $\langle \Delta w_B \rangle$  определяется соотношением (9.2.6). Величина  $\sigma_w$ — ширина модельного профиля в км/с,  $N(0, s_N)$  — нормально распределенная случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $s_N = (S/N)^{-1}$ , где S/N — отношение сигнал/шум в области длин волн изучаемого профиля.

Для иллюстрации на Рис. 9.3 (слева) представлен модельный профиль линии HeI  $\lambda$  4921.9 с параметрами  $Z_0 = -0.35$ ,  $\sigma_w = 80$  км/с для разных значениях отношения S/N. На том же рисунке справа приведены значения параметра J(w, S) при тех же отношениях S/N и при ширине гауссова фильтра S = 30 км/с. Видно, что хотя при значении S/N = 50вклад шумового компонента существенно меняет профиль линии, параметр J(w, S) практически не меняется.



Рис. 9.3. Слева: Модельный профиль линии HeI  $\lambda$  4921.9 с параметрами  $Z_0 = -0.35$ ,  $\sigma_w = 80 \text{ км/c}$ . Толстая сплошная линия соответствует значению S/N = 1000, тонкая пунктирная -S/N = 50. Справа: То же, что на левом рисунке, но для параметра J(w, S) при значении ширины фильтра S = 30 км/c.

Применим  $\partial u \phi \phi e penuuanonuŭ$  метод к модельному профилю линии HeI  $\lambda$  4921 Å при значениях  $Z_0 = 0.35$ , модельном значении  $\langle B_l \rangle = 100$  Гс и S/N = 500,1000. Аппроксимация зависимости сглаженного параметра Стокса  $\mathcal{V}^{\text{eff}}(w,S)$  от величины  $\mathcal{J}^{\text{eff}}(w,S)$  при ширине фильтра S = 30 км/c, S/N = 500 и использовании стандартных формул метода наменьших квадратов [128] дает значение индукции поля  $\langle B_l \rangle = 276 \pm 3$  Гс (см. Рис. 9.4, слева), что указывает на недостаточную точность определения продольного компонента продольного поля  $\langle B_l \rangle$  при значениях  $S/N \approx 500.$ 

При значении  $S/N \approx 1000$  применение той же процедуры дает значение  $\langle B_l \rangle = 127 \pm 4 \,\Gamma c$ , существенно более близкое к модельному значению  $\langle B_l \rangle = 100 \,\Gamma c$  (Рис. 9.4, справа). Отметим, что приведенные нами стандартные отклонения для значений S/N = 500 и 1000, равные, соответственно,  $3 \,\Gamma c$  и  $4 \,\Gamma c$  не есть ошибки определения самой величины индукции, как иногда считается, а только ошибки аппроксимации зависимости  $\mathcal{V}^{\text{eff}}(w, S)$  от  $\mathcal{J}^{\text{eff}}(w, S)$ .



Рис. 9.4. Слева: Зависимость сглаженного параметра Стокса  $V^{\text{eff}}(w, S)$  для модельного профиля линии HeI  $\lambda$  4921 Å от значений функции  $J^{\text{eff}}(w, S)$  при значении ширины фильтра S = 30 км/с. Слева: при значении отношения S/N = 500, Справа: при значении отношения S/N = 1000.

Для уточнения величины  $\langle B_l \rangle$  можно использовать следующий подход. Параметр J(w, S), как было показано выше, определяется с высокой точностью. Большие значения J(w, S) соответствуют большим значениям производной по профилю F'(W) и являются наиболее надежными. Поэтому, если рассматривать для аппроксимации зависимости  $\mathcal{V}^{\text{eff}}(w, S)$  от  $\mathcal{J}^{\text{eff}}(w, S)(w, S)$  только наибольшие значения  $J(w, S) > R_{\min} \cdot J^{\max}(w, S)$ , где  $J^{\max}(w, S)$  — максимальное (по абсолютной величине) значение параметра J(w, S) в пределах профиля линии, то можно уточнить величину  $\langle B_l \rangle$ .

#### Интегральный метод

Интегральный метод также основывается на использовании соотношение (9.2.17). Умножая левую и правую часть этого соотношения на доплеровский сдвиг w и интегрируя полученные величины в пределах профиля линии, найдем:

$$M_{V} = \int_{-W_{\text{line}}}^{W_{\text{line}}} w \,\mathcal{V}^{\text{eff}}(w, S) dw = \overline{B}_{l} \int_{-W_{\text{line}}}^{W_{\text{line}}} w \,\mathcal{J}^{\text{eff}}(w, S) dw = \overline{B}_{l} M_{J} \,. \quad (9.2.19)$$

Таблица 9.2. Определенные по модельному профилю линии HeI  $\lambda$  4921.93 с параметрами S/N=500,~R=45000и шириной профиля  $\sigma_V=80~{\rm кm/c}$  значения индукции магнитного поля  $B_{\rm D}$  и  $B_{\rm I}$ и соответствующие значения стандартных отклонений  $\sigma_{\rm D}$ и  $\sigma_{\rm I}$  при значении параметра сглаживания  $S=50~{\rm km/c}$  дифференциальным (D) и интегральным (I) методами в зависимости от модельного значения магнитной индукции  $B_{\rm input}$ 

	Метод определения поля				
	Дифферен	щиальный	Интеграл	ьный	
$B_{\text{input}}, \Gamma c$	$B_{\rm I}, \Gamma c$	$\sigma_{\rm I}, \Gamma c$	$B_{\rm D}, \Gamma c$	$\sigma_{\rm D}, \Gamma c$	
250	236	67	266	95	
500	493	69	499	83	
1000	1016	61	1014	95	
1500	1507	63	1504	97	
2000	2013	73	2022	99	

Здесь  $M_V$  и  $M_J$  — первые моменты параметра Стокса V и параметра J. Использование формулы (9.2.19) для нахождения значения эффективного магнитного поля  $\overline{B}_l$  составляет основу интегрального метода. Результаты расчетов показали, что разница между значениям  $\overline{B}_l$ , полученных как дифференциальным, так и интегральным методами не слишком велика. Для иллюстрации в таблице 9.2 приведены результаты определения средних по 25 модельным профилям линии HeI  $\lambda$  4921.93 с шириной профиля  $\sigma_V = 80 \text{ км/с}$  значений индукций продольного компонента магнитного поля  $B_D$  и  $B_I$  для дифференциального и интегрального компонента магнитного поля  $B_D$  и  $B_I$  для дифференциального и интегрального компонента магнитного поля  $B_D$  и  $B_I$  для дифференциального и интегрального по методов и соответствующих значений стандартных отклонений  $\sigma_D$  и  $\sigma_I$  в зависимости от модельных значений индукции  $B_{input}$  при значении параметра сглаживания S = 50 км/с.

При расчетах использовались следующие параметры модельных профилей: S/N = 500, R = 45000. Такие значения типичны для поляриметрических наблюдений ярких звезд ранних спектральных классов на БТА. Из анализа таблицы видно, что хотя стандартные отклонения для интегрального метода примерно на 30% меньше, чем для дифференциального, средние значения  $B_{\rm I}$  ближе к модельным величинам  $B_{\rm input}$ , чем для дифференциального метода.

Следует отметить важную особенность использования интегрального метода. Так как интегрирование в соотношении (9.2.19) выполняется численно, его точность существенно зависит от числа точек интегрирования на профиле  $n_{\text{int}}$ , которое, в свою очередь, определяется спектральным разрешением R и средней шириной профиля  $\langle W \rangle$  в пространстве скоростей. Для звезд, профили в спектрах которых уширены вращением,  $\langle W \rangle \approx 2V \sin i$ .

Вычисления для различных ширин профилей линий показали, что для уверенного определения магнитной индукции интегральным методом должно выполняться условие  $n_{\text{int}} \geq 6$ . Спектральному разрешению R соответствует шаг по длине волны  $\Delta \lambda = \lambda_0/R$ , где  $\lambda_0$ , — центральная длина волны линии. В пространстве скоростей соответствующая величина  $\Delta W = c/R$ . Условию  $n_{\text{int}} > 6$  соответствует минимальная ширина профиля  $\langle W \rangle \geq n_{\text{int}} c/R$ .

Это означает, что интегральный метод наиболее эффективен для звезд с широкими профилями линий, например, для быстровращающихся звезд спектрального класса В, звезд спектрального класса О и звезд типа WR. При использовании спектрографов низкого разрешения FORS1 и FORS2 VLT с R = 2000 - 4000 (Хубриг и др. 2011)  $\langle W \rangle \geq 900 - 450$  км/с. Для спектрографов ОЗСП и НЭС БТА  $\langle W \rangle \geq 150$  км/с и  $\langle W \rangle \geq 40$  км/с.

В то же время, при использовании дифференциального метода, рассмотренные выше ограничения на ширину профиля линии не значимы и указанный метод может быть применен и для звезд с узкими линиями в спектре.

### Функция распределения измеренных значений магнитных полей

Определяемое значение индукции  $\overline{B_l}$  зависит от случайного вклада шумового компонента профиля линии, поэтому для конкретного значения S/N каждое из измерений дает свое значение  $\overline{B_l}$ . Функцию распределения вероятности измерения определенного значения  $\overline{B_l}$  можно получить следующим образом. Фиксируем параметры модельного профиля линии  $A_0, \sigma_V, g_{\text{eff}}$  и параметры S/N и R, определяющие качество проведенных наблюдений. Выполним численный эксперимент по построению большого число  $N_{\text{sp}} \gg 1$  модельных профилей с заданными значениями S/N и R. Разобьем весь интервал возможных значений B на интервалы шириной  $\Delta B$ . Определим функцию распределения f(B) следующим образом:

$$f(B + \Delta B/2) = \frac{N(B, B + \Delta B)}{N_{sp}\Delta B}, \qquad (9.2.20)$$

где  $N(B, B + \Delta B)$  — число измерений поля, попадающих в интервал  $[B, B + \Delta B]$ .

На Рис. 9.5 (справа) приведена для иллюстрации полученная описанным выше способом функция распределения для линии HeI  $\lambda$  4921.93 Å с параметрами профиля  $R = 60000, S/N = 500, B_{\text{input}} = 100 \,\text{Гc}, A_0 = 0.35,$  $\sigma_V = 80 \,\text{км/c}$  и значении параметра сглаживания  $S = 50 \,\text{км/c}$ .

Из анализа таблицы 9.2 видно, что ошибка измерения значения индукции поля  $\sigma_D$  (или  $\sigma_I$ ) практически не зависит от измеряемого значе-

ния  $B_l$ . В то же время эта величина сильно зависит от формы профиля, отношения S/N и спектрального разрешения  $R = \lambda_0/\Delta\lambda_0$ , где  $\lambda_0$  — длина волны центра линии. Введем следующую характеристику профиля линии, используемого для определения индукции поля:

$$\mu = \lg \left[ \frac{A_0}{\sigma_V} g_{\text{eff}} \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_0^{\text{ref}}} \right)^2 (S/N) R^{1/2} \right].$$
(9.2.21)

Будем в дальнейшем называть эту величину добротностью профиля. Величина  $\mu$  построена таким образом, что чем она больше, тем меньше ошибка измерения поля. Выражение в прямых скобках в формуле (9.2.21) состоит из четырех сомножителей. Первый из них,  $A_0/\sigma_V$  пропорционален абсолютной величине производной по профилю dI(w)/dw. Второй сомножитель,  $g_{\rm eff}(\lambda_0/\lambda_0^{\rm ref})^2$  — определяет чувствительность линии к величине магнитного поля. Чем он больше, тем больше абсолютная величина расщепления. Значение  $\lambda_0^{\rm ref}$  — центральная длина волны какой-либо заранее выбранной *референтной* линии. В качестве таковой будем использовать линию HeI  $\lambda$  4921.93 Å.

Третий — отношение S/N определяет качество полученного в результате наблюдений профиля линии, тогда как последний сомножитель — спектральное разрешение R в степени 1/2, связан с числом значений производной dI(w)/dw, используемых для нахождения величины  $\overline{B_l}$ .

Увеличение любого из сомножителей приводит к уменьшению ошибки определения  $\overline{B_l}$ . Результаты расчетов показали, что увеличение спектрального разрешения в N раз приводит к уменьшению величины  $\sigma_B$ только в  $N^{1/2}$  раз, поэтому величина R входит в выражение для  $\mu$  в степени 1/2.

На Рис. 9.5 показана зависимость ошибок измерения поля  $\sigma_B$  от *добротности* профиля  $\mu$ . Важной особенностью этой зависимостью является ее нечувствительность к модельному значению  $\overline{B_l}$ , что позволяет говорить о ее универсальности. Указанная зависимость может быть аппроксимирована экспоненциальной функций:

$$\sigma_B = 6.90 \times 10^4 \, e^{-2.24\mu} \,. \tag{9.2.22}$$

В таблице 9.3 представлены как полученные из соотношения (9.2.22) значения ошибок измерения поля, так и значения этой величины для различных характеристик модельных профилей линий. Обычно для измерения индукции поля используется анализ расщепления профилей большого числа  $N_{\rm line} \gg 1$  профилей линий.

В этом случае эффект улучшения точности измерения индукции поля можно описать как увеличение эффективного значения отношения сигнал/шум:  $S/N_{\text{eff}} = \sqrt{N_{\text{line}}} \cdot S/N$ .



Рис. 9.5. Слева: Функция распределения измеренных значений продольных компонентов  $B_l$  магнитного поля по модельным профилям линии HeI  $\lambda$  4921.93 Å с параметрами профиля  $R = 60000, S/N = 500, B_{input} = 100$  Гс,  $A_0 = 0.35, \sigma_V = 80$  км/с и значении параметра сглаживания S = 50 км/с. Справа: Зависимость ошибки измерения поля  $\sigma_B$  (заполненные треугольники) от *добротности* измерений  $\mu$ . Пунктир — аппроксимация этой зависимости экспоненциальной функций:  $\sigma_B = 6.90 \times 10^4 \exp(-2.24\mu)$ . Заштрихована область значений  $\mu$ , таких, что  $3\sigma_B < 100$  Гс.

Таблица 9.3. Опибка измерения магнитного поля  $\sigma_B^{\text{mod}}$  по модельному профилю линии HeI  $\lambda$  4921.93 Å с параметрами  $A_0 = 0.35, R = 15000, \sigma_V = 80 \text{ км/c}$  в зависимости от добротности профиля  $\mu$  и в сравнении с ее оценкой  $\sigma_B^{\text{fit}}$  по формуле (9.2.22)

S/N	$N_{\rm line}$	$\rm S/N_{eff}$	$\mu$	$\sigma_B^{ m mod}$	$\sigma_B^{\mathrm{fit}}$
500	1	500	2.43	314	301
300	25	1500	2.90	106	104
2000	1	2000	3.03	79	78
4000	1	4000	3.33	38	40
1000	100	10000	3.73	16	16

#### Анализ нескольких линий и спектров

Как видно из результатов предыдущего раздела, определение величины магнитного поля из анализа поляризационных профилей только одной линии требует проведения наблюдений высокого качества с типичным отношением  $S/N \ge 2000$ . Как видно из анализа Рис. 9.5 (справа), для уверенного измерения значений  $B_l \approx 100$  Гс требуется достижение величины добротности профиля  $\mu \ge 3.4$ .

Спектры такого качества могут быть получены только для самых ярких звезд и при высоком спектральном разрешении. Для всех остальных объектов, а также при значениях магнитной индукции  $\overline{B}_l < 100 \, \Gamma c$  измерения величины поля требуют одновременного анализа нескольких линий и, возможно, нескольких спектров.

#### 9.2. Методы диагностики магнитного поля звезд

Предположим, что для исследуемой звезды получено N спектров, в каждом из которых для определения величины магнитного поля выбрано  $m_i$  неблендированных спектральных линий, где i = 1, 2, ..., N. Полный промежуток времени  $\Delta T$ , за который получены все N анализируемых спектров должен удовлетворять условию  $\Delta T < \gamma P_{\rm rot}$ , где параметр  $\gamma \approx 0.2$ , а  $P_{\rm rot}$  — период вращения звезды. Параметр Стокса V, усредненный по всем спектрам и по всем линиям в каждом спектре определяется соотношением:

$$\overline{\mathcal{V}} = \overline{\mathcal{V}}(w, S) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \omega_i \sum_{k=1}^{m_i} g_k \mathcal{V}_{i,k}^{\text{eff}}(w, S)}{\sum_{i=1}^{N} \omega_i \sum_{k=1}^{m_i} g_k} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \omega_i \mathcal{V}_i^{\text{sp}}(w, S)}{\sum_{i=1}^{N} \omega_i}.$$
 (9.2.23)

Здесь  $\mathcal{V}_{i,k}^{\text{eff}}(w, S)$  — эффективный параметр Стокса V для линии с номером k в спектре с номером i, определенный соотношением (9.2.17), а  $\mathcal{V}_i^{\text{sp}}(w, S)$  — усредненный по всем рассматриваемым линиям в спектре с номером i параметр Стокса,  $\omega_i$  — статистический вес спектра с номером i,  $g_k$  — статистический вес линии с номером k. Суммирование в формуле (9.2.23) выполняется по всем анализируемым спектрам и по всем отобранным для измерения магнитного поля линиям в каждом из спектров.

Для статистического веса спектра с номером *i* можно использовать соотношение  $\omega_i \propto (S/N)_i^2$ , где  $(S/N)_i$  — среднее отношение сигнал/шум для области спектра, в которой находятся линии, используемые при определении величины  $\overline{B}_l$ , а для статистического веса линии k – значение  $g_k \propto A_0 g_{\text{eff}} (\lambda_0^k/\lambda_0^{\text{ref}})^2$ , где параметры  $A_0^k$ ,  $g_{\text{eff}}^k$ ,  $\lambda_0^k$  — глубина линии, эффективный фактор Ланде и длина волны линии k соответственно, а длина волны *референтной линии*  $\lambda_0^{\text{ref}}$  выбирается исходя из того, какая область спектра используется для нахождения величины  $\overline{B}_l$ .

Аналогичным усреднением по спектра и всем линиям в спектре значений параметра  $\mathcal{J}^{\text{eff}}$  определяется полный параметр  $\overline{\mathcal{J}}(w, S)$ , а значение эффективного магнитного поля  $\mathcal{B}_l$  может быть найдено из анализа следующего соотношения:

$$\overline{\mathcal{V}}(w,S) = \mathcal{B}_l \times \overline{\mathcal{J}}(w,S) \,. \tag{9.2.24}$$

Соотношение (9.2.24) может быть использовано для определения значения  $\mathcal{B}_l$  дифференциальным методом. Однако более удобно воспользоваться интегральным методом. Вычисляя первые моменты от левой и правой частей соотношения (9.2.24), получим

$$\mathcal{M}_{V} = \int_{-W_{\text{line}}}^{W_{\text{line}}} w \,\overline{\mathcal{V}}(w, S) dw = \mathcal{B}_{l} \int_{-W_{\text{line}}}^{W_{\text{line}}} w \,\overline{\mathcal{J}}(w, S) dw = \mathcal{B}_{l} \mathcal{M}_{J} \,. \tag{9.2.25}$$



Рис. 9.6. Модельный спектр звезды в области  $\lambda\lambda$  4840 — 4940 Å для значения  $\langle B \rangle = 500$  Гс и S/N = 500. Тонкий пунктир - левополяризованный (L) компонент профиля, точечная линия R — компонент профиля. Сплошная толстая светлая линия — интегральный профиль линии.

Предлагаемая методика определения эффективного магнитного поля звезды может быть использована при произвольном количестве спектров различного качества, причем эти спектры могут располагаться в разных спектральных диапазонах и иметь разные числа линий.

#### Тестирование методики

Химически пекулярная Ар звезда  $\alpha^2$  CVn (HD 112413) спектрального подкласса A0 часто используется как стандарт поля. Эффективная температура звезды равна 11600 ± 500 K [70] светимость  $\approx 10^2 L_{\odot}$ , скорость вращения  $V \sin i = 18 \text{ км/c}$  [69]. Для тестирования нашего метода определения магнитного поля были использованы наблюдения  $\alpha^2$  CVn на БТА, выполненные 2 февраля 2009 г.

В статье [70] из измерений магнитного поля по бальмеровским линиям были определены параметры магнитного поля  $\alpha^2$  CVn в модели наклонного ротатора. Фаза  $\phi$  на момент времени T может быть получена по формуле  $\phi = (T - T_0)/P_{\rm rot}$  где период вращения звезды  $P_{\rm rot} = 5.46939$  дня [48].

Используя это соотношение, по средней юлианской даты наблюдений  $\alpha^2$  CVn на БТА можно найти значение фазы вращения на середину



Рис. 9.7. Слева: Средние по всем линиям параметры Стокса V для модельных спектров в области длин волн  $\lambda\lambda$  4840 – 4940 Å для спектров со значениями отношения S/N = 200 (сплошная линия), S/N = 500 (тонкий пунктир) и S/N = 1000 (тонкая точечная линия) и масштабным параметром S = 60 км/с. Отношения сигнал/шум указаны рядом с каждой кривой. Толстым пунктиром показан полный (средний по всем спектрам) параметр Стокса  $\mathcal{V}(w, S)$ . Толстая точечная кривая показывает профиль параметра Стокса V для модельного спектра без вклада шумового компонента. Справа: Зависимость среднего по всем спектрам параметра Стокса  $\mathcal{Y}(w, S)$ .

наблюдений  $\phi = 0.138$ , что соответствует значению продольной компоненты магнитного поля  $B_e = -890 \, \Gamma c$ . Используя профили L и R компонентов линий  $H_{\gamma}$  и  $H_{\beta}$ , полученные на БТА, можно определить значение  $B_l = 950 \pm 250 \, \Gamma c$ , что находится в хорошем согласии с рассчитанным значением  $B_l$ .

Для иллюстрации применения метода для нескольких спектров рассмотрим модельный спектр в области длин волн  $\lambda\lambda$  4840 – 4940 Å, содержащий 3 линии: Н<sub>β</sub>, SiII  $\lambda$  4883 Å и HeI  $\lambda$  4921 Å, описываемые профилем Гаусса с шириной 80 км/с и с глубинами 0.4, 0.2 и 0.3 соответственно.

Рассмотрим совокупность трех модельных спектров левой и правой поляризации, соответствующие значениям  $B = 500 \,\Gamma c$  с эффективными отношениями сигнал/шум S/N = 200,500 и 1000 соответственно. На рисунке 9.6 представлен модельный спектр для отношения S/N = 500.

Модельные значения параметра Стокса V для различных значений отношения S/N и масштабного параметра вейвлет преобразования S = 50 км/c представлены на Рис. 9.7 (слева). Видно, что хотя для спектров с разными отношениями S/N кривые V(w) существенно различаются, итоговая зависимость полного параметра Стокса  $\overline{\mathcal{V}}(w, S)$  очень близка к профилю параметра Стокса V для спектра без вклада шумового компонента.

Полученное в результате моделирования среднее значение  $B_l = 487 \pm 68$  Гс отличается от вводимого значения B = 500 Гс меньше чем на одно стандартное отклонение.

Описанный в настоящем параграфе интегральный метод наиболее

пригоден, как упоминалось выше, для анализа расщепления широких линий в спектрах горячих ОВ звезд. Для определения значения поля для узких линий может быть использован метод LSD Donati и др. [44] и Kochukhov и др. [71] или *дифференциальный* вариант описанного выше метода.

- [1] Авилова И.В., Подлубный Л.И., Опт. Спектр., **38**, (1975)
- [2] Александрова О.А., Бычков К.В., Астрон.ж., 77, 883 (2000)
- Бычков К.В., Хотыгин А.Ф., Элементарные процессы в астрофизической плазме, М. изд. МГУ (2009)
- [4] Горбацкий В.Г., Вестник ЛГУ, 19, 112 (1962)
- [5] Гринин В.П., Астрофизика, **5**, 371 (1969)
- [6] Груздев П.Ф., Шерстюк А.И., Опт. Спектр. 40 (1976)
- [7] Давыдкин В.А., Зон Б.А., Опт. спектр., 51, 13 (1981)
- [8] Кириенко А.Б., Письма в АЖ, **19**, 27 (1993)
- [9] Короновский А.А., Храмов А.Е., Непрерывный вейвлет-анализ и его приложения, (М., Физматлит, 2003) 176 с.
- [10] Никитин А.А., Феклистова Т.Х., Холтыгин А.Ф., Публ. Тарт. Астр. обс., 51, с. 42-50 (1986)
- [11] Никитин А.А., Феклистова Т.Х., Холтыгин А.Ф., Публ. Тарт. Астр. обс., 53, 53 (1990)
- [12] Очкур В.И., ЖЭТФ, 45, 737 (1963)
- [13] Сучков А.А., Щекинов Ю.А., Астрофизика, 19, 569 (1983)
- [14] Холтыгин А.Ф., Астрофизика, **16**, 115 (1980)
- [15] Холтыгин А.Ф., Феклистова Т.Х., Публ. Тарт. астр. обс., **51**, 51 (1986)
- [16] Холтыгин А.Ф., Астрофизика, **43**, 463 (2000)
- [17] Холтыгин А.Ф., Братцев В.Ф., Очкур В.И., Астрофизика, 45, 45 (2001)
- [18] Холтыгин А.Ф., Судник Н.П., Бурулакова Т.Е., Валявин Г.Г., Астрон. ж., 88, 1197 (2011)
- [19] Черепков Н.А., Чернышева Л.В., Сборник. Спектроскопические константы атомов, М. (1977)
- [20] Aggarwal K.M., Keenan F.P., ApJSS, 123, 311 (1999)
- [21] Alam B., Ansari S.M.R., Sol. Phys., 96, 219 (1985)
- [22] V.Ambarzumian, Цирк. Пулк. обс. № 6, 10, 1933.
- [23] Aldrovandi S.M.V., Pequignot S., A&A, 25, 137 (1973)
- [24] Arnaud M., Rothenflug R., A&ASS, 60, 425 (1985)
- [25] Audard M., Behar E., Güdel M., et. al. A&A, 365, 329 (2001)
- [26] Babcock H.W. Zeeman Effect in Stellar Spectra // Astrophys. J. 1947. 105. P. 105 – 119.

- [27] Bautista M.A., Kallman T.R., ApJ, 544, 581-591(2000)
- [28] K.Bartschat, Comp. Phys. Commun., 114 (1998)
- [29] Beigman I.L., Chychcow B.W., J.Phys.B. 13, 565 (1980)
- [30] Bowen I., Publ. Astron. Soc. Pacif., 46, 146 (1935)
- [31] Brocklehurst M., MNRAS 153, 471 (1971)
- [32] Brown R.L., Mathews W.G., ApJ, 160, 939 (1970)
- [33] Burgess A., Seaton M.J., M.N.R.A.S, 120, 121 (1960)
- [34] Burgess A., ApJ, 141, 1588 (1965)
- [35] Burgess A., Summer H., MNRAS 174, 345 (1976)
- [36] Burgess A., Summers H.P., MNRAS, 226, 227 (1987)
- [37] Butler S.E., Dalgarno A., A&A, 85, 144 (1980)
- [38] Butler K., Mendoza S., Zeippen C.J., M.N.R.A.S, 209, 343 (1984)
- [39] Butler K., IAU Symp. No. 155, 73, (1993)
- [40] Bychkov V.D., Bychkova L.V., Madej J., MNRAS, 394, 1338 (2009)
- [41] Craig J.D., Brown J.C., ApJSS, 49, 239 (1976)
- [42] Cohen D.H., de Messier C.E., MacFarlane J.J. et al., ApJ., 586, 495 (2003)
- [43] Dalgarno A., Sternberg A., M.N.R.A.S, 200, 77 (1982)
- [44] Donati J.F., Semel M., Carter B.D., Rees D.E., Cameron A.C., MNRAS, 291, 658 (1997)
- [45] Dubau J., Porquet D., arXiv:astro-ph/0204049v1 (2002)
- [46] Dunn G.H., Belich D.S.. Djurich N., Mueller D.W., Atom. Phys. 9 Int. Conf. Washington, July 23-27. 1984 Singapure, 1984.
- [47] Ercolano B., Morisset C., Barlow M.J., Storey P.J. and Liu X.-W., MNRAS, 340, 1153 (2003)
- [48] Farnsworth G., ApJ, **76** 313 (1932).
- [49] Feibelman W.A., Hyung S., Aller L.H., MNRAS, 278, 625, 1996.
- [50] Ferland G.I., PASP, 98, 549-581 (1986)
- [51] Fursa V., Bray I., J.Phys., B30, 757 (1997)
- [52] Grandi S.A., Astroph. J., 206, 658 (1976)
- [53] Grevesse N., Noels A., Sanval A.J., ASP Conf. Ser., 99, 117 (1996)
- [54] Gronenshild E.H.B.M. and Mewe R., Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 32, 283-305 (1978)
- [55] Hubrig S., Briquet M., Schöller M. et al., MNRAS, 369, L61 (2006)
- [56] (Hubrig S., Scholler M., Kharchenko N.V. et al.), A&A, 528, A151 (2011)
- [57] van der Hucht, K.A., Cassinelli, J.P., Williams, P.M., A&A, 168, 111 (1996)
- [58] Johnson L.C., ApJ, 174 (1972)
- [59] Johnson C.T., Burke P.G., Kingston A.E., J Phys.B, 20, 2553 (1987)
- [60] Judge P.G., Hubeny V., Brown J.C., ApJSS, 475, 275 (1997)
- [61] Kafatos M., Astroph. J., 182, 433 (1973)
- [62] M.Kafatos, J.P.Lynch, Astroph. J. Suppl. Ser., 42, 611, 1980.
- [63] Kahn S.M., Leutenegger M.A., Cottam J. et al., A&A, 365, 312 (2001)

- [64] Kano Z., Hattor S., Phys.Rev. A. 29A (1984)
- [65] Kholtygin A.F., Ilin V.B., Voschinnikov N.V., A&A, 323, 189 (1997)
- [66] Kholtygin A.F., Astron. Astrophys., 329, 691 (1998)
- [67] Kholtygin A.F., Brown J.C., Cassinelli J.P., Fabrika S.N., Monin D.N., Surkov A.E., Astron. Astroph. Trans., 22, 499 (2003)
- [68] Klimchuk J.A., Cargill P.J., ApJ, 553, 440 (2001)
- [69] Kochukhov O., Piskunov N., Ilyin I., Ilyina S., Tuominen I., A&A, 389, 420 (2002)
- [70] Kochukhov O., Wade G.A., A&A, 513, A13 (2010)
- [71] Kochukhov O., Makaganiuk V., Piskunov N., A&A, 524, A5 (2010).
- [72] Kudryavtsev D.O., http://www.sao.ru/ dkudr/fs1/node8.html
- [73] http://www.sao.ru/ dkudr/fs2/index.html Эффект Зеемана в спектрах звезд (1999)
- [74] Kwitter K.B., Henry R.B.C. Milingo J.B., Pubp. Astron. Soc. Pacif., 80 (2003)
- [75] Landi E., Landini M., Astron. Astroph., 347, 401 (1999)
- [76] J.D. Landstreet, ApJ, 258, 639 (1982)
- [77] Leuteneger M.A., Paerels F.B.S., Kahn S., Cohen D.C., ApJ, 650, 1096 (2006)
- [78] Liu X.-W, Barlow M.J., Cohen M. et al., MNRAS, 323, 343 (2001)
- [79] Lotz W., Z.Phys., 206, 205 (1967), Z.Phys., 216, 241 (1968)
- [80] Mendoza C., IAU Symp. No. 103, 143, (1983)
- [81] Mewe R., Raassen A.J.J., Cassinelli J.P., et al., Adv.Space Res., 32, 1167 (2003)
- [82] Mewe R., Gronenschild E.H.B.M., Westergaard N.J., et al., ApJ, 260, 233 (1982)
- [83] Niimura M., Smith S.J., Chutjian A., ApJ, 565, 645 (2002)
- [84] Nussbaumer H., Storey P.J., A&A, 126, 75 (1983)
- [85] Nussbaumer H., Schmutz W., A&A, 138, 495 (1984)
- [86] Nussbaumer H., Storey P.J., A&ASS, 56, 145 (1984)
- [87] Nussbaumer H., Storey P.J., Al, Si., A&ASS, 64, 145 (1984)
- [88] Nussbaumer H., Storey P.J., A&ASS, 69, 123 (1987)
- [89] Omidwar K., ADNDT, 28, 215 (1983)
- [90] Peach G., Mem. Roy.Astr.Soc. 71, 13 (1967)
- [91] Peimbert M., ApJ, 150, 825 (1967)
- [92] Pengelly R.M., Seaton M.J., MNRAS, 127, 165 (1964)
- [93] Pequignot D., Aldrovandi S.M.V., A&A. 161, 169 (1986)
- [94] Pequignot D., Baluteau J.-P., Astron. Astroph., 283, 593 (1994)
- [95] Pequignot D., Aldrovandi S.M.V., Stasinska G., A&A. 63, 313 (1978)
- [96] P. Petit, F. Lignières, G. A. Wade, et al., A&A, 523, A41 (2010)
- [97] Pradhan A.K., MNRAS, 177, 31 (1976)
- [98] Ralchenko Y., http://plasma-gate.weizmann.ac.il/DBfapp.html, http://plasma-gate.weizmann.ac.il/DBtable.html
- [99] Raman-Attia M., Jachen M., Laplance G., Rochman A., JPhys. B. Atom.Mol.Phys. 19 (1986)
- [100] Ramirez Velez J.C., Semel M., Stift M., et al., A&A, 512, A6 (2011)
- [101] Van Regemorter H., ApJ, **136**, 906 (1963)

- [102] Reilman R.F., Manson S.T., ApJSS, 40, 815 (1979)
- [103] Rola C., Pelat D., A&A, 287, 677 (1994)
- [104] Rola C., Stasinska G., A&A, 282, 199 (1994)
- [105] Roueff E., Le Bourlot J., A&A, 236, 515 (1990)
- [106] Seaton M.J., Proc. Phys. Soc. 68A, 457 (1955)
- [107] Seaton M.J., MNRAS 119, 81 (1959)
- [108] Semenko E., in The A-Star Puzzle, Proc. IAU Symp. No. 224, Eds. J. Zverko, J. Zižňovskýy, S.J. Adelman, W.W. Weiss, p. 605 (2004)
- [109] Stancil P.C., Havener C.C., Krstic P.S. et al., ApJ, 502, 1006 (1998)
- [110] Stangellini L., Kaler J.B., ApJ, 343, 811 (1989)
- [111] Sutherland R.S., Dopita M.A., ApJSS, 88, 253 (1993)
- [112] Stenflo J., Solar magnetic fields: polarized radiation diagnostics, Dordrecht, Kluwer (1994)
- [113] Shevelko V., Urnov A.M., Vainshtein L.A., Müller A., MNRAS, 203, 45 (1983)
- [114] Storey P.J., MNRAS, 195, 27P (1981)
- [115] Shull J.M. and van Steenberg M., Astrophp. J. Suppl. Ser., 48, 95 (1982)
- [116] Watson W.D., Western L.R., Christersen R.B., ApJ, 240, 956 (1980)
- [117] Tarter C.B., Weisheit J.C., Dalgarno A., A&A, 71, 366 (1979)
- [118] Tawara H., Kato T., Atom. Data Nucl. Data Tables, 36, 167 (1987)
- [119] Verner D.A., Yakovlev D.G., Band I.M., Trzhaskovskaya M.B., ADNDT, 55, 233 (1993)
- [120] Waldron W.L., Cassinelli J.P., ApJ., 548, L45 (2000)
- [121] Wiese W.L., Smith M.W., Glennon B.M., Atomic transition probabilities. Vol I. Hydrogen through neon, Washington (1966)
- [122] Yeh J.I., Lindau I., ADNDT, 32, 1 (1985)
- [123] Zeeman P. On the influence of magnetizm on the nature of the light emitted by a substance // Astrophys. J. – 18907. – 5. – P. 332 – 347.

# МОНОГРАФИИ, УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ

- [124] Амусья М.Я., Атомный фотоэффект. М. (1987)
- [125] Атомы в астрофизике: сб. статей, Пер. с англ. под ред. Л. А. Вайнштейна. М. (1986)
- [126] Бойко В.А., Пальчиков В.Г, Скобелев И.Ю., Фаенов А.Я., Рентгеновская спектроскопия многозарядных ионов. М. (1988)
- [127] Бочкарев Н.Г., Основы физики межзвездной среды, М., изд. МГУ (1991)
- [128] Брандт З., Статистические методы анализа наблюдений, М., изд. Мир (1975)
- [129] Вайнштейн Л.А., Шевелько В.П., Структура м характеристики ионов в горячей плазме. М., Наука, Гл. Ред. Физ.-Мат. Литературы (1986)
- [130] Земцов Ю.К., Бычков К.В., Курс лекций по атомной физике, http://heritage.sai.msu.ru/ucheb/Zemcov/index.html (2007)
- [131] *Бете Г., Солпитер Э.*, Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М., Мир, (1960)
- [132] Иванов В.В., Перенос излучения и спектры небесных тел, М. (1969)
- [133] Калиткин Н.Н., Численные методы, М., Наука (1978)
- [134] Каплан С.А., Пикельнер С.Б., Физика межзвездной среды, М., (1979), §4, 5, 14
- [135] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теория поля, Физматгиз, 6-е изд., М. (1973)
- [136] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.*, Квантовая Механика, Физматгиз, 3-е изд., М. (1974)
- [137] Левинсон И.Б., Никитин А.А., Руководство по теоретическому вычислению интенсивностей линий в атомных спектрах. Л., (1962)
- [138] Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А., Курс теоретической физики, Том II. Квантовая механика. Квантовая статистика и физическая кинетика, М. (1971)
- [139] *Нагирнер Д.И.*, Лекции по теории ереноса излучения, СПб, Изд. СПбГУ, 284 стр. (2001)
- [140] *Нагирнер Д.И.*, Квантовая механика и статистическая физика для астрономов, СПб, Изд. СПбГУ, 308 стр. (2004)
- [141] *Нагирнер Д.И.*, Радиационные процессы в астрофизике, СПб, Изд. СПбГУ, 294 стр. (2007)
- [142] А.А.Никитин, З.Б.Рудзикас, Основы теории спектров атомов и ионов, Наука, М., (1973)
- [143] Потташ С., Планетарные туманности, М., Мир (1987)
- [144] *Пресняков Л.П., Шевелько В.П., Янев Р.К.*, Элементарные процессы с участием многозарядных ионов, М. (1986)
- [145] З.Б.Рудзикас, А.А.Никитин, А.Ф.Холтыгин, Теоретическая атомная спектроскопия, Изд. ЛГУ, Л., (1990)
- [146] *Смирнов Б.М.*, Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме, М. (1968)
- [147] И.И.Собельман, Введение в теорию атомных спектров, Физматгиз, М., (1963)
- [148] И.И.Собельман, Введение в теорию атомных спектров, Физматгиз, М., (1977)
- [149] Соболев В.В., Курс теоретической астрофизики, М., Наука (1985)

- [150] Сороченко Р.Л., Гордон М.А., Рекомбинационные радиолинии, М, Физматлит (2003)
- [151] Фано У., Купер Дж., Спектральные распределения сил осцилляторов в атомах. М. (1972)
- [152] Юцис А.П., Бандзайтис А.А., Теория момента количества движения в квантовой механике, Вильнюс (1977)
- [153] Юцис А.П., Савукинас А.Ю., Математические основы теории атома, Вильнюс (1973)
- [154] Allen's astrophysical quantities, 4th ed., New York: AIP Press; Springer, Ed. A.N.Cox (2000)
- [155] Cowan R.D., Theory of Atomic Structure and Spectra, Berkely (1981)
- [156] Osterbrock D.E., Astrophysics of Gaseous Nebulae. Freeman, San Francisco (1974)

# СПРАВОЧНИКИ, КАТАЛОГИ, ТАБЛИЦЫ

- [157] Л.А.Вайнштейн, И.И.Собельман, Е.А.Юков, Сечения возбуждения атомов и ионов электронами, Наука, М., (1973)
- [158] Головатый В.В., Сапар А.А., Феклистова Т.Х., Холтыгин А.Ф., Атомные данные для спектроскопии разреженной астрофизической плазмы. Газовые туманности, Таллинн, Валгус (1991)
- [159] Радциг А.А., Смирнов Б.М., Параметры атомов и атомных ионов: Справочник. М. (1986)
- [160] Сена Л.А., Единицы физических величин и их размерности. 2-е изд, М, Наука (1977)
- [161] Справочник констант элементарных процессов с участием атомов, ионов, электронов, фотонов под ред. А.Г.Жиглинского, СПб, изд. СПбГУ (1994)
- [162] Стриганов А.Р., Одинцова Г.А., Таблицы спектральных линий атомов и ионов, М., Энергоиздат (1982)
- [163] Golovatyj V.V., Sapar A., Feklistova T., Kholtygin A.F., Catalogue of atomic data for low-density astrophysical plasma, Astron.Astroph.Transact., 12, 85-241, (1997)
- [164] Moore Ch.E., Selected Tables of Atomic Spectra, NSRDS-NBS 3, Section 3 (1970)
- [165] Moore Ch.E., Selected Tables of Atomic Spectra, NSRDS-NBS 3, Section 4 (1971)
- [166] Moore Ch.E., Selected Tables of Atomic Spectra, NSRDS-NBS 3, Section 5 (1975)

# ОБЗОРНЫЕ СТАТЬИ

- [167] Бейгман И.Л., Вайнштейн Л.А., Сюняев Р.А., Диэлектронная рекомбинация, УФН, 95, 267 (1968)
- [168] *Вайнштейн Л.А.*, Диэлектронная рекомбинация, Труды ФИАН СССР., **119** (1980)
- [169] *Лендьел В.И., Навроцкий В.Т., Сабад Е.Н.*, Резонансы в рассеянии электронов на атомах и ионах, УФН, **151** (1987)
- [170] Месси Г., Теория рассеяния медленных электронов, УФН, 64, 589 (1958)
- [171] Gudel M., X-ray astronomy of stellar coronae, A&A, 12, 71-237 (2004)
- [172] Zeippen C.J., MNRAS, 198, 111 (1982)

[173] Zeippen C.J., A&A, 173, 410 (1987)

Принятые обозначения журналов:

 $\mathsf{A}\&\mathsf{A}-\mathsf{A}\mathsf{stronomy}$  and  $\mathsf{A}\mathsf{trophysics}$ 

A&ASS — Astronomy and Atrophysics Suppl. Ser.

ApJ — Astrohysical Journal

ApJSS — Astrohysical Journal Suppl. Ser.

ADNDT — Atomic Data Nucl. Data Tables

MNRAS — Monthly Notices of Royal Astr. Society

# Приложение А

# Единицы физических величин

# A.1 Системы физических величин и атомные константы

Система единиц образуется совокупностью нескольких условно выбираемых основных единиц (от трёх до семи). Все остальные единицы являются производными и определяются с помощью основных единиц.

На основе перечисленных единиц и их десятичных долей были построены основные системы единиц. Наиболее удобной для физики оказалась гауссова или симметричная система единиц СГС (основные единицы см, г, с). С 1 января 1980 г. в качестве государственного стандарта СССР введена в действие Международная система единиц СИ (основные единицы м, кг, с, А, К, кд, моль) [159, 160]. В различных областях науки могут использоваться и другие системы единиц (см. ниже). Перевод единиц из одной системы в другую осуществляется с помощью формул размерности [160].

# A.2 Основные физические константы, связанные с атомной спектроскопией

Для выполнения расчётов скоростей и сечений элементарных процессов необходимо знание физических постоянных. Для удобства читателя значения основные констант, связанных с атомной спектроскопией, приведены в табл. А.1 (в системе СГС). Значения констант в системе СИ могут быть найдены в работах [154, 159].

# А.3 Система атомных единиц

Для упрощения записи физических законов и определений, относящихся к области атомной физики, часто прибегают к сокращению числа

Обозна- чение	Числовое значение в системе СГС	Погреш- ность последней цифры	Название
c	$2.99792458\cdot 10^{10}\mathrm{cm/c}$	40	Скорость света в вакууме
e	4.80324 · 10 <sup>-10</sup> ед. СГСЭ	3	Элементарный электрический заряд
h	$6.62620 \cdot 10^{-27}$ эрг·с	5	Постоянная Планка
$\hbar = h/2\pi$	$1.05459 \cdot 10^{-27}$ эрг $\cdot$ с	5	
$\alpha = e^2/\hbar c$	$7.297354 \cdot 10^{-3}$	1	Постоянная
$\alpha^{-1}$	137.03597	1	тонкой структуры
m <sub>e</sub>	$9.109\overline{56\cdot 10^{-28}}{}_{\Gamma}$	5	Масса электрона
$m_{\rm p}$	$1.67265 \cdot 10^{-24}$ г	5	Масса протона

Таблица А.1. Основные физические константы по [154, 159]

универсальных постоянных. Этого можно добиться, приравнивая единице основные физические величины, из которых могут быть получены все основные единицы как производные.

Одной из наиболее употребительных систем единиц является система Хартри, часто называемая системой *атомных единиц*. В ней приравнены единице заряд (e) и масса (m<sub>e</sub>) электрона, а также постоянная Планка ( $\hbar$ ). Переход в формулах атомной физики к атомным единицам производится формальным приравниванием  $e=m_e=\hbar=1$ . Из этих основных единиц можно построить только одну комбинацию с заданной размерностью для всех производных величин. В системе *атомных единиц* единицей длины служит боровский радиус электрона  $a_0 = 0.529 \cdot 10^{-8}$  см, единицей энергии – величина  $m_e e^4/\hbar^2 = 27.212$  эВ и т.п.

Удобство атомной системы единиц в том, что параметры атомных объектов в них безразмерны и по порядку величины близки к единице. В этой системе единиц значительно упрощаются основные уравнения и соотношения атомной физики. В табл. А.2 даны значения основных физических величин в атомной системе единиц.

В квантовой электродинамике удобно использовать систему единиц, в которой приравнены единице постоянные  $c, m_e$  и  $\hbar$ . Такая система единиц называется *релятивистской*.

Единица энергии в такой системе совпадает с энергией, отвечающей

100,1111	Taominga 11.2. One tema atominist equiling Mapiph $c = m_0 - n - 1$						
Обозначение	В атомн.	В системе СГС	Величина				
	сист. ед.						
e	1	4.8032 · 10 <sup>-10</sup> ед. СГСЭ	Заряд (заряд				
			электрона)				
$m_{ m e}$	1	$9.1096 \cdot 10^{-28}$ г	Масса (масса				
			электрона)				
$\hbar$	1	$1.0546 \cdot 10^{-27}$ эрг·с	Момент				
			количества				
			движения				
			(постоянная				
			Планка)				
$a_0 = \hbar^2 / m_{\rm e} e^2$	1	$5.2918 \cdot 10^{-9}$ см	Длина				
			(боровский				
			радиус)				
$v_0 = e^2/\hbar$	1	$2.1877\cdot10^8\mathrm{cm/c}$	Скорость				
$\varepsilon_0 = m_{\rm e} e^4 / \hbar^2$	1	$4.3598 \cdot 10^{-11}  \mathrm{spr}{=}2 \mathrm{Ry}$	Энергия				
$\tau_0 = \hbar^3 / m_{\rm e} e^4$	1	$2.4189 \cdot 10^{-17} \mathrm{cm}$	Время				

Таблица А.2. Система атомных единиц Хартри  $e = m_0 = \hbar = 1$ 

массе покоя электрон<br/>а $m_{\rm e}c^2\approx 8.2\cdot 10^{-7}\,{\rm эрг},$ единица длины — с комптоновской длиной волны электрона  $\lambda_{\rm C}/2\pi \approx 3.9\cdot 10^{-11}\,{
m cm}$ и т.д. В табл. 1.6 справочника [159] даны значения основных физических величин в релятивистской системе единиц.

#### A.3.1 Переводные множители и вспомогательные соотношения

В атомной физике используется много несистемных единиц энергии. Для удобства читателя в табл. А.3 содержатся переводные множители для единиц энергии.

	таолица А.з. переводные множители для единиц энергии					
Еди-						
ница	Ð		-1	T.	D	
изме-	эВ	эрг	CM <sup>1</sup>	K	Ry	МГц
рения						
эВ	1	$1.6022\!\cdot\!10^{-12}$	8065.48	11604	$7.3498 \cdot 10^{-2}$	$2.4180 \cdot 10^8$
эрг	$6.2415 \cdot 10^{11}$	1	$5.0340\!\cdot\!10^{15}$	$7.2430\!\cdot\!10^{15}$	$4.5873\!\cdot\!10^{10}$	$1.5092\!\cdot\!10^{20}$
$\mathrm{cm}^{-1}$	$1.23985 \cdot 10^{-4}$	$1.9865\!\cdot\!10^{-16}$	1	1.4388	$9.1127 \cdot 10^{-6}$	$2.9979 \cdot 10^4$
Κ	$8.617 \cdot 10^{-5}$	$1.3807\!\cdot\!10^{-16}$	0.69502	1	$6.3335 \cdot 10^{-6}$	$2.0836 \cdot 10^4$
Ry	13.606	$2.1799\!\cdot\!10^{-11}$	$1.0974 \cdot 10^5$	$1.5789 \cdot 10^5$	1	$3.2898 \cdot 10^9$
МΓц	$4.1357\!\cdot\!10^{-9}$	$6.6262\!\cdot\!10^{-21}$	$3.3356 \cdot 10^{-5}$	$4.7993\!\cdot\!10^{-5}$	$3.0397\!\cdot\!10^{-10}$	1

Таблица А 3 Переволные множители для единиц энергии

В заключение данного пункта приведем несколько полезных формул для расчета длин волн и энергий переходов. Для определения длины волны перехода  $k \to i$  между уровнями с энергиями  $E_k$  и  $E_i$ , выраженными в см<sup>-1</sup>, могут быть использованы следующие соотношения:

$$\lambda_{ik} (CM) = \frac{1}{E_k - E_i}, \ \lambda_{ik} (MKM) = \frac{10^4}{E_k - E_i}, \ \lambda_{ik} (\mathring{A}) = \frac{10^8}{E_k - E_i}.$$
(A.3.1)

Отметим, что в данном соотношении имеются в виду длины волн в вакууме  $\lambda_{vak}$ . В оптической и ближней УФ области спектра ( $\lambda > 2000$  Å) часто используются длины волн в воздухе  $\lambda_{air}$ . Для перехода от длины волны в воздухе к длине волны в вакууме и обратно используются соотношения:

$$\lambda_{\text{vak}} = n\lambda_{\text{air}}, \quad \lambda_{\text{air}} = \lambda_{\text{vak}}/n.$$

Среднее значение коэффициента преломления сухого воздуха при 15° С и 760 мм рт. ст. равно n = 1.000278. Для получение более точного значения длины волны в вакууме следует учесть зависимость коэффициента преломления от  $\lambda_{air}$  (см. табл. в § 32 в справочнике [154]). Представим зависимость  $n(\lambda)$  в следующем виде:

$$n = 1 + (q_0 + q_1 x + q_2 x^2 + q_3 x^3) \times 10^{-3}, \qquad (A.3.2)$$

где  $x = 1/\lambda$  (мкм) — обратная длина волны в микронах, а коэффициенты разложения  $q_0, q_1, q_2$  и  $q_3$  даны в Табл. А.4.

Таблица А.4. Коэффициенты разложения коэффициента преломления <br/>  $n(\lambda)$ в формуле (А.3.2)

Интервал длин				
ВОЛН В МКМ	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$
[0.2, 0.3)	0.323886	-0.6733780	5.403730	-19.0404
[0.3, 0.4)	0.291686	-0.1473710	0.826736	-2.45718
[0.4, 0.5)	0.282727	-0.0524998	0.178676	-0.287487
[0.5, 0.6)	0.278957	-0.0252946	0.0326067	0.234858
[0.6, 0.7)	0.277020	-0.0210919	0.171400	-0.771248
[0.7, 0.8)	0.275828	-0.0159264	0.155899	-0.806208
[0.8, 1.0)	0.274991	-0.0062229	0.0241158	-0.079072
[1.0, 2.0)	0.274084	-0.0024559	0.0019440	0.0005672
[2.0, 5.9)	0.272992	-0.0003267	0.0001141	-0.0000138
> 5.9	0.272561	0.0004711	-0.000382	0.0023916

При известных значениях  $\lambda_{ik} = \lambda_{ik}^{\text{vak}}$ , используя соотношения

$$\Delta E_{ik} = E_k - E_i \ (\text{cm}^{-1}) = \frac{1}{\lambda_{ik} \ (\text{cm})} = \frac{10^4}{\lambda_{ik} \ (\text{mkm})} = \frac{10^8}{\lambda_{ik} \ (\text{M})}, \quad (A.3.3)$$

можно найти разность энергий уровней, между которыми происходит переход с длиной волны  $\lambda_{ik}$ .
## Список иллюстраций

1.1	Общая картина процесса столкновения	9
1.2	Столкновения в элементарном объеме.	10
1.3	Спектр туманности NGC 7027 в области $\lambda\lambda$ 5332 — 5339 Å по [94].	16
2.1	Тонкая структура уровней $n=1,2,3$ водородоподобных и онов.	25
2.2	Схема переходов тонкой структуры линии $H_\alpha.$	25
2.3	Тонкая структура уровней термов конфигураци и $2p^2$ при $LS$ связи.	30
2.4	Слева: уровни конфигурации $2p3p$ иона C <sup>2+</sup> по [164]; справа: то же, что на девом рисунке, но для области энергий $327000-333400 \text{ cm}^{-1}$	32
2.5	Уровни конфигурации $2s2p(^{1,3}P^o)3p^2P$ иона $N^{2+}$	33
3.1	Радиационные переходы между дискретными уровнями атома. Сплош-	
	ной линией показаны спонтанные переходы, пунктиром — вынужден-	~
~ ~	ные.	35
3.2	Схемы уровней основных конфигураций и онов ${\rm O}^+$ и ${\rm O}^{2+}$ по [156]	50
3.3	Силы столкновений переходов между уровнями основной конфигура- ции иона $O^{2+}$ по [156]	51
3.4	Сравнение экспериментальных сечений перехода $2p^{2} {}^{3}P_{0,1,2} - 2p^{2} {}^{1}P_{2}$ иона O <sup>2+</sup> [83] (жирные точки) с результатами расчетов методом сильной связи [20] (сплошная линия). Энергетическое разрешение теоретических сечений уменьшено до значения $\Delta E = 0.1$ эВ равного раз-	
	бросу энергий электронов в возбуждающем переход пучке электронов. Заштрихованная область показывает теоретические значения сечений	
	при ошибке $\pm 5\%$ в сечениях. Показаны ошибки экспериментальных сечений на уровне $1.7\sigma$ , гле $\sigma$ — стандартное отклонение. Вертикаль-	
	ная стрелка отмечает порог реакции.	52
3.5	Скорости возбуждения переходов тонкой структуры атома углерода	
	с $J = 0, 1, 2$ с протонами по [105] (незаполненные квадратики, ромбы	
	и звездочки для переходов $0 \to 1, 0 \to 2$ и $1 \to 2$ соответственно) и электронным уларом по [59] (заполненные фигуры).	56
36	Сечение ионизации атома Н электронным ударом по [118] $E = 3$ кспе-	
0.0	риментальные значения сечения, Т – результаты расчетов, сплошная	
	линия – аппроксимация Лотца [79].	57
3.7	То же, что на Рис. 3.6, но для иона С <sup>+</sup> .	58
3.8	То же, что на Рис. 3.6, но для и она $\mathrm{Zn}^+.$ $\ldots$	59
3.9	Схема процесса диэлектронной рекомбинации	61

3.10	Спектр сателлитов резонансной $(1s^{2} {}^{1}S - 1s2p {}^{1}P^{\circ})$ (а) и интеркомбинационной $(1s^{2} {}^{1}S - 1s2p {}^{3}P^{\circ})$ (б) линий гелиеподобного иона Fe <sup>23+</sup> при ионной температуре $T_{i} = 5 \cdot 10^{6}$ К и электронной температуре $T_{o} - 2 \cdot 10^{7}$ К	63
3.11	Скорости рекомбинации иона С <sup>2+</sup> . Пунктир — скорость фоторекомбинации ( $\alpha^{\text{phr}}$ ); штрих-пунктир — низкотемпературная часть скорости диэлектронной рекомбинации ( $\alpha^{\text{low}}$ ) [84]; точечная кривая — высокотемпературная часть скорости диэлектронной рекомбинации ( $\alpha^{\text{high}}$ ), рассчитанная по формуле Берджеса из работы [34], сплошная кривая — высокотемпературная часть скорости диэлектронной рекомбинации ( $\alpha^{\text{high}}$ ),	65
3.12	— суммарная скорость рекомоинации	66
3.13	Сечения реакций (3.5.11) — пунктир и обратной реакции (3.5.12) — сплошная линия, согласно [109]	67
4.1	Зависимость относительного содержания ионов углерода от ло- кальной температуры среды $T_{\rm e}$ . Вверху – данные работы [111], внизу – относительные содержания, полученные в статье [67]	72
4.2	Равновесные содержания ионов железа Fe <sup>*+</sup> для горячей плазмы сол- нечного химического состава с температурой <i>T</i> (в логарифмической шкале). Пунктиром показаны ионизационные кривые с учётом реак- ций перезарядки [24]	73
5.1	Эффективный коэффициент столкновительного возбуждения $q_{ki}^{\text{eff}}(T_{\text{e}}, n_{\text{e}})$ УФ дублета СШ $\lambda$ 1907 ( $2s^{2} {}^{1}S - 2s2p {}^{3}P^{\circ}$ ) в зависимости от $n_{\text{e}}$	83
5.2	Схема образования эмиссионных линий при фотоотрыве электронов	8/
5.3	Схема образования эмиссионных линий в результате нерезонансной	04
5.4	флуоресценции	81
	перезарядки $O^{2+} + H \rightarrow O^{2+} + H^+$ в населённости	87
6.1	Параметр $\mu_{tt}$ для линий СШ $\lambda$ 1907, СШ $\lambda$ 4267 и Н <sub><math>\beta</math></sub> в функции $T_{\rm e}$ при $n_{\rm e} = 10^3$ К	90
6.2	Рентгеновский спектр Капеллы в области 5-30 Å. Вертикальные линии — ошибки наблюдения; тонкой сплошной линией и пунктиром пока- заны теоретические спектры компонентов с температурами 5 · 10 <sup>6</sup> K и 10 <sup>7</sup> K соответственно; жирная сплошная линия — полный теоретиче- ский спектр в двухкомпонентной модели короны [82]	91
$\begin{array}{c} 6.3 \\ 6.4 \end{array}$	Рентгеновский спектр звезды ζ Ori [120]	92
	модели с дифференциальной мерой эмиссии, показанной на Рис. 6.5.	93

6.5 6.6	Распределение дифференциальной меры эмиссии в многокомпонент- ной модели короны Капеллы по [25]
	жания элементов в атмосферах звезд типа WC [57]
7.1	<b>слева:</b> отношение интенсивностей линий O <sup>+</sup> согласно [110] в зависимости от $n_{\rm e}$ для $T_{\rm e} = 10000$ К. Пунктир — расчет с вероятностями переходов из [172], сплошная линия — из работы [173]; <b>справа:</b> отношение интенсивностей ИК линий O <sup>2+</sup> , в функции $n_{\rm e}$ по [78]. Пунктир — $T_{\rm e} = 5000$ К, сплошная линия — $T_{\rm e} = 10000$ К,
7.2	точечная линия — $I_e = 15000$ К
	тронной температуры $T_{\rm e}$ для туманности NGC 7026 по [143] 102
7.3	Схема триплетных уровней Не-подобных ионов по [171] 103
7.4	Отношение $\mathcal{R} = f/i$ линий гелиеподобного иона S <sup>14+</sup> (слева) в за- висимости от $n_{\rm e}$ по [27]. Отношение $\mathcal{G} = (f + i)/r$ для иона O <sup>6+</sup> в зависимости от $T_{\rm e}$ (справа) по [45]
7.5	Профили линий гелиеподобного иона О <sup>6+</sup> в спектрах Капеллы (G5IIIe)
	и затменной двойной $\beta$ Per (B8V) по наблюдениям на спутнике Chandra [171].
	прешенной (f) линий переходов $1s - 2s$ и $1s - 2p$ (см. табл. 7.2) 106
7.6	Зависимость отношения f/i от $n_e$ и расстояния излучающей в данной линии области плазмы до центра звезды по [120] 106
8.1	Отношения рассчитанных интенсивностей линий ионов C <sup>2+</sup> и O <sup>2+</sup> и наблюдаемых в спектре туманности NGC 7027 в зависимости от па- раметров модели туманности. Пунктирными линиями показаны зна- чения функции правдоподобия, нормированные на её максимальную величину.
9.1 9.2	Зеемановское расщепление дублета натрия 5890, 5896 [73] 113 Зеемановское расщепление дублетных линий по [148]. <i>π</i> -компоненты находятся вверху горизонтальных линий, <i>σ</i> — внизу. Интенсивности каждой из компонент характеризуются высотой соответствующих го-
	ризонтальных линий
9.3	Слева: Модельный профиль линии HeI $\lambda$ 4921.9 с параметрами $Z_0 = -0.35, \sigma_w = 80 \text{ км/с.}$ Толстая сплошная линия соответствует значению $S/N = 1000$ , тонкая пунктирная $-S/N = 50$ . Справа: То же, что на левом рисунке, но для параметра $J(w, S)$
9.4	при значении ширины фильтра $S = 30 \text{ км/с.} \dots 123$ Слева: Зависимость сглаженного параметра Стокса $V^{\text{eff}}(w, S)$ для модельного профиля линии HeI $\lambda$ 4921 Å от значений функ- ции $J^{\text{eff}}(w, S)$ при значении ширины фильтра $S = 30 \text{ км/с.}$ Сле- ва: при значении отношения $S/N = 500$ , Справа: при значении отношения $S/N = 1000$

9.5Слева: Функция распределения измеренных значений продольных компонентов  $B_l$  магнитного поля по модельным профилям линии HeI  $\lambda$  4921.93 Å с параметрами профиля R = 60000, S/N =500,  $B_{input} = 100\,\Gamma {
m c}, \, A_0 = 0.35, \, \sigma_V = 80\,{
m km/c}$ и значении параметра сглаживания S = 50 км/с. Справа: Зависимость ошибки измерения поля  $\sigma_B$  (заполненные треугольники) от *добротности* измерений  $\mu$ . Пунктир — аппроксимация этой зависимости экспоненциальной функций:  $\sigma_B = 6.90 \times 10^4 \exp(-2.24\mu)$ . Заштри-Модельный спектр звезды в области  $\lambda\lambda 4840 - 4940$  Å для значе-9.6 ния  $\langle B \rangle = 500 \, \Gamma c$  и S/N = 500. Тонкий пунктир - левополяризованный (L) компонент профиля, точечная линия R — компонент профиля. Сплошная толстая светлая линия — интегральный профиль линии. 9.7Слева: Средние по всем линиям параметры Стокса V для модельных спектров в области длин вол<br/>н $\lambda\lambda\,4840-4940\,{\rm \AA}$ для спектров со значениями отношения S/N = 200 (сплошная линия), S/N = 500 (тонкий пунктир) и S/N = 1000 (тонкая точечная линия) и масштабным параметром  $S = 60 \, \text{км/c}$ . Отношения сигнал/шум указаны рядом с каждой кривой. Толстым пунктиром показан полный (средний по всем спектрам) параметр Стокса  $\mathcal{V}(w, S)$ . Толстая точечная кривая показывает профиль параметра Стокса V для модельного спектра без вклада шумового компонента. Справа: Зависимость среднего по всем спектрам пара-

## Список таблиц

$2.1 \\ 2.2$	Длины волн компонентов тонкой структуры линии $\mathbf{H}_{\alpha}$ Термы конфигураций $l^n$	26 33
$3.1 \\ 3.2$	Классификация типов переходов	40
	водорода	41
3.3	Постоянная Ридберга для водородоподобных ионов	41
3.4	Функции $\gamma(u)$ и $p(\beta)$ в приближении (3.2.6) для атомов (заряд атомного остатка $\zeta = 1$ ) и ионов ( $\zeta > 1$ )	54
3.5	Скорости возбуждения (см $^3$ /с) переходов между уровнями тонкой структуры $J=0,1,2$ атома углерода протонным ударом	56
3.6	Параметры $A$ и $\xi$ в формуле (3.4.5) для ионизации атомов и ионов электронным ударом	60
5.1	Интенсивности эмиссионных линий в модели газовой туманно- сти [50]	85
5.2	Критические значения электронных температур $T_{\rm kp}$	86
5.3	Теоретические интенсивности линий $O^{2+}$ , для которых существенен вклад перезарядки и Боуэновского механизма ( $I^{\text{theor}}$ ), в сравнении с наблюдаемыми в спектре туманности NGC 7662 ( $I^{\text{obs}}$ ) в шкале $I(H_{\beta}) =$ 100	88
7.1	Энергии низколежащих уровней Не-подобных ионов. Полужир- ное начертание энергии уровня $1s2s$ $^{1}S_{0}$ указывает, что данный уровень лежит ниже уровня $1s2p$ $^{3}P_{2}$ .	103
7.2	Длины волн (в Å, верхнее число, выделено <b>полужирным</b> начертанием) и вероятности переходов (в с <sup>-1</sup> , нижнее число) для линий запрещенных, интеркомбинационных и разрешенных переходов между низколежащими уровнями Не-подобных ионов. В последней колонке даны интервалы длин волн линий (в Å) разрешенных переходов $1s2s^3S - 1s2p^3P$ .	104
8.1	Интенсивности УФ и оптических линий в спектре NGC 3918	110
9.1	Относительные интенсивности зеемановских $\sigma$ -компонент перехода $J \rightarrow J' \ldots $	115

9.2	Определенные по модельному профилю линии HeI $\lambda$ 4921.93 с параметрами $S/N = 500, R = 45000$ и шириной профиля $\sigma_V =$
	$80\mathrm{km/c}$ значения индукции магнитного поля $B_\mathrm{D}$ и $B_\mathrm{I}$ и соответ-
	ствующие значения стандартных отклонений $\sigma_{\mathrm{D}}$ и $\sigma_{\mathrm{I}}$ при зна-
	чении параметра сглаживания $S=50\mathrm{\kappa}\mathrm{m}/\mathrm{c}$ дифференциальным
	(D) и интегральным (I) методами в зависимости от модельного
	значения магнитной индукции $B_{input}$
9.3	Ошибка измерения магнитного поля $\sigma_B^{\mathrm{mod}}$ по модельному профи-
	лю линии HeI $\lambda$ 4921.93 Å с параметрами $A_0 = 0.35, R = 15000,$
	$\sigma_V=80{ m km/c}$ в зависимости от добротности профиля $\mu$ и в срав-
	нении с ее оценкой $\sigma_B^{\text{fit}}$ по формуле (9.2.22)
A 1	
A.1	Основные физические константы по [154, 159]
A.2	Система атомных единиц Хартри $e = m_e = \hbar = 1 \dots 143$
A.3	Переводные множители для единиц энергии 143
A.4	Коэффициенты разложения коэффициента преломления $n(\lambda)$ в
	формуле (А.3.2)

150