

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

На правах рукописи

НИКИФОРОВ ИГОРЬ ИВАНОВИЧ

**ПРОСТРАНСТВЕННО-КИНЕМАТИЧЕСКОЕ  
И ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЛАКТИКИ**

Специальность 01.03.02 — астрофизика и радиоастрономия

Д и с с е р т а ц и я  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель  
профессор, д.ф.-м.н. Т. А. Агекян

Санкт-Петербург — 2003

## Содержание

<b>Введение</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Характеристики Галактики и ее моделирование</b>	<b>17</b>
1.1. Расстояние от Солнца до центра Галактики . . . . .	17
1.1.1. Пространственные методы . . . . .	26
1.1.2. Кинематические методы . . . . .	38
1.1.3. Динамические методы . . . . .	48
1.1.4. Нефазовые методы . . . . .	50
1.1.5. Измерения по теоретическим опорным расстояниям . . . . .	51
1.1.6. Измерения по абсолютным опорным расстояниям . . . . .	52
1.1.7. Измерения по разным типам опорных объектов . . . . .	56
1.1.8. Косвенные измерения . . . . .	69
1.2. Кривая вращения . . . . .	71
1.3. Постоянные $A$ и $AR_0$ . . . . .	77
1.4. Угловая скорость вращения Местного стандарта покоя . . . . .	79
1.5. Линейная скорость вращения Местного стандарта покоя . . . . .	80
1.6. Распределение масс в Галактике . . . . .	82
1.7. Выводы . . . . .	87
<b>Глава 2. Согласование данных о кинематике нейтрального водорода и комплексов Н II/CO в предположении универсального закона вращения для газовых подсистем</b>	<b>88</b>
2.1. Введение . . . . .	88
2.2. Наблюдательные данные . . . . .	90
2.3. Метод . . . . .	91
2.4. Результаты . . . . .	95
2.5. Заключение . . . . .	102
<b>Глава 3. Моделирование вращения однородной плоской подсистемы. Анализ данных о молекулярных облаках</b>	<b>105</b>
3.1. Направления совершенствования методов моделирования . . . . .	105
3.2. Проблема реалистичности модели вращения . . . . .	106
3.3. Метод моделирования . . . . .	107
3.3.1. Модель и ее параметры . . . . .	107
3.3.2. Определение ошибок параметров . . . . .	109
3.3.3. Эмпирическая оптимизация сглаженности модели и выведение результирующей оценки $R_0$ . . . . .	111
3.3.4. Исключение объектов с большими невязками . . . . .	112
3.4. Данные о молекулярных облаках . . . . .	115
3.5. Оптимизация порядка модели вращения при определении $R_0$ на примере молекулярных облаков с областями Н II . . . . .	120

3.6.	Тестирование алгоритма анализа методом численного моделирования . . . . .	124
3.7.	Оценивание $R_0$ . . . . .	130
3.7.1.	Результаты по данным BFS1 и BFS2. Влияние на величину $R_0$ азимутальной компоненты пекулярного движения Местного стандарта покоя . . . . .	130
3.7.2.	Результаты по данным BFS2/BBW. Различие „север-юг” . . . . .	132
3.7.3.	Итоговые оценки $R_0$ $V_r$ -методом . . . . .	133
3.8.	Кривые вращения подсистемы молекулярных облаков . . . . .	133
3.9.	Остаточное движение Местного стандарта покоя и Вращательный стандарт . . . . .	135
3.10.	Замечания о методе моделирования . . . . .	137
3.11.	Разложение на составляющие наблюдаемой дисперсии лучевых скоростей молекулярных облаков . . . . .	139
3.11.1.	Постановка задачи . . . . .	140
3.11.2.	Методы . . . . .	141
3.11.3.	Результаты . . . . .	142
3.11.4.	Тестирование методом численного моделирования . . . . .	144
<b>Глава 4. Моделирование вращения нейтрального водорода и молекулярных облаков как двух кинематически различных подсистем. Система галактических постоянных</b>		<b>146</b>
4.1.	Свидетельства в пользу различия законов вращения подсистемы Н I и подсистемы молекулярных облаков . . . . .	146
4.2.	Согласование данных о Н I и молекулярных облаках в предположении постоянного сдвига между законами вращения этих подсистем	147
4.2.1.	Первый шаг: средняя модель вращения по Н I и молекулярным облакам . . . . .	147
4.2.2.	Второй шаг: учет сдвига и оценивание $R_0$ . . . . .	148
4.2.3.	Процедуры методов в целом . . . . .	149
4.3.	Кинематические оценки $R_0$ разными методами. Итоговая оценка $R_0$ по молекулярным облакам . . . . .	150
4.4.	Кинематические параметры подсистем Н I и молекулярных облаков. Система галактических постоянных и средняя кривая вращения для газовых подсистем Галактики . . . . .	153
4.5.	Различие между кривыми вращения подсистемы Н I и подсистемы молекулярных облаков . . . . .	157
4.5.1.	Характер и значимость различия „Н I-МО” . . . . .	157
4.5.2.	Возможная интерпретация различия „Н I-МО” как проявления спиральной волны плотности . . . . .	158
4.6.	„Наилучшая” величина $R_0$ по совокупности результатов других работ . . . . .	161
4.7.	Заключение . . . . .	166
<b>Глава 5. Многокомпонентная модель распределения масс в Галактике</b>		<b>168</b>
5.1.	Введение . . . . .	168
5.1.1.	Детали кривой вращения и их моделирование . . . . .	168
5.1.2.	Эффекты усечения диска в галактиках . . . . .	169
5.1.3.	Постановка задачи . . . . .	169

5.2.	Модель . . . . .	170
5.2.1.	Диск . . . . .	170
5.2.2.	Балдж . . . . .	171
5.2.3.	Гало . . . . .	171
5.2.4.	Модельная кривая вращения . . . . .	172
5.3.	Фиксация и оптимизация параметров . . . . .	172
5.4.	Результаты . . . . .	173
5.4.1.	Модель с одним резким падением плотности в диске . . . . .	174
5.4.2.	Модель с двумя резкими падениями плотности в диске . . . . .	175
5.5.	Заключение . . . . .	182
	<b>Основные результаты и выводы</b>	<b>183</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>186</b>

## Введение

Моделирование Галактики — это изучение ее с помощью математических моделей. Оно включает в себя рассмотрение очень широкой группы разнородных, но тесно связанных задач галактической астрономии, многие из которых носят фундаментальный характер. Математическое моделирование используется при исследовании структуры, кинематики, динамики, распределения химических элементов и иных свойств Галактики в целом и ее отдельных составляющих, при решении проблем происхождения и эволюции Галактики и ее подсистем (см. многочисленные примеры в [31, 41, 79, 80]).

С одной стороны, задачи, возникающие при моделировании нашей звездной системы, существенно различаются по предмету исследования, типам используемых наблюдательных данных и методам решения. Из-за такого разнообразия моделирование Галактики вряд ли оправдано выделять в отдельную дисциплину. С другой стороны, все эти задачи принадлежат к классу задач модельного анализа и связаны одной общей целью — получением математического описания Галактики, явлений и процессов в ее масштабе. Поэтому, несмотря на различия, для всех видов моделирования Галактики действуют общие математические закономерности и имеются сходные трудности, связанные с особенностями объекта исследования. Среди первых — принципиальная приближенность любой построенной модели (вследствие изначальных упрощений и ошибок наблюдений), общность фаз процесса моделирования, возникающих при этом проблем и видов задач [42]. Моделирование можно рассматривать как один из этапов любого рода исследования Галактики. Такой этап начинается, когда накопленные факты позволяют провести обобщения, сформулировать качественные представления о связях между основными объектами модели и формализовать эти связи в виде законов с целью последующей интерпретации наблюдений в рамках существующих или новых фундаментальных теорий [42]. В этом случае моделирование может быть промежуточной стадией между эмпирической фазой (накоплением сведений) и возможным построением новой теории. На этой стадии находятся аналитические представления зависимостей между физическими характеристиками, определяются параметры модели (обратная задача) и необходимый уровень ее сложности для заданной точности, анализ реалистичности модели и другие частные задачи. И наоборот, задачи моделирования появляются при выяснении теоретических следствий из фундаментальных или гипотетических теорий для сопоставления с наблюдениями (прямая задача). Общими трудностями изучения Галактики являются положение наблюдателя внутри Галактики, наличие поглощающей свет диффузной материи, имеющей клочковатую структуру, скученность объектов на луче зрения во внутренней части Галактики, движение наблюдателя в Галактике, хорошая изученность лишь близких окрестностей Солнца. Все эти общие черты связывают различные направления моделирования Млечного Пути: методы и подходы, предложенные для одного из них, могут оказаться полезными и для других; результаты решения одних задач используются как входные данные для других.

Моделирование нашей Галактики имеет фундаментальное значение для

астрономии. Решения разнообразных модельных задач дают значения базовых параметров и распределенных характеристик нашей галактической системы, определяют общие представления о ней и о ее месте среди других галактик. Эти результаты и установление с помощью моделирования физической природы явлений и процессов в Галактике в соединении с данными внегалактической астрономии служат, в конечном итоге, решению одной из важнейших астрономических задач — разработке общей теории происхождения и эволюции галактик. Кроме того, некоторые проблемы, связанные с моделированием Галактики, непосредственно влияют на решение задач внегалактической астрономии: связь внутри- и внегалактических шкал расстояний, учет при исследовании внешних галактик поглощения света в нашей Галактике и скорости движения Солнца относительно ее центра.

Настоящая диссертационная работа посвящена двум видам моделирования Галактики — пространственно-кинематическому и динамическому. Под первым видом здесь понимается моделирование галактической кинематики совместно с установлением масштабного параметра — расстояния от Солнца до центра Галактики ( $R_0$ ). В рамках этой, главной в работе, темы основное внимание уделено проблеме адекватного описания вращения Галактики в связи с определением таких ее фундаментальных характеристик, как  $R_0$ , постоянная Оорта  $A$ , инвариант  $AR_0$ , пекулярное движение Местного стандарта покоя (МСП), линейная скорость вращения на солнечном круге  $\theta_0$  и кривая вращения Галактики. Динамическое моделирование, выполняемое в диссертации, включает разложение полученной кривой вращения на вклады галактических составляющих, определение параметров компонент, их масс и массы Галактики.

**Актуальность темы.** Проблемы, рассматриваемые в данной работе, в течение долгих лет остаются крайне актуальными. Одна из причин этого в том, что решение многих вопросов галактической и внегалактической астрономии и астрофизики требует знания (нередко, высокоточного) упомянутых основных галактических характеристик и учета тесной взаимосвязи между ними. Чтобы дать представление о важности этих характеристик, укажем, не претендуя на полноту, конкретные задачи и направления исследований, на которые они влияют. В частности, от значения  $R_0$  зависят следующие результаты:

1. Абсолютный размер нашей Галактики и ее светимость.
2. Величина  $\theta_0$  ( $= \omega_0 R_0$ , где  $\omega_0$  — угловая скорость вращения Галактики на  $R_0$ ).
3. Кривая вращения Галактики (зависимость линейной скорости  $\theta$  от абсолютного галактоцентрического расстояния  $R$ ).
4. Кинематические гелиоцентрические расстояния до галактических объектов, определяемые по принятому закону вращения Галактики. Такие расстояния используются в тех случаях, когда они не найдены другими способами — абсолютными или методом „стандартной свечи” — или когда кинематические оценки более точны (например, для планетарных туманностей [64], областей H II и галактических радиоисточников [102,120]). В свою очередь, расстояния до этих объектов необходимы для их астрофизических исследований.
5. Калибровка шкал расстояний до галактических объектов некоторых типов, для которых калибровки абсолютными методами по близким объектам или

по объектам иного типа с известными расстояниями менее точны или невозможны (например, для планетарных туманностей балджа [255] и диска [191]). В будущем, если  $R_0$  станет известно с высокой точностью из абсолютных методов или по какой-либо одной очень надежной шкале, это приведет к перекалибровке других шкал расстояний и, следовательно, к изменению принятых светимостей звезд большинства классов, к уточнению возрастов звезд и к более точной оценке абсолютного возраста шаровых звездных скоплений, имеющего важное значение для космологии.

6. Понимание природы галактического центра: размеры, светимость, масса центральной области и населяющих ее объектов (в частности, гигантских молекулярных облаков, нетеплового источника в самом центре Галактики, некоторых рентгеновских источников).
7. Внегалактические расстояния через перекалибровку абсолютных величин переменных типа RR Лиры, шаровых скоплений, классических цефеид, звезд ОВ и мирид, и, в конечном счете, постоянная Хаббла  $H_0$ , возраст Вселенной и размеры ее видимой части.

Отметим также, что связанная с  $R_0$  проблематика порождает и новые задачи. Так, проблема согласования результатов определения по переменным RR Лиры и другим индикаторам расстояний величины  $R_0$  и расстояний до ряда галактических и внегалактических объектов (например, [160]) привела к дискуссии о возможной зависимости внутреннего строения (и светимости) RR-лирид от плотности окрестностей [220, 221].

Линейная скорость вращения Галактики на солнечном радиусе,  $\theta_0 \equiv \theta(R_0)$ , непосредственно влияет как входной параметр на решение следующих задач:

1. Построение галактической кривой вращения. Ее вид критически зависит от  $\theta_0$ : относительно небольшие изменения этого параметра (в пределах  $180 \div 220$  км/с) делают кривую вращения или в среднем убывающей, или примерно плоской, или в среднем возрастающей, что сильно влияет на динамические выводы (ср., например, [103, 172, 180]). Прямое воздействие  $R_0$  на форму кривой заметно слабее (в случае использования лучевых скоростей объектов) или вообще отсутствует (если кривая строится по HI-данным).
2. Проблема „темной материи” в Местной группе галактик через приведение к центру Млечного Пути наблюдаемых скоростей в Местной группе. Особенно здесь важна скорость сближения с Туманностью Андромеды: при уменьшении значения  $\theta_0$  эта скорость возрастает, причем почти на столько же, и увеличивает оценку „скрытой” массы Местной группы (см., например, [201]).
3. Исследования распределения масс по локальным отклонениям от закона Хаббла: пекулярное движение Местной группы относительно других галактик, в частности, падение Местной группы к центру Местного сверхскопления; проблема Великого аттрактора; движение Местной группы и потоковое движение галактик относительно микроволнового фонового излучения; массы концентраций вещества (см., например, [173]). В свою очередь, эти результаты имеют важное космологическое значение.

Закон вращения Галактики требуется для решения следующего ряда проблем:

1. Определение кинематических расстояний до объектов (при заданном  $R_0$ ).
2. Исследование распределения масс в Галактике, определение ее массы, проблема „темной материи” в Галактике, определение характеристик отдельных составляющих Галактики (см. раздел 1.6 и пятую главу настоящей диссертации). Моделирование галактического потенциала, который, в свою очередь, необходим для изучения типов орбит в Галактике и построения орбит конкретных галактических объектов (например, [51, 195, 202]).
3. Моделирование динамических эффектов, возмущающих осесимметричное вращение Галактики. В частности, сюда относятся исследования спиральной структуры Галактики по кинематическим проявлениям волны плотности (например, [59, 182, 193]) и попытки обнаружить динамические эффекты галактического бара (например, [212]). Такие работы часто основываются на некоторой средней кривой вращения, которая принимается „невозмущенной”. В конечном итоге, эти исследования в соединении с другими результатами помогут надежно установить морфологический класс нашей Галактики, ее место среди других звездных систем.

Постоянные  $A$  и  $AR_0$ , будучи параметрами закона вращения Галактики, влияют, явно или неявно, на те же задачи. Помимо этого, значения  $A$  и  $AR_0$  могут использоваться для того, чтобы косвенно (в рамках дополнительных предположений) найти другие галактические параметры:

1. Скорость вращения Галактики  $\theta_0$  по наблюдаемому отношению радиальной и тангенциальной дисперсий остаточных скоростей в предположении стационарности и осесимметричности нашей звездной системы [227]. Требуется величина  $AR_0$ .
2. Плотность вещества в окрестностях Солнца по гидродинамической оценке  $Z$ -компоненты гравитационного ускорения от галактического потенциала (см. обзор [163]). Требуются значения постоянных Оорта  $A$  и  $B$ . Предположения те же.
3. Расстояние до центра Галактики  $R_0$  по независимо полученным величинам  $A$  и  $AR_0$  (например, [179]). Предполагается „универсальность” постоянной  $A$  для разных плоских подсистем и на разных масштабах.

Учет пекулярного движения МСП не только позволяет выполнить более точное кинематическое моделирование (например, [47, 105, 131]) и получить корректную картину распределения HI на плоскости Галактики [238], но существенно влияет на решение таких сложных и важных проблем, как определение радиуса коротации в Галактике [139]. Последняя задача принадлежит к числу тех, в которых результат зависит сразу от нескольких галактических характеристик, подобно тому, как кривая вращения  $\theta(R)$  зависит от принятой комбинации значений  $R_0$  и  $\theta_0$ . Другие задачи такого рода:

1. Калибровки внегалактических шкал расстояний Талли-Фишера и Фэйбер-Джексона методом прямого сравнения с нашей Галактикой: коэффициенты этих шкалы могут быть записаны как явные функции галактических параметров —  $R_0$ ,  $\theta_0$ , интегральной абсолютной звездной величины Галактики и ее сферической составляющей и других постоянных (см., например, [114, 115]).



2. Учет ускорения от потенциала Галактики при расчете релятивистской составляющей темпа изменения орбитального периода  $\dot{P}_b^{\text{obs}}$  двойных пульсаров требует знания кривой вращения и  $R_0$  (см., например, [113]). Величина  $\dot{P}_b^{\text{obs}}$ , в свою очередь, используется для тестирования релятивистских теорий гравитации или для оценивания темпа изменения гравитационной постоянной  $G$ .

Благодаря пониманию важности корректного определения основных галактических характеристик соответствующему моделированию Галактики уделялось большое внимание. Однако, несмотря на затраченные усилия, многие проблемы, связанные с этой темой, еще нельзя признать решенными в степени, удовлетворительной для большинства приложений. Это является второй причиной сохранения высокой актуальности исследований в данной области.

Одной из таких проблем является нахождение расстояния до центра Галактики. Оценки  $R_0$ , полученные с середины 70-х годов XX века, охватывают интервал от 6 до 10.5 кпк (см. обзоры [124, 163, 221–223] и раздел 1.1 диссертации). В последнее время разброс уменьшился, но все же остался значительным: от 6.5 до 9 кпк в работах 90-х годов XX в. и более поздних. Такое разногласие результатов вызывается не только и, зачастую, не столько их статистической неопределенностью, сколько большими систематическими ошибками. Последние, в свою очередь, могут отражать систематические погрешности (и, следовательно, рассогласованность) шкал расстояний, принятых в работах. Это — признанный и часто обсуждаемый источник систематических ошибок в оценках  $R_0$  (см., например, [124, 221, 223]). И лишь недавно начало складываться понимание того, что эти ошибки далеко не сводятся к ошибкам шкал расстояний, причем не только в отдельных случаях, как в методе Шепли. Так, М. Дж. Рид в обзорах 1989 и 1993 гг. [222, 223] показал, что оценки  $R_0$ , даже будучи приведенными к единой системе калибровок шкал расстояний, обнаруживают статистически значимые и большие по амплитуде (до 1.5 кпк) систематические вариации со временем опубликования; такие вариации нельзя объяснить „эволюцией” калибровок. Этот результат демонстрирует масштаб влияния искажающих факторов иной природы. Один из них — наличие систематических ошибок самих методов определения  $R_0$ . Существенность таких ошибок осознана не до конца и поэтому им не уделялось достаточное внимание. Обычно, основные усилия направляются на решение проблем уточнения шкал расстояний (особенно после появления каталога Hipparcos; см., например, обзор [221]), разработке абсолютных способов определения расстояний до далеких объектов, увеличению точности наблюдений и объемов выборок. При всей важности прогресса в этих направлениях, эффект от него может быть практически сведен на нет значительными систематическими ошибками методов анализа баз данных, пусть уточненных и расширенных. Проблема устранения этой систематики усложнена тем, что каждая группа методов и даже отдельные методы имеют свои специфические источники смещений результата, которые требуют отдельного рассмотрения. К сожалению, такие исследования, как правило, проводятся в отношении лишь некоторых методов, при этом, обычно, учитывается какой-то один источник ошибок, не всегда — самый существенный. Для многих методов этот вопрос даже не поднимался. В комбинации с другим искажающим эффектом, на который обращает внимание М. Дж. Рид в указанных обзорах, — психологической предрасположенностью исследователей к „правильному ответу” — систематические ошибки методов и могут приводить к обнаруженным им временным вариациям оценок  $R_0$ . В основном из-за систе-

матических факторов даже первая цифра значения  $R_0$  до сих пор не является общепризнанной, несмотря на большое количество его измерений. Для сравнения напомним, что величину астрономической единицы, столь же важную для исследований Солнечной системы, как и  $R_0$  для изучения Галактики, указывают с точностью до 6–8 знаков [6, 7].

Отношение к постоянной Оорта  $A$ , как к характеристике локального (на  $R \approx R_0$ ) вращения Галактики *в целом*, также требует некоторого пересмотра. Накапливающиеся результаты и увеличение их точности позволяют поднять вопрос о различии (не связанном с ошибками калибровок шкал расстояний или со статистической неопределенностью) наблюдаемых значений этого параметра для разных, даже плоских, подсистем Галактики, а также — на разных масштабах и при разном сглаживании данных для одной и той же подсистемы. В последних двух случаях имеются в виду систематические изменения  $A$  в зависимости от того, какую область Галактики представляют наблюдательные данные (насколько она локальна по гелиоцентрическим расстояниям и по галактоцентрическим расстояниям и долготам), и от степени сглаживания моделью реального закона вращения подсистемы в этой области. Постоянная  $A$  может не иметь универсального для всех задач значения, существование которого обычно молчаливо предполагается в работах по моделированию. Строго говоря, любая найденная из анализа кинематики оценка  $A$  характеризует лишь среднее вращение некоторой подсистемы в определенной области, рассматриваемое в некоторых предположениях и с заданной степенью подробности. Поэтому не все оценки  $A$  обязаны совпадать в систематическом смысле. В результате, для разных задач корректными могут оказаться постоянные  $A$ , определенные по-разному, и, соответственно, с разными численными значениями. Игнорирование неуниверсальности этого параметра может проводить к очевидным систематическим ошибкам, как при моделировании Галактики, так и в прикладных задачах. С другой стороны, изучение и объяснение реальных вариаций  $A$  важны сами по себе, как часть процесса совершенствования наших представлений о кинематике и динамике Галактики. Сказанное верно и для комбинации  $AR_0$ .

Вопрос о пекулярном движении МСП, введенном в рассмотрение относительно недавно [238], пока остается открытым в отношении как величины и направления этого движения, так и его интерпретации. Может быть, здесь мы снова имеем дело с неуниверсальностью параметров. Ясно лишь, что возможное существование этого движения необходимо иметь в виду при любом моделировании, на результаты которого оно может повлиять.

Благодаря прогрессу в наблюдательной технике, уточнению и расширению баз данных о различных объектах, а также совершенствованию методов анализа кинематики нейтрального водорода по излучению в линии 21 см (работы И. В. Петровской и соавторов, 1986–1992, [20, 177, 211] и М. Меррифилда, 1992, [179]), закон галактического вращения стали получать с высокой внутренней точностью и для больших промежутков галактоцентрических расстояний; была решена, по крайней мере в первом приближении, задача установления кривой вращения во внешней Галактике. Эти успехи сделали актуальными проблемы, которым ранее уделялось мало внимания. Если когда-то речь шла, в основном, о дилемме — является ли кривая вращения в целом плоской или возрастающей, — то теперь появилась возможность ставить вопрос о реальности и интерпретации определенных деталей кривой вращения и, вообще, вариаций скорости вращения и ее про-

изводной на разных масштабах. В некоторых задачах моделирования Галактики корректное отношение к этим деталям выяснится после установления их физической природы, в других — необходимость их учета уже сейчас представляется несомненной в любом случае. Например, при кинематическом моделировании изначальное предположение о совершенно плоской кривой вращения Галактики, до сих пор встречающееся в некоторых работах, уже трудно считать оправданным. Другой плохо изученный вопрос (отчасти, из-за недостатка данных) — насколько близки законы вращения для разных плоских подсистем Галактики и для разных масштабов усреднения. Уже эффект асимметричного дрейфа позволяет предположить существование различий, но как они ведут себя с радиусом и и вызваны ли они только дрейфом — пока не ясно. Эти вопросы важны хотя бы потому, что есть методы кинематического моделирования, основанные на предположении о *полном* совпадении законов вращения. Конечно, неуниверсальность постоянной  $A$  и закона вращения Галактики — тесно связанные проблемы, и многое из сказанного выше о первой из них справедливо и для второй. Из традиционных проблем по-прежнему остается важной сильное влияние на кривую вращения принятых значений  $R_0$  и  $\theta_0$ . Действительно, все законы вращения непосредственно измеряются относительно Солнца, и чтобы пересчитать их в зависимость линейной скорости вращения вокруг галактического центра от абсолютного расстояния до него, необходимо знать эти постоянные. Здесь прогресс зависит от успехов в определении последних.

В случае постоянной  $\theta_0$  принципиальной проблемой является отсутствие прямых способов ее измерения. Поэтому вряд ли стоит относиться к ней как к независимо определяемому параметру, как часто делают при моделировании Галактики. По той же причине, выводя среднюю величину  $\theta_0$ , следует различать ее оценки по степени их „косвенности”, чтобы в итоге уменьшить систематические ошибки. Заметим также, что если существует пекулярное движение МСП в азимутальном направлении, то правильнее было бы не отождествлять, как обычно, скорость вращения МСП со скоростью галактической подсистемы на  $R = R_0$ .

Тема изучения распределения масс в Галактике имеет обширную литературу. Однако задача детального моделирования кривой вращения почти не рассматривалась. Обычным подходом остается воспроизведение лишь общего тренда зависимости  $\theta(R)$  и игнорирование систематических отклонений наблюдений от кривой вращения, предсказываемой динамической моделью.

Наконец, общим слабым местом многих работ по моделированию Галактики является их некомплексность. Из сказанного выше очевидно, что проблемы моделирования тесно взаимосвязаны. Между тем, они зачастую рассматриваются изолированно, и это приводит к недоразумениям, в частности, к необоснованному использованию результатов других исследований. Например, вряд ли стоит считать какое-нибудь значение  $\theta_0$  „независимой калибровкой” при выведении среднего  $R_0$ , как это делается в [222, 223], поскольку знание самой  $\theta_0$  в существенной степени основано на знании  $R_0$ . Нередко учитывают один эффект, влияющий на задачу, и игнорируют другие, могущие быть не менее, а иногда и более важными; в результате возникают сомнения в надежности выводов. Конечно, этот недостаток далеко не всегда легко преодолеть: упрощение задачи бывает вынужденным, если комплексный подход делает ее слишком сложной, и тогда поэтапное решение частных задач оправдано. В этом контексте некомплексность решений также можно рассматривать как отдельную проблему моделирования нашей звездной

системы.

**Цель** данной диссертационной работы — выполнить пространственно-кинематическое и динамическое моделирование Галактики по данным о ее газовой составляющей, учитывая слабые стороны традиционных подходов. Рассматриваются две подсистемы — нейтрального водорода и молекулярных облаков (МО). Они имеют одни из самых низких значений дисперсии скоростей среди дискового населения, и данные о их кинематике представляют весь диск или большую его часть (по радиусу — в случае МО, по радиусу и по азимуту — в случае Н I). Одной из задач диссертации является исследование систематических факторов, помимо ошибок калибровок шкал расстояний или проблемы их неоднородности, влияющих на результаты решения задач нахождения галактических характеристик, а также — определение направлений совершенствования алгоритмов моделирования. Вторая задача — моделирование кинематики газовых подсистем совместно с определением расстояния до центра Галактики в рамках осесимметричной схемы галактического вращения. Здесь используются два подхода: анализ данных об однородной галактической подсистеме и метод сопоставления с данными о вращении Н I. В эту же задачу входит получение системы взаимосогласованных галактических постоянных, построение кривой вращения Галактики, изучение вопроса о совпадении законов вращения подсистем Н I и МО. Третья задача состоит в детальной интерпретации полученной кривой вращения в рамках моделей, допускающих резкие падения плотности в галактическом диске. Задача включает построение модели распределения масс в Галактике, определение параметров галактических составляющих и массы Галактики.

**Содержание работы.** В *первой главе* выполняется сравнительный анализ существующих подходов при решении взаимосвязанных задач моделирования Галактики и определения ее характеристик —  $R_0$ , кривой вращения,  $A$ ,  $AR_0$ , угловой и линейной скорости вращения МСП, распределения масс. Рассматривается вопрос о физическом смысле этих характеристик, делается обзор методов их определения и полученных результатов, обсуждается влияние параметров друг на друга и в целом на результаты пространственно-кинематического и динамического моделирования Галактики, отмечаются нерешенные вопросы. Основное внимание уделено проблеме  $R_0$ . Даются основные определения, связанные с этой проблемой. Анализируются источники ошибок при определении  $R_0$ . Предлагается новая трехмерная классификация измерений  $R_0$ , однозначно характеризующая существующие и потенциальные измерения, исходя из специфики ошибок разных видов в разных подходах и различия определений понятия „центр Галактики”. Показано, что классификация с такими свойствами не может быть одномерной (иметь один определяющий признак). В новой классификации измерения  $R_0$  подразделяются независимо по трем признакам: 1) по типу собственно метода определения  $R_0$ , т.е. анализа опорных расстояний, 2) по способу нахождения опорных расстояний и 3) по типу опорных объектов. Подробно рассматриваются отдельные классы измерений  $R_0$ , особое внимание уделяется анализу систематических ошибок собственно метода; приводятся сводки опубликованных оценок  $R_0$ . Разработана детальная классификация для класса кинематических методов определения  $R_0$ . Ошибки, связанные с областями Н II и подобными им объектами, использованными в диссертации в качестве опорных объектов, рассмотрены в соответствующем пункте секции 1.1.7 (с. 63–65). Краткие положения этого обзора опубликованы в [46]. Аналогично, но менее подробно, анализируются проблемы

установления других галактических характеристик; даются краткие классификации методов их определения. Обсуждаются проблемы моделирования распределения масс в Галактике, связанные с задачами диссертации, приводится краткая классификация моделей. В конце главы сформулированы выводы общего характера о постановке задач моделирования и определения галактических характеристик. Введенные понятия и терминология и сделанные выводы используются в остальных главах диссертации.

Во *второй главе* выполняется пространственно-кинематическое моделирование на основе согласования с данными о вращении нейтрального водорода. В рамках этого подхода разработан и применен метод, основанный, в целях снижения систематических ошибок, на более общих предположениях по сравнению с другими работами: закон вращения по Н I не рассматривается как известный точно, не фиксируется жестко модель вращения или какое-то одно ее аналитическое представление со свободными коэффициентами. Вместо этого функция, аппроксимирующая закон вращения, задается в виде отрезка ряда, число членов которого оптимизируется, наряду со свободными параметрами. С другой стороны, в этой главе сохраняется традиционное предположение, что отклонения опорных объектов от Н I-закона носят случайный характер, т.е. что истинные КВ этих двух подсистем совпадают. В качестве опорных объектов используются комплексы Н II/SO. Чтобы повысить надежность результатов, привлекаются данные о вращении Н I, полученные разными методами, в основном по полному профилю линии 21 см. Показано, что оптимизация сглаженности модельного закона вращения при использовании данных о диффузной газовой составляющей (Н I) возможна и позволяет практически однозначно определить как оптимальный порядок аппроксимирующего полинома, так и значение  $R_0$ , соответствующее адекватному воспроизведению реального закона вращения. Вместе с тем, обнаружены признаки того, что принятое предположение о случайности отклонений от закона вращения Н I нельзя признать достаточно реалистичным для данной задачи. Это заставляет рассматривать результаты, полученные в второй главе, лишь как промежуточные. Объясняется ряд результатов, полученных в других работах в рамках сопоставления с вращением Н I. Основные результаты этой главы опубликованы в [50].

В *третьей главе* на основании выводов первой и второй глав предложены общие правила разработки и совершенствования методов пространственно-кинематического моделирования, позволяющие минимизировать систематические ошибки. В соответствии с этими правилами разрабатывается кинематический метод определения  $R_0$ , включающий оптимизацию сглаженности модели вращения, применимый к произвольной однородной плоской подсистеме Галактики. Предлагается унификация масштаба доверительных интервалов параметров при помощи оценки средней ошибки единицы веса, позволяющая избежать субъективности при оценивании статистических ошибок в задачах с нелинейными параметрами. Строится простой алгоритм исключения объектов с большими невязками, учитывающий объем выборки. Описываются данные о молекулярных облаках (МО), излучающих в линиях SO и связанных с областями Н II или с отражающими туманностями. Проверяется однородность шкал расстояний МО в разных источниках данных. Разработанный метод применяется к этим данным. При помощи численного моделирования показывается обоснованность алгоритма анализа, в частности, выбора допустимых порядков модели вращения. Выводятся

оценки  $R_0$  этим методом по данным каталогов МО BFS2 и BFS2/BBW. Обсуждается влияние азимутальной компоненты остаточного движения МСП на результаты кинематических определений  $R_0$ . По данным BFS2/BBW обнаружено различие „север-юг” в оценках  $R_0$ . Обсуждаются полученные результаты и данные из литературы об остаточном движении МСП. Сделан вывод о том, что это движение нельзя считать универсальной галактической характеристикой локальной кинематики. Показано, что благодаря оптимизации порядка модели далекие объекты не искажают решение и сглаживают влияние локальных аномалий. Обсуждаются некоторые детали метода. Разрабатывается и тестируется простой метод анализа остаточных скоростей, который может дать приблизительную оценку средней случайной ошибки расстояний в каталоге и скорректированное значение дисперсии скоростей. Основные результаты этой главы опубликованы в [46–48].

В *четвертой главе* совершенствуется метод, предложенный во второй главе: разрабатываются и применяются методы сопоставления с вращением Н I, в которых МО и Н I рассматриваются как различные подсистемы, могущие иметь отличающиеся кривые вращения. Предположена самая простая форма этого отличия — постоянный сдвиг между законами вращения МО и Н I. В этих методах используется тот же алгоритм выбора допустимых порядков кинематической модели, что в третьей главе. Поэтому предложенные методы дают оценки  $R_0$  с учетом как основных деталей закона галактического вращения, так и среднего сдвига между скоростями вращения подсистем МО и Н I. Этими методами получаются оценки  $R_0$  по каталогам МО BFS2 и BFS2/BBW. Методы тестируются при помощи численных экспериментов. Выводится итоговая оценка  $R_0 = 8.2 \pm 0.7$  кпк по МО на основе результатов этой и третьей глав. По объединенным данным о МО и Н I находится согласованная система галактических постоянных. Строится кривая вращения Галактики по МО и Н I; выделяются наиболее надежные детали этой кривой. Анализируется различие между кривыми вращения подсистемы Н I и подсистемы МО. Показано, что это различие значимо, в том числе и при учете неопределенности полученной оценки  $R_0$ . Предлагается возможная интерпретация различия „Н I-МО” как проявления спиральной волны плотности. На основе классификации измерений  $R_0$  и обзора, выполненного в первой главе, выводится „наилучшая” оценка  $\langle R_0 \rangle_{\text{best}} = 7.9 \pm 0.2$  кпк по совокупности результатов, имеющих в литературе. Объясняются расхождения в оценках  $R_0$ , полученных в других работах по областям Н II и объектам сходного типа. Основные результаты этой главы опубликованы в [188, 189].

*Пятая глава* посвящена детальному динамическому моделированию кривой вращения Галактики, построенной в четвертой главе. Исследуется возможность детального воспроизведения этой кривой за счет допущения одного или двух резких падений плотности в галактическом диске. Устанавливается, какие параметры модели не могут быть найдены по кривой вращения и должны быть зафиксированы. Остальные параметры (структурные и плотностные) определяются в результате строгого решения задачи оптимизации. Находятся производные параметры, в частности, массы компонент и масса Галактики. Оцениваются доверительные интервалы для свободных и производных параметров. Показано, что модель с двумя резкими падениями плотности в диске и с составным гало удовлетворительно воспроизводит детали наблюдаемой КВ, в частности, прогиб и излом. Устанавливается, что по кривой вращения можно надежно определить радиусы, где заканчиваются резкие падения плотности в диске, но не радиусы на-

чала падения. Обсуждаются взаимозависимости между основными параметрами модели. Основные результаты этой главы опубликованы в [49, 190, 192].

В заключении суммированы *основные результаты и выводы* диссертации, указаны возможные направления дальнейших исследований.

**Научная новизна.** Разработана новая трехмерная классификация измерений  $R_0$ , которая позволяет однозначно характеризовать оценку  $R_0$  одновременно в разных отношениях. В отличие от более ранних ранжированных одномерных классификаций предложенная классификация корректно отражает специфику ошибок разной природы в разных классах методов определения  $R_0$  и неоднозначность понятия „центр Галактики”.

Является новым алгоритм выбора допустимых порядков кинематической модели, позволяющий существенно снизить систематические ошибки  $R_0$  вследствие нереалистичности модели. Все применяемые в диссертации методы используют этот алгоритм. Ранее подобная оптимизация сглаженности модели при кинематическом оценивании  $R_0$  не применялась.

В классе методов определения  $R_0$  способом сопоставления с вращением Н I разработаны новые методы, основанные на отказе от традиционных предположений, порождающих систематические ошибки: в предложенных методах закон вращения по Н I не рассматривается как известный точно, не фиксируется жестко модель вращения, законы вращения Н I и подсистемы опорных объектов не считаются полностью совпадающими. Последняя особенность новых методов наиболее существенна — ранее во всех работах эти законы считались в точности совпадающими, что приводило к большим систематическим смещениям оценки  $R_0$ .

По результатам применения предложенных методов найдена новая кинематическая оценка  $R_0$  по молекулярным облакам:  $R_0 = 8.2 \pm 0.7$  кпк.

На основе новых классификации и обзора измерений  $R_0$  получено новое решение задачи выведения „наилучшего” значения этой постоянной по совокупности опубликованных результатов:  $\langle R_0 \rangle_{\text{best}} = 7.9 \pm 0.2$  кпк.

Показана значимость различий между кривыми вращения Н I и МО. Для южных галактических долгот это различие обнаружено впервые. По-видимому, область в III галактическом квадранте, где МО вращаются медленнее Н I, представляет собой продолжение рукава Персея, которое ранее не было выявлено, т.к. оно, в отличие от II квадранта, приходится на общий подъем КВ.

Получена новая сглаженная кривая вращения Галактики по МО и Н I. В случае Н I в целях повышения надежности результата использованы 6 серий данных, найденных разными методами.

Впервые построена динамическая модель Галактики, которая подробно воспроизводит кривую вращения Галактики, в частности, такие ее детали, как прогиб и излом.

**Научная и практическая ценность.** Разработанные методы кинематического оценивания  $R_0$  могут быть применены к произвольным плоским подсистемам Галактики. Выведенная по МО оценка  $R_0$ , система галактических постоянных и кривые вращения для Н I и МО могут служить для различных кинематических и динамических приложений (см. перечни выше), оценка  $R_0$  — также для нахождения „наилучшего” значения  $R_0$ . Предложенная классификация измерений  $R_0$  и сравнительный анализ ошибок в разных классах могут использоваться при совершенствовании методов определения  $R_0$ . Алгоритм выведения  $\langle R_0 \rangle_{\text{best}}$ , основанный на этой классификации, может применяться в дальнейшем при обработке новых

оценок  $R_0$  и сравнительного анализа различных групп оценок. Новое значение  $\langle R_0 \rangle_{\text{best}}$  может использоваться во всех тех задачах, в которых  $R_0$  является входным параметром (см. выше). Сопоставление с азимутально-усредненным вращением Н I может быть полезным приемом при исследовании поля остаточных скоростей различных галактических подсистем с целью выяснения природы и установления характеристик некруговых движений в Галактике. Построенная динамическая модель Галактики может использоваться для теоретических исследований, для более подробного (репрезентативного) гидродинамического моделирования Галактики, для получения ограничений на количество темной материи в нашей звездной системе и, в принципе, для изучения кинематики различных объектов. На некоторых материалах диссертации основывались специальные практикумы по звездной астрономии в СПбГУ.

### Результаты, выносимые на защиту:

1. Кинематический метод определения  $R_0$ , включающий оптимизацию сглаженности модели вращения, применимый к произвольной однородной плоской подсистеме Галактики.
2. Методы определения  $R_0$  способом сопоставления данных об опорных объектах с вращением подсистемы нейтрального водорода, в которых оптимизируется порядок модели вращения, закон вращения Н I не рассматривается как известный точно и учитывается средний сдвиг между скоростями вращения опорных объектов и Н I.
3. Итоговая кинематическая оценка  $R_0 = 8.2 \pm 0.7$  кпк по молекулярным облакам, выведенная в результате применения к этим объектам указанных выше методов. Согласованные с этой оценкой системы галактических постоянных и сглаженные кривые вращения по данным о молекулярных облаках и Н I. В среднем для этих двух подсистем  $AR_0 = 141 \pm 4$  км/с,  $A = 17.2 \pm 0.5$  км/с/кпк. Показано наличие прогиба и излома на кривых вращения по МО и Н I. Остаточное движение Местного стандарта покоя относительно молекулярных облаков  $\Delta\theta_{\text{LSR}} = 2.6 \pm 1.3$  км/с,  $\Pi_{\text{LSR}} = -2.8 \pm 1.2$  км/с.
4. Обнаружение значимого различия между сглаженными кривыми вращения Н I и МО во II и III галактических квадрантах.
5. Динамическая модель Галактики с резкими падениями плотности в диске, которая детально воспроизводит кривую вращения Галактики. Строгое решение задачи оптимизации при динамическом моделировании.

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в 9 статьях [46–50, 188–190, 192]. В [50] И. В. Петровской подготовлен наблюдательный материал. Автору диссертации принадлежит метод определения  $R_0$  и выполненные расчеты. Выбор формы представления закона вращения и интерпретация результатов выполнены совместно. В [49, 192] И. В. Петровской принадлежат первоначальная идея работы и предварительные вычисления. С. Нинкович исследовал вклады сфероидальных компонент в кривую вращения. Автор диссертации выполнил основные расчеты, в том числе попытки оптимизации параметров модели. Разработка метода и интерпретация результатов проведены всеми авторами совместно.



## Глава 1. Характеристики Галактики и ее моделирование

Совершенствование методов моделирования Галактики требует критического сравнительного анализа существующих подходов. В частности, систематические эффекты в моделировании, не вызванные ошибками шкал расстояний, могут быть связаны как с различием смыслов, которые явно или неявно приписываются в разных исследованиях номинально одним и тем же галактическим характеристикам и относящимся к ним терминам, так и с различием способов и процедур нахождения этих характеристик. В этой главе рассматривается вопрос о физическом смысле отдельных галактических параметров, делается обзор методов их определения и полученных результатов, обсуждается влияние параметров друг на друга и в целом на результаты пространственно-кинематического и динамического моделирования Галактики.

### 1.1. Расстояние от Солнца до центра Галактики

Проблема определения расстояния до галактического центра ( $R_0$ ) неоднократно освещалась в обзорных статьях. Важную роль для астрономии в целом сыграл обзор галактических постоянных, выполненный Керром и Линден-Беллом (1986) [163], несмотря на его краткость в отношении каждой из характеристик. На основании найденного в обзоре среднего арифметического  $R_0 = 8.54 \pm 1.1$  кпк по 25 оценкам  $R_0$ , полученным в 1974–1986 гг., 33 комиссия МАС рекомендовала использовать новое стандартное значение  $R_0 = 8.5$  кпк, сменившее старый стандарт МАС 1964 г.  $R_0 = 10$  кпк (см. [133]). Авторы [163] выделяют „прямые” (метод Шепли, метод Бааде, мириды в галактических окнах прозрачности) и „косвенные” (кинематические) методы определения  $R_0$ , отмечая неоднозначность понятия „центр Галактики” и большую систематическую неопределенность результатов.

В обзоре Фиста (1987) [124], охватывающем тот же период времени, но несколько иную совокупность работ, обсуждаются, в основном, проблемы шкал расстояний в связи с определением  $R_0$ . При этом результаты разных авторов не просто усредняются, как в [163], а вносятся поправки за изменение нуль-пунктов и других параметров шкал, пересмотренных по новым данным. Такой направленности обзора соответствует группировка оценок  $R_0$  в нем в первую очередь по типу использованных индикаторов расстояний. Уделяя немного места собственно методам нахождения  $R_0$ , Фист (1987) приводит их классификацию, сходную с данной в [163], но без попытки их ранжировать: методы анализа пространственного распределения объектов (названные в [163] „прямыми”), кинематические методы и „геометрические определения” (абсолютная оценка расстояния до комплекса Sgr B2 North). Автор усредняет оценки  $R_0$  сначала для каждого типа объектов, а затем — для каждой группы методов. Комбинируя эти результаты различным образом, но не приводя деталей вычислений, Фист приходит к выводу, что, если отвергнуть экстремальные способы взвешивания, „наилучшая текущая величина

на”  $R_0$  близка к  $7.8 \pm \sim 0.8$  кпк.

Наиболее обстоятельным и полным исследованием по проблеме  $R_0$  на настоящий момент является обзор М. Дж. Рида (1993) [223] по работам 1972–1993 гг. — расширенная и обновленная версия его же обзора 1989 г. [222]. Допуская, в принципе, различные определения „центра Галактики” (объект Sgr A\* и динамический центр), Рид (1993) считает установленным факт их совпадения в пределах 1 пк и не проводит в дальнейшем между ними никакого различия. В обзоре предлагается иерархическая классификация методов получения  $R_0$ :

- 1) первичные измерения (primary measurements), т.е. определения *абсолютными* способами расстояния до какого-либо объекта „в галактическом центре или очень близко от него”; соответствуют „геометрическим определениям” у Фиста (1987);
- 2) вторичные измерения (secondary measurements) по пространственному распределению объектов, расстояния до которых найдены методом „стандартных свеч” (при помощи шкал расстояний, лишь через калибровку связанных с абсолютными определениями расстояний до звезд); включают „прямые методы” у Керра и Линден-Белла (1986) и другие способы;
- 3) косвенные измерения (indirect measurements), т.е. сопоставления различных наблюдений с моделями Галактики или „другими теоретическими ограничениями”; сюда отнесены, в частности, кинематические методы.

При выведении „наилучшей величины”  $R_0$  был использован подход Фиста (1987), т.е. усреднение по однородным категориям, с той разницей, что здесь оно проводилось сначала по типам объектов и методам, а потом — по группам независимых, по мнению автора, калибровок; оценивались и учитывались случайные и систематические ошибки. В результате этой процедуры, детально описанной в обзоре, Рид (1993) получил среднее  $R_0 = 8.0 \pm 0.5$  кпк.

Существуют также обзоры (более краткие), основанные на несколько иных подходах. Так, де Вокулёр (1983) [114] приводит к единой системе калибровок только часть результатов (9 из 13), а остальные отвергает. Однако окончательное среднее  $R_0 = 8.5 \pm 0.5$  кпк принимается им не только на основе скорректированных оценок, но и с использованием отвергнутых. При этом оценки  $R_0$  не группируются в какие-либо классы и просто усредняются без введения весов.

Будучи важными этапными попытками изучения проблемы  $R_0$  в целом, эти обзоры все же не дают, к сожалению, полного ее освещения, адекватного поставленной задаче выведения „наилучшей оценки”  $R_0$ . Сразу обращают на себя внимание некоторые противоречия (между обзорами и внутренними) и односторонность рассмотрения. Так, очевидно, что классификация методов определения  $R_0$  и соответствующая терминология окончательно еще не устоялись. Это ведет к смешению понятий, к неоправданной, как представляется, иерархии методов, иногда — к явным упущениям.

Поэтому сделаем небольшое отступление, чтобы договориться о терминах. В подавляющем большинстве случаев определение  $R_0$  опирается, в конечном итоге, на знание гелиоцентрических расстояний до некоторых галактических объектов. Условимся называть эти объекты и расстояния *опорными* для оценок  $R_0$ , которые по ним получены. *Собственно методом определения  $R_0$*  будем называть метод пересчета, преобразования опорных расстояний в значение  $R_0$  на основе

дополнительной информации (например, о положениях опорных объектов на небесной сфере, о их лучевых скоростях и др.). Очевидно, что любая оценка  $R_0$  выражена в масштабе принятых опорных расстояний до каких-то объектов.

Вернемся к  $R_0$ -обзорам. Все приведенные классификации методов — одномерные: каждая на самом верхнем уровне иерархии выстраивает группы методов в единую (однородную) последовательность, что предполагает и использование единого классификационного признака (или единого множества признаков) для выделения этих групп. Однако в обзорах Фиста и Рида эти признаки *различны*: либо способ нахождения опорных расстояний — „геометрические” и „первичные” методы; либо способ дальнейшего анализа этих расстояний (не важно, как полученных) вместе с другими данными — „пространственные”, „кинематические”, „косвенные”; в одном же случае — „вторичные измерения” по пространственному распределению (Рид, 1993) — использованы оба признака сразу. Фактически здесь частично смешаны понятия метода определения опорных расстояний и метода определения  $R_0$  по этим расстояниям. В результате эти классификации оказались *неоднородными*, и некоторые способы определения  $R_0$  нельзя классифицировать по ним однозначно. К последним, например, принадлежат кинематические определения по абсолютным опорным расстояниям [148, 155, 185, 225], одни из которых Рид (1993) отнес к абсолютным измерениям, а другие — к косвенным, хотя между этими работами нет принципиальных различий. В обзоре Керра и Линден-Белла используется единственный признак — второй из указанных выше, — но это, с другой стороны, делает их классификацию слишком упрощенной и неполной. Впрочем, и остальные обзоры претендуют, скорее, не на полноту, а на репрезентативность. Вместе с тем, эти работы показывают, что обобщение различных оценок  $R_0$  постепенно начинает рассматриваться как отдельная сложная задача, и несовершенство попыток ее решить во многом вызвано новизной такого подхода. Разработка корректной классификации методов определения  $R_0$  является важной составляющей указанной задачи и проблематики  $R_0$  в целом. Поясним это подробнее.

В неопределенность отдельных оценок  $R_0$  вкладывают в самом общем виде следующие факторы:

## I. Систематические ошибки.

I.1. Систематические ошибки расстояний до опорных объектов. Эти ошибки порождает либо

- а) систематика шкал расстояний (ошибки нуль-пунктов, наклонов и иная внутренняя неоднородность шкал, несоответствие локальных „стандартных свечей” удаленным); либо
- б) систематика абсолютных оценок расстояний.

I.2. Систематические ошибки других наблюдательных данных, которые требует избранный метод, например, лучевых скоростей („гамма-скоростей” классических цефеид [212], скоростей областей Н II по рекомбинационным линиям [132]) — в кинематических методах, металличностей шаровых скоплений [221] — в методе Сурдина [60].

I.3. Систематические ошибки собственно метода определения  $R_0$  по принятым опорным расстояниям и другим исходным данным.

## II. Случайные ошибки.

II.1. Случайные ошибки наблюдательных данных.

II.2. Статистическая неопределенность собственно метода определения  $R_0$  по принятым исходным данным.

Перспективы снижения ошибок разных видов — разные, и связаны они с усилиями в разных направлениях. Ошибки I.1a и II.1 уменьшаются в основном по мере прогресса наблюдательной техники, появления новых наблюдений, улучшения их редукации и методик работ по калибровке шкал расстояний. Ошибки I.1b, I.2 и, в некоторой степени, I.1a зависят от успехов моделирования самих опорных объектов. Устранение систематических ошибок собственно методов определения  $R_0$  (I.3) — это уже задача совершенствования галактического моделирования, т.е. техник анализа данных об опорных объектах и другой информации, что напрямую слабо связано с ростом количества и качества наблюдений, по крайней мере существующих типов. Так, в методе Шепли определения  $R_0$  как расстояния до центроида системы шаровых скоплений основную систематику доставляет сильный эффект селекции (за центром Галактики наблюдается много меньше скоплений, чем перед ним), и даже очень точное определение расстояний до отдельных скоплений его не устранит. Развитие методов галактического моделирования может также снизить и случайные ошибки методов (II.2), хотя в наибольшей степени это происходит с ростом статистики (появлением новых наблюдений). Однако в некоторой части ошибки II.2 принципиально неустранимы, т.к. они отражают существенные особенности галактических подсистем (их дискретность, ограниченное количество объектов в них, дисперсию скоростей). Например, статистическая точность того же метода Шепли ограничена малым числом ( $N \lesssim 150$ ) и дискретностью распределения шаровых скоплений в Галактике. Даже если удастся открыть все ШС (по-видимому, их порядка 200 [61, 150]), это почти не уменьшит статистическую ошибку метода. Для полноты картины заметим, что разные виды ошибок могут еще и влиять друг на друга. Например, ошибки I.1a и I.3 связаны через влияние результатов галактического моделирования на вопросы построения шкал (хотя бы потому, что близость получаемых оценок  $R_0$  может интерпретироваться как согласованность шкал и, наоборот, различие первых — как рассогласованность вторых).

Таким образом, прогресс в решении проблемы  $R_0$  требует: 1) получения новых и более точных наблюдательных данных, выполнения по ним калибровочных работ, совершенствования методик последних; 2) астрофизических, кинематических и динамических исследований внутренней природы опорных объектов; и, параллельно, 3) совершенствования традиционных и разработки новых методов анализа исходных данных с целью определения  $R_0$ . При отсутствии адекватного продвижения в любом из этих направлений эффект от успехов в других может оказаться ничтожным.

Из материалов обсуждавшихся здесь обзоров видно, что различные измерения  $R_0$  могут иметь как общие, так и свои специфические источники ошибок всех видов. Для решения задач третьего направления, существенную часть которого составляет борьба с систематическими ошибками собственно методов, необходимо иметь правильное представление хотя бы о наиболее серьезных проблемах моделирования, порождаемых выбором конкретных метода и данных. А для этого, в свою очередь, нужна такая классификация, которая по классу метода сразу бы указывала вероятные источники ошибок и, следовательно, направления его совершенствования или даже готовые приемы, если они уже были найдены для

других методов со сходным типом систематики. Классификация, корректная в смысле соотнесенности с различными источниками ошибок, важна и при выведении средней оценки  $R_0$  с учетом систематической и статистической неопределенности отдельных результатов, как в [223]. Поскольку подобная классификация предполагает хотя бы качественный анализ ошибок, то она, следовательно, также способна показать какого рода наблюдения и исследования природы галактических объектов являются наиболее актуальными, если преобладают ошибки, зависящие от успехов в этих областях.

Кроме того, корректная классификация должна отражать неоднозначность самого понятия „центр Галактики”. Чаще всего он явно или неявно отождествляется либо с центральным объектом (нетепловым радиоисточником Sgr A\*, ИК-комплексом IRS16, гигантским молекулярным облаком Sgr B2), либо с какой-то центральной особенностью пространственного распределения видимой материи, либо с динамическим центром (барицентром) Галактики. Существуют и другие определения. Вопрос о степени совпадения этих „центров” остается открытым. Различие может составлять всего  $\sim 0.1$  кпк, если оно обусловлено только сложной динамикой центральной области радиусом несколько сотен парсек [84]. Однако пока нельзя исключить и более масштабных особенностей — осцилляций бара относительно барицентра диска и звездного сфероида [84], смещения массивного гало относительно центра масс видимой Галактики [163]. Потенциальное несоответствие по-разному определяемых „центров” может быть еще одним систематическим фактором, который следовало бы учитывать при сравнении результатов, полученных разными методами.

Прежде чем предложить новую классификацию, отвечающую, по крайней мере в основном, указанным требованиям, вновь уточним термины. При сопоставлении подходов, примененных в разных исследованиях, необходимо различать задачу нахождения опорных расстояний и задачу собственно оценивания  $R_0$  по этим расстояниям, поскольку эти задачи, как уже упоминалось ранее, связаны с существенно разными источниками ошибок (прежде всего систематических) конечного результата — оценки  $R_0$ . В обзорах [124, 222, 223], где такое различие не проводится, понятия „метод определения  $R_0$ ” и „измерение  $R_0$ ” (или „определение  $R_0$ ”) отождествляются. В этой работе под первым термином в дальнейшем будет пониматься собственно метод определения  $R_0$  по опорным расстояниям и другим данным, т.е. принципиальный способ анализа входной информации определенного физического типа. *Измерением  $R_0$*  будем называть реализацию какого-то (принципиального) метода для определенных видов опорных объектов и способов получения входных данных нужного типа. Попутно заметим, что в отличие от последнего понятия термин „оценка  $R_0$ ” не предполагает какого-либо обобщения, обозначая лишь результат применения конкретной процедуры обработки к конкретной базе данных.

Из сказанного ранее очевидно, что классификация, отражающая общую ситуацию с ошибками результатов определения  $R_0$ , должна быть, в наших терминах, *классификацией* не методов, а *измерений  $R_0$* . Таковыми, по сути, и были градации „методов” в обзорах [124, 222, 223] (но не в [163]). Главное, что отличает от них предлагаемую классификацию — это ее многомерность. Мы исходим из того, что неудачный опыт построения одномерных классификаций (см. с. 19) не является случайным — разнообразие и *независимость* источников ошибок (с. 19 и сл.) принципиально не позволяют выделить единый классификационный признак

и выстроить разновидности измерений  $R_0$  в какую-то одну последовательность классов. Другая особенность новой классификации — максимальная неранжированность классов измерений по степени надежности. Последнюю характеристику во многих случаях нельзя рассматривать как заданную, „родовую” для метода или измерения. Она (или представления о ней) может меняться по мере успехов в разных направлениях астрономических исследований (см. выше), меняя и соотношение между разными категориями. Поэтому всегда, когда это возможно, не делалось попытки выяснить, какие классы принципиально „лучше”, а какие „хуже”. Как будет видно из дальнейшего, это часто и затруднительно сделать, даже рассматривая только текущее положение дел, — выбор между классами неоднозначен, если каждый из них имеет свои преимущества и недостатки. Однако полностью избежать ранжирования не удастся: например, заведомо проигрышны те методы, которые основываются на *дополнительных* предположениях и, следовательно, отягощены *дополнительными* систематическими погрешностями.

В предлагаемой **трехмерной классификации измерений  $R_0$**  подразделение на категории производится независимо по трем признакам (направлениям): 1) по типу собственно метода определения  $R_0$ , 2) по способу нахождения опорных расстояний и 3) по типу опорных объектов. Разные признаки по-разному связаны с различными источниками ошибок. Ни один из признаков не считается определяющим; только их совокупность характеризует в целом круг проблем, задаваемый выбором конкретного метода и данных.

**I. Классификацию методов определения  $R_0$**  удобнее всего провести по типу исходного наблюдательного материала, т.к. в этом случае сразу определяются принципиальные преимущества и недостатки (в том числе потенциальные систематические ошибки) метода анализа данных, а также подразумеваемый физический смысл термина „центр Галактики” (ЦГ). Этот признак позволяет выделить в первом приближении следующие классы.

1. *Пространственные методы.* В общем случае исследуется пространственное распределение объектов (светящейся материи). ЦГ отождествляется с точкой наибольшей плотности или с другой центральной особенностью, что обычно делает очень важным учет искажений истинного распределения из-за неполноты выявленности и статистических эффектов. Сюда же относится подход, в котором „особенностью” считается один конкретный объект; в этом случае на первый план выходит проблема надежности его отождествления с ЦГ.
2. *Кинематические методы.* Анализируется кинематика различных галактических составляющих с целью локализации динамического ЦГ (барицентра). Требуются данные о положениях в пространстве и скоростях, т.е. о распределении в фазовом пространстве; ЦГ — особенность в этом пространстве. Здесь основная проблема заключается в выборе адекватной кинематической модели; с другой стороны, наблюдательная селекция не создает больших систематических ошибок.
3. *Динамические методы.* Сопоставляются две группы независимых данных: о пространственном распределении и фазовые. При этом конфигурационный ЦГ (особенность пространственного распределения) и барицентр считаются совпадающими; этот единый центр и ищется. Здесь объединяются недостатки как пространственных, так и кинематических подходов, и, кроме того,

появляется еще одна специфическая проблема — зависимость результата от многочисленных дополнительных предположений (о законе поверхностной плотности, о потенциале, о различных кинематических и структурных параметрах Галактики), которые требуются, чтобы связать два типа данных. Поэтому динамические методы при прочих равных условиях очевидно проигрывают в надежности двум предыдущим классам.

4. *Нефазовые методы.* Ищется расстояние до центральной особенности распределения галактической материи в пространствах, не являющихся подмножествами фазового пространства. Эти пространства объединяют конфигурационные координаты (данные о положениях) и еще какую-то характеристику, отличную от скорости (например, металличность [60]). Основная проблема — необходимость предположений о поведении этой характеристики в зависимости от положения в Галактике; эффекты селекции здесь вновь несущественны. Это напоминает систематику кинематических методов.

II. По способу определения опорных расстояний (ОР) измерения  $R_0$  можно подразделить на:

- 1) *абсолютные*, которые основаны на расстояниях, найденных абсолютными способами (геометрические определения, сопоставление дисперсий лучевых скоростей и собственных движений и другие);
- 2) *относительные*, в которых используются шкалы расстояний („стандартные свечи“), откалиброванные, в конечном итоге, по локальным объектам;
- 3) *теоретические*, использующие шкалы, откалиброванные исходя из некоторых астрофизических ограничений, вытекающих из природы объектов.

Первые два класса можно объединить в группу *эмпирических* измерений.

Классы, выделенные по этому признаку, принципиально отличаются по характеру ошибок опорных расстояний и их влиянию на неопределенность результата. Для относительных измерений очень серьезной проблемой являются систематические ошибки шкал, в особенности, вызванные неопределенностью нуль-пунктов. Последняя целиком переходит в неопределенность оценок  $R_0$ . Результаты относительных измерений  $R_0$  всегда выражены в масштабе принятых шкал расстояний и требуют для сравнения друг с другом согласования последних. Для абсолютных измерений этой проблемы, естественно, нет, что делает их, казалось бы, явно более предпочтительными. Однако превосходство абсолютных оценок  $R_0$  пока не столь однозначно. Во-первых, от систематики ОР не удастся полностью избавиться и в этом случае из-за систематических ошибок моделирования индивидуальных опорных объектов [223]. Во-вторых, даже объявляемая точность абсолютных ОР (в большинстве случаев 10–25% по оценкам авторов) пока не является однозначно более высокой, чем точность относительных ОР с учетом систематической неопределенности шкал по крайней мере для некоторых типов объектов (классические цефеиды, RR-лириды); подробнее см. секции 1.1.6 и 1.1.7. В-третьих, объекты, расстояния до которых удастся оценить абсолютным способом и которые при этом могут служить опорными для определения  $R_0$ , редки или даже уникальны в своем роде. Последнее определяет тот факт, что подавляющее большинство абсолютных измерений  $R_0$  выполняется по единственному (!) опорному объекту. А в этих случаях оценки  $R_0$  получаются столь же или более неопределенными (10–40%) по сравнению со значениями ОР, на которых они

основаны, причем и в систематическом смысле тоже — ведь систематика индивидуального ОР становится систематикой оценки  $R_0$ . Подобного не происходит при относительных измерениях  $R_0$ , т.к. они основаны на выборках объектов численностью, как правило, от нескольких десятков до нескольких сотен; здесь влияние на результат ошибок индивидуальных ОР в большой степени подавляется статистически (конечно, за исключением ошибок, коррелирующих друг с другом, как в случае систематических погрешностей шкал и поправок за поглощение света). Таким образом, абсолютные измерения  $R_0$  пока лишь *в среднем* систематически надежнее относительных измерений (т.к. вряд ли систематические ошибки абсолютных ОР для разных объектов коррелируют) и явно проигрывают им в статистической точности. Заметим, что предлагаемое М. Дж. Ридом [223] усреднение результатов по *независимым* калибровкам так же снижает, в принципе, систематическую ошибку среднего  $R_0$  по относительным измерениям, вызванную неопределенностью нуль-пунктов. Из сказанного следует, что абсолютные измерения, будучи несомненно перспективными, еще не обладают по крайней мере явным преимуществом. При определении  $R_0$  нужно опираться на оба эмпирических класса измерений, т.к. ценность их сейчас сопоставима.

Теоретические измерения вместо локальных калибровок требуют принятия некоторых предположений о физической природе и характеристиках опорных объектов. Некорректность предположений определяет систематические и, отчасти, случайные ошибки результатов. Можно ожидать, что общая точность измерений этого класса в среднем ниже, чем относительных, поскольку первые не основаны на эмпирических определениях расстояний и пока выполняются по малым выборкам, в том числе и по одиночным объектам. Дальнейшее развитие астрофизических теорий может несколько увеличить точность. Теоретические оценки  $R_0$  остаются пока единичными.

**III. Классификация измерений  $R_0$  по типу опорных объектов (ОО).** Хотя два предыдущих классификационных признака определяют принципиальные особенности систематики собственно метода и систематики ОР, полная детализация этих двух важнейших факторов обеспечивается лишь указанием типа ОО. Кроме того, от типа ОО зависят остальные виды ошибок (см. с. 19 и сл.), на которые сами по себе класс метода и способ нахождения ОР не влияют. Действительно, тип ОО определяет:

- 1) в случае относительных ОР — семейство (или набор семейств) соответствующих ему шкал расстояний, выбор которой управляет конкретными систематикой и уровнем случайных ошибок ОР, зависящими, в свою очередь, от неопределенности параметров шкал, от случайных и систематических ошибок входных данных, необходимых для нахождения ОР по этой шкале, и от природной дисперсии светимости ОО этого типа; в случае абсолютных ОР — возможный метод их нахождения, зависящий от физической природы объектов, который и „отвечает” за возникающую систематику и случайные ошибки ОР;
- 2) уровень и характер неопределенности других наблюдательных данных, необходимых для избранного метода;
- 3) свойства галактической подсистемы опорных объектов: общую численность объектов, их пространственное распределение (истинное — для подсистемы в целом и наблюдаемое — для имеющихся каталогов ОО), кинематику (закон



вращения, дисперсию скоростей, влияние потоковых движений, асимметричный сдвиг и т.д.), возраст, химический состав и др.; от этих свойств зависит эффективность и сама возможность применения того или иного метода, роль принципиальных (см. классификацию методов) и наличие специфических систематических погрешностей метода, а также статистическая неопределенность результата.

Таким образом, тип ОО влияет на все основные источники ошибок в этой задаче. Однако подразделить измерения  $R_0$  только по типу ОО, отказавшись от двух других классификационных признаков, нельзя, т.к. он не определяет однозначно классы метода и ОР. Например, шаровые скопления могут быть использованы в методах и пространственном (метод Шепли), и в кинематическом [45], и в нефазовом (метод Сурдина [60]), причем не только с относительными ОР, как пока во всех известных нам работах, но в будущем и с абсолютными, определяемыми, например, из сопоставления данных о собственных движениях и лучевых скоростях звезд скоплений [219]. С другой стороны, нельзя и отказаться от типа ОО как независимого признака и рассматривать различные типы лишь в качестве подклассов методов и ОР: некоторые типы ОО (те же шаровые скопления) будут тогда относиться одновременно к разным классам методов и, в перспективе, — к разным классам ОР, тогда как некоторые важные для результата общие факторы (шкала расстояний, численность и особенности пространственного распределения объектов), зависящие только от типа ОО, все равно останутся одинаковыми для измерений разных классов (разумеется, в отношении шкалы это верно лишь для относительных измерений).

В классификации по типам ОО классов столько, сколько этих типов использовалось для определения  $R_0$ . Большинство исследований традиционно выполняются по шаровым скоплениям, переменным типа RR Лиры, миридам, рассеянными скоплениям, ОВ-звездам, областям II, классическим цефеидам. Сравнительно недавно появились работы по ОН/ИК-звездам, мазерам в окрестностях молодых массивных звезд и молекулярным облакам (СО и ОН). Сделаны попытки использовать планетарные туманности [119, 215] и рентгеновские источники [121, 184]. Новые типы ОО продолжают появляться: центроид К- и М-гигантов в центре Галактики [160] (1995 г.); звезды красного сгущения на диаграмме цвет-величина (red clump stars) [207], карликовые цефеиды [187], красные сверхгиганты [146] (1998 г.).

---

В предложенной классификации измерение  $R_0$  характеризуется (на верхнем уровне иерархии) комбинацией трех классов — метода, ОР и ОО. Не все формально возможные комбинации осуществлены на практике (не для всех из них в литературе имеется хотя бы одна оценка  $R_0$ ). Однако некоторые из них могут быть реализованы в будущем. Например, можно ожидать, что по мере накопления данных, совершенствования наблюдательной техники и выполнения новых космических программ наблюдений станут возможными абсолютные измерения по ОО тех типов, для которых сейчас используются лишь относительные ОР. Возможны в принципе (но не обязательно эффективны) кинематические измерения по объектам недисковых составляющих, подобные [45], или нефазовые измерения — по дисковым ОО. Иные же комбинации классов не реализуемы даже в принципе. Например, трудно представить себе пространственные измерения  $R_0$  по объектам диска, т.к. в центральной области Галактики преобладают объекты

сферической составляющей. В любом случае все существующие измерения  $R_0$  однозначно классифицируются по предложенной трехмерной схеме, в которой, к тому же, есть место и для новых видов измерений, могущих появиться в дальнейшем.

Рассмотрим подробнее отдельные классы измерений  $R_0$  и приведем сводку опубликованных результатов.

### 1.1.1. Пространственные методы

#### Метод Шепли

Метод появился в результате выполненных Харлоу Шепли исследований пространственного распределения галактических шаровых скоплений (ШС). Шепли (1918) [237] обнаружил сильную концентрацию ШС к области в созвездии Стрельца в направлении  $l_1 \approx 325^\circ$ . Отождествив эту область с центром Галактики (ЦГ), Шепли (1918) таким образом открыл нецентральное положение Солнца в ней и вывел первую оценку  $R_0 \approx 13$  кпк как расстояния до точки наибольшей концентрации ШС. В последствии, когда направление на ЦГ было установлено с большой точностью по другим данным, метод Шепли свелся к определению декартовой координаты  $X$  „центроида распределения ШС” ( $R_0 = X_{\text{цшс}}$ ), где ось  $X$  направлена на ЦГ ( $l_{\text{ц}} = 0^\circ$ ), а начало отсчета совпадает с Солнцем; под „центроидом” при этом понимают геометрический центр или точку наибольшей плотности системы ШС. Метод применяется в предположении осевой (иногда сферической) симметрии истинного пространственного распределения ШС в Галактике.

Результат Шепли (1918) получился относительно близким к современным оценкам потому, что различные систематические факторы привели к ошибкам разных знаков и частично скомпенсировали друг друга. К числу этих факторов, помимо ошибок калибровок (см. [223]), относится межзвездное поглощение света, которое не только непосредственно влияет на величины ОР, но и вызывает специфический для этого метода эффект селекции. Поскольку пыль в Галактике концентрируется к ее плоскости и, возможно, к центру (см. рис. 4.2 в [143]) и Солнце находится близко к этой плоскости, то ШС с  $X < R_0$  должно наблюдаться больше, чем ШС с  $X > R_0$ , где под  $R_0$  имеется в виду его „истинное” значение в принятой шкале. Поэтому можно ожидать, что прямое вычисление геометрического центра системы ШС по известным скоплениям систематически недооценивает величину  $R_0$  в той или иной степени ( $R_0 > X_{\text{цшс}}$ ). Точку же максимума плотности напрямую локализовать трудно — отчасти из-за дискретности системы ШС, отчасти из-за сильной экранировки пылью ее центральной области.

Селекция является главным систематическим фактором собственно метода, поэтому основные усилия при дальнейшем развитии метода Шепли были направлены на нейтрализацию ее влияния на результат — либо через сведение к минимуму самого эффекта, либо, напротив, через его моделирование и непосредственный учет.

Первый подход предполагает наложение ограничений на выборку наблюдаемых ШС, чтобы исключить окрестности галактической плоскости, где селекция сильнее всего<sup>1</sup>. Получившаяся выборка считается полностью свободной от се-

<sup>1</sup>Еще Шепли (1918) заметил, что ШС „избегают” плоскость Млечного Пути, но предпочел динамическую интерпретацию этого факта.

лекции. Арп (1965) [70] использовал для определения  $R_0$  лишь ШС с  $Z > 2.5$  кпк, где  $Z$  — расстояние от плоскости Галактики. Харрис (1976) обобщил это ограничение на  $|Z| > Z_{\text{lim}}$ , предложив строить зависимость среднего арифметического значения  $\bar{X}$  для ШС выборки от  $Z_{\text{lim}}$ , затем определять, при каких  $Z_{\text{lim}}$  величина  $\bar{X}$  стабилизируется (перестает расти), а уровень стабилизации  $\bar{X}$  принимать за оценку  $R_0$ . Альтернативное ограничение на галактическую широту ШС вида  $|b| > b_{\text{min}}$ , также введенное Арпом (1965), более корректно по отношению к геометрии селекции, но требует и более сложных вычислений, т.к. оно создает выборку асимметричную относительно галактического центра, среднее  $X$  для которой должно недооценивать  $R_0$  (без участия селекции). Чтобы оценить смещение среднего  $X$  в такой модификации метода необходима модель пространственного распределения ШС, предварительно построенная по данным, которые можно считать свободными от селекции. Волтер (1975) [263] использует для этого ШС с  $|b| > 5.7^\circ$  и, определяя ожидаемое число необнаруженных скоплений с  $|b| \leq 5.7^\circ$  в сферических оболочках с центром в ЦГ, вносит соответствующую поправку в  $\bar{X}$ . Френк и Уайт (1982) [138] определяют смещение при помощи численного моделирования методом Монте-Карло для пространственной модели, построенной по распределению ШС на небесной сфере; при этом учитывались случайные ошибки в модулях расстояниях ШС,  $\sigma_d$ . Однако, хотя в двух последних работах использовался более корректный вид ограничения, его параметр  $b_{\text{min}}$  в них не определялся, а принимался в качестве внешнего предположения, что сделало неочевидным преимущество этих работ в плане борьбы с эффектом селекции по сравнению методом в модификации Харриса (различие результатов этих двух подходов в [130] прямо интерпретируется как иллюстрация чувствительности оценки  $R_0$  к принятой  $b_{\text{min}}$ ). Поэтому нельзя сказать, что результаты [138, 263] перекрывают результаты [116, 150, 151], несмотря на наличие в [138] и других усовершенствований — использование в качестве оценки среднего  $X$  медианного значения,  $X_m$ , вместо арифметического среднего и учет влияния  $\sigma_d$ . Тем более, оказалось, что величина  $\sigma_d$  практически не смещает точечную оценку  $R_0$ , а влияет лишь на ее неопределенность [138]. Строго говоря, при использовании ограничения на  $|b|$  также нужно строить зависимость среднего  $X$  от  $b_{\text{min}}$ , но тогда оригинальные процедуры [138, 263] стали бы еще более трудоемкими, особенно модификация Френка и Уайта. Расин и Харрис (1989) [218] вообще отказались от оценивания смещения при отбрасывании низкоширотных ШС, наложив вместо этого дополнительное ограничение  $|b'| > b_{\text{min}}$ , где „широта”  $b'$  отсчитывается от точки симметричной Солнцу относительно ЦГ; результирующая выборка уже не является асимметричной за счет ограничений и не приводит к смещению  $R_0$ . Однако в [218], где этот подход был применен к одной из выборок ШС (к подсистеме гало), граница  $b_{\text{min}}$  также не варьировалась.

Применение подобных ограничений сильно увеличивает статистическую неопределенность результата как из-за сокращения выборки вообще, так и за счет исключения области наибольшей концентрации ШС. Это стимулирует противоположный подход — изучение селекции и внесение поправок за нее. В его рамках Расин и Харрис (1989) [218] предложили использовать, вопреки уже сложившейся традиции, центральную выборку: ШС на угловых расстояниях от ЦГ  $\varpi < 15^\circ$  и с  $|V(\text{НВ}) - \bar{V}(\text{НВ})| < 1^m2$ , где значения  $V(\text{НВ})$  исправлены за эффект проекции, поглощение света и влияние металличности на светимость ШС. В качестве статистики, определяющей  $R_0$ , авторы [218] взяли среднюю арифметическую

звездную величину ШС  $\overline{V(\text{HB})}$ , что обеспечивает отсутствие смещения за счет случайных ошибок в расстояниях. Использование такого усреднения вместо медианы может быть оправдано ограничением на  $V(\text{HB})$ , хотя последнее содержит в себе некоторый произвол. Численное моделирование показало, что для этой центральной выборки смещение  $\overline{X}$  за счет неполноты выявленности очень мало ( $\pm \leq 1\%$ ), и основное искажение дает геометрия выборки. Однако этот результат был получен в предположении, что поглощение света происходит лишь в диске Галактики, причем в плоском слое. Если же в действительности плотность поглощающей материи меняется с галактоцентрическим расстоянием (не обязательно за счет наличия затемняющей сфероидальной компоненты в балдже), то смещение может быть существенно больше. В случае роста плотности с приближением к ЦГ полученное в [218]  $R_0$  — занижено. На это, возможно, указывают некоторые результаты самих авторов: распределение  $V(\text{HB})$  относительно модального значения заметно асимметрично — на „ближней” стороне ШС наблюдается больше, чем на „дальней” (см. рис. 6 в [218]); оценка  $R_0 = 8.4 \pm 0.5$  кпк для внешней зоны  $10^\circ < \varpi < 15^\circ$  превышает на уровне значимости  $\sim 97\%$  оценки  $R_0 = 7.0$  и  $6.8 \pm \sim 0.5$  кпк для двух внутренних зон (см. табл. II в той же работе).

Наиболее последовательно и детально второй подход в борьбе с селекцией реализован в работе Расторгуева и др. (1994) [56], в которой было выполнено совместное моделирование пространственного распределения ШС и эффекта селекции методом наибольшего правдоподобия. В отличие от [218] в [56] дополнительно введена зависимость эффекта селекции от гелиоцентрического расстояния  $r$  и от галактической долготы  $l$ . Такая схема более реалистична, но, к сожалению, и она не соответствует осесимметричному распределению поглощающей материи: для последнего зависимость наблюдаемой пространственной плотности числа ШС от  $r$  не может иметь одинаковый вид для всех долгот, как в [56], и должна быть максимально различной для  $l = 0^\circ$  и  $180^\circ$ . Возможно, этим и объясняется то, что коэффициенты, отвечающие за зависимость селекции от  $l$  и  $b$ , получились в [56] маленькими и неопределенными. Поэтому некоторую систематическую недооценку  $R_0$  нельзя исключить и этой работе, хотя она несомненно является важным шагом в решении проблемы.

Особый случай представляет собой оригинальная процедура восстановления осевой симметрии распределения ШС, разработанная Телло (1992) [246] с применением элементов теории групп и аппарата случайных блужданий. Процедура включает анализ азимутальных распределений ШС в октантах куба, в который вписана система ШС, и результатов перестановок (перемешивания) октантов. К сожалению, краткость изложения материала в [246] и отсутствие численных экспериментов, подтверждающих эффективность процедуры, не позволяет с определенностью судить, действительно ли она устраняет эффект селекции или является, скорее, лишь иным способом определения положения центроида известных ШС. Заметим, что в подтверждении своего результата ( $R_0 = 7.02 \pm 0.55$  кпк) Телло (1992) ссылается на его близость к значению  $X_m = 7.07$  кпк, полученному в [249] просто по всем наблюдаемым ШС, хотя в последней работе приводятся и данные о смещении  $X_m$  с ростом  $Z_{\text{lim}}$  и, в конечном итоге, принимается „стандартное”  $R_0 = 8.5$  кпк. Ожидавшаяся более подробная работа этого автора (см. [247]) не была опубликована.

Из сказанного приходится сделать вывод, что проблему учета селекции в методе Шепли пока еще нельзя признать решенной в той степени, в которой это

необходимо. Нет единого мнения и о масштабе самого эффекта: ср., например, заметное увеличение среднего  $X$  (на  $\approx 0.6 \div 1.2$  кпк) при росте  $Z_{\text{lim}}$  до 1–3 кпк в [116, 150, 151] с выводами о несущественности [218] или незначимости [249] эффекта селекции.

Потташ (1990) [215] предложил использовать для оценки  $R_0$  планетарные туманности (ПТ) балджа. Это осмысленно благодаря тому, что функция светимости ПТ, как установлено из наблюдений внешних галактик, имеет резкое усечение с яркой стороны, и эта деталь может служить „стандартной свечей” при нахождения расстояния. Фактически измерение  $R_0$  по ПТ [119, 215] является применением к другому типу объектов метода Шепли в широком смысле, понимаемого как нахождение среднего расстояния до объектов некоторой сферической подсистемы, имеющей видимую концентрацию к ЦГ. Общая проблема наблюдательной селекции проявляется здесь как необходимость надежно исключить из выборки более яркие объекты переднего фона — дисковые ПТ, — которые делают формальную точку усечения более „яркой” и тем занижают  $R_0$ .

По сути, метод Шепли в модификации „центральная выборка” использован и в [121] при определении  $R_0$  по вспыхивающим рентгеновским переменным с теоретическими опорными расстояниями. К сожалению, в этой работе не было сделано попыток рассмотреть проблему селекции для подобных объектов и учесть статистические эффекты (даже не введена поправка за геометрию выборки).

#### *Усечение $X$ -распределения шаровых скоплений вблизи галактического центра*

Борьба с селекцией в методе Шепли навела Харриса (1980) [151] на парадоксальную идею использовать для оценивания  $R_0$  сам этот эффект, отождествив ЦГ с местом резкого усечения распределения по координате  $X$  ШС подсистемы G, имеющей сильную центральную концентрацию. Предполагается, что ШС этого типа практически не видны на  $X > R_0$  из-за сильно возросшего поглощения света. Однако этот метод может дать надежный в систематическом смысле результат, только если плотность поглощающего вещества *резко* возрастает к ЦГ. О последнем, в принципе, могла бы свидетельствовать именно *резкость* усечения или падения до низкого уровня  $X$ -распределения ШС в направлении на ЦГ, но уверенно зафиксировать такой эффект трудно из-за малого числа ШС. Харрис (1980) не приводит самого этого распределения [а лишь распределение ШС в проекции на плоскость  $(X, Z)$ ] и не пытается как-то охарактеризовать степень резкости усечения. В литературе не удалось найти других случаев применения этого метода. Не использовался он и в более позднем исследовании с участием автора метода — в работе Расина и Харриса (1989), — где принята плоско-параллельная модель поглощения света в Галактике, хотя по рис. 6 в их работе можно заподозрить резкое падение (на уровне значимости  $\sim 99\%$ ) числа ШС центральной выборки при  $V(\text{НВ}) \sim 15.5 \pm 0.25$ . В соответствии с рассматриваемым методом это приводит к  $R_0 \sim 9.5 \pm 1.1$  кпк, что намного превышает оценку  $R_0 = 7.35 \pm 0.31$  кпк методом Шепли для тех же данных [218]. Такое различие неудивительно: если второй из этих методов может давать недооценку из-за недоучета селекции, то первый, скорее, переоценивает  $R_0$  (даже при резко растущем к ЦГ поглощении) вследствие случайных ошибок в модулях расстояния ШС — граница усечения размазывается и окончательный обрыв наблюдается на бóльших расстояниях.

### Конус избегания

Сасаки и Исизава (1978) [231] предложили использовать для определения  $R_0$  конус избегания в системе ШС. В [231] методом численного моделирования показано, что такой конус, ориентированный вдоль оси вращения Галактики, мог возникнуть вследствие неустойчивости орбит с низким угловым моментом и приливного разрушения ШС из области конуса при прохождении вблизи ЦГ. Отождествляя с ЦГ точку пересечения оси конуса с галактической плоскостью, Сасаки и Исизава (1978) предложили принять за оценку величины  $R_0$  то ее значение, при котором формальный конус становится максимальным. При этом, однако, оценка  $R_0$  основывалась бы фактически на знании расстояний лишь до двух ШС, определяющих конус. Поэтому, чтобы учесть неопределенность расстояний до ШС, в [231] максимизация конуса выполнялась не для каталожных расстояний, а для модельных баз данных, в которых модули расстояния варьировались. Среднее  $R_0$  по всем численным экспериментам было принято за окончательный результат.

Однако такая процедура не учитывает дискретности пространственного распределения ШС, из-за которой зависимость угла полураствора формального конуса,  $\alpha_0$ , от  $R_0$  имеет не один, а несколько минимумов с близкими  $\alpha_0$ , причем наименьшее значение  $\alpha_0$  (т.е. соответствующее истинному  $R_0$ ) не обязательно получается вблизи ЦГ [21]. Варьирование расстояний лишь несколько меняет величину минимумов и может сделать самым глубоким то один из них, то другой (при изначально близких  $\alpha_0$ ). Поэтому усреднение по модельным каталогам либо приводит к усреднению по разным минимумам, либо дает среднее положение одного минимума, который может оказаться ложным. Первое увеличивает случайную неопределенность результата, а ложные минимумы систематически смещают результат. Поскольку на  $X > R_0$  дискретность системы ШС выше из-за селекции, там выше и вероятность появления формально глубокого ложного минимума. Следовательно, можно ожидать, что процедура [231] приводит в среднем к завышенной оценке  $R_0$ .

Вместе с тем, само по себе использование конуса избегания представляется весьма перспективным. Т.к. конус определяется в основном скоплениями на больших  $|b|$  [231], то эффект селекции должен практически не влиять на результат, менее остра здесь и проблема учета поглощения света при определении расстояний до ШС. От упомянутых неоднозначности и систематики можно избавиться, используя все распределение ШС по галактоцентрическим широтам, а не только два их максимальных по модулю значения, как фактически сделано в [231]. Предварительные расчеты [21] показывают, что тогда положение конуса и, следовательно, оценку  $R_0$  можно получить с низкой статистической ошибкой ( $\sigma_{R_0} \sim 5\%$ ), близкой к таковой для метода Шепли по центральной выборке [218].

В принципе возможно применение этого метода и к другим объектам сферической составляющей (например, к RR-лиридам), если окажется, что они так же избегают области вблизи оси Галактики. Однако точности измерения расстояний пока не достаточно, чтобы обнаружить признаки существования конуса избегания на малых  $|b|$  [231].

---

В табл. 1.1 представлена сводка оценок  $R_0$ , полученных пространственными методами по ШС. Как и в других сводках в этом разделе, приведены все

**Таблица 1.1.** Относительные оценки  $R_0$  пространственными методами по шаровым скоплениям (ШС)

Авторы	Год	Метод	Выборка опорных объектов	Авторск. и скоррек. оценки $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
Вольтер [263]	1975	Шепли: $ b  > b_{\min}$	$N = 53$ : $ b  > 5.7^\circ$ , подсистема гало <sup>1</sup>	$7.9 \pm 1.0$ <sup>2</sup> <b><math>8.1 \pm 1.0</math></b>	$M_V(\text{RR}) = 0.6$ , $\mathcal{R} \approx 3$
Харрис [150]	1976	Шепли: в обобщ. модиф. Арпа [70]	$N = 46$ : $R_g < 40$ кпк, $ Z  > 2.5$ кпк	$8.5 \pm 1.6(1.2)$ <sup>3</sup>	$M_V(\text{HB}) = 0.6 \pm 0.3$ , $\mathcal{R} = 3.3 \pm 0.3$
де Вокулёр и Бюта [116]	1978	Шепли: в модиф. Харриса [150]	$N = 83$ [30]: $ Z  > 1.0$ кпк	$7.0 \pm 0.7$ <sup>4</sup> (0.6) <b><math>7.8 \pm 0.7</math></b>	$M_V(\text{RR}) = 0.38[\text{m/H}] + 1.32$ , $\mathcal{R} = 3$
Сасаки и Исизава [231]	1978	Конус избегания	$N = 78$ [209]	$9.2 \pm 1.3$ <b><math>8.8 \pm 1.2</math></b>	$M_V(\text{HB}) = 0.5$ , $\mathcal{R} = 3$
			$N = 111(?)$ [150]	$9.4 \pm 1.2$ <b><math>9.4 \pm 1.2</math></b>	$M_V(\text{HB}) = 0.6$ , $\mathcal{R} = 3.3$
Харрис [151]	1980	Шепли: в модиф. Харриса [150]	$R_g < 40$ кпк, $ Z  \gtrsim 3$ кпк, $N$ не указано	$8.0 \pm 1.4$ (пересмотр [150]) <b><math>8.3 \pm 1.5</math></b>	ШС класса F: $M_V(\text{HB}) = 0.6$ , ШС класса G: $M_V(\text{HB}) = 0.9$ <sup>6</sup> ; $\mathcal{R} = 3.1$
		Усечение G-подсистемы	$N = 34$ : ШС класса G <sup>5</sup>	$8.5 \pm 1.5$ <b><math>9.2 \pm 1.6</math></b>	
		Средняя оценка		$8.5 \pm 1.0$ <sup>7</sup>	
Френк и Уайт [138]	1982	Шепли: $ b  > b_{\min}$ , учет случ. ошибок в расстояниях	$N = 50$ : $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.2$ , $R_g < 40$ кпк, $ b  > 10^\circ$	$6.2 \pm 0.9$ <b><math>6.4 \pm 0.9</math></b>	$[\text{Fe}/\text{H}] < -1.2$ : $M_V(\text{HB}) = 0.6$ , $\sigma_d = 0^m 3$ ;
			$N = 26$ : $[\text{Fe}/\text{H}] \geq -1.2$ , $ b  \geq 5.7^\circ$	$7.2 \pm 1.1$ <b><math>8.5 \pm 1.3</math></b>	$[\text{Fe}/\text{H}] \geq -1.2$ : $M_V(\text{HB}) = 1.1$ , $\sigma_d = 1^m 0$ <sup>8</sup>
			Обе выборки вместе	$6.8 \pm 0.8$	$\mathcal{R} = 3.2$
Расин и Харрис [218]	1989	Шепли: центр. выборка <sup>9</sup>	$N = 35$ : $\varpi < 15^\circ$ , $ \Delta V(\text{HB})  < 1^m 2$	$7.5 \pm 0.9(0.5)$ <sup>10</sup> <b><math>7.7 \pm 0.5</math></b>	$M_V(\text{HB}) = 0.15[\text{m/H}] + 0.84$ ; $\mathcal{R} = 3.31 + 0.05E(B - V)$ <sup>11</sup>
		Шепли: $ b  > b_{\min}$ , $ b'  > b_{\min}$	$N = 51$ : $ b  \geq 10^\circ$ , $ b'  \geq 10^\circ$ , $R_g \leq 25$ кпк		
Телло [246]	1992	Восстан. осевой симметрии	$N = 106$ [150]: $R_g < 40$ кпк	$7.02 \pm 0.55$ <b><math>7.02 \pm 0.55</math></b>	$M_V(\text{HB}) = 0.6$ , $\mathcal{R} = 3.3$

Таблица 1.1. Окончание

Авторы	Год	Метод	Выборка опорных объектов	Авторск. и скоррек. оценки $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
Расторгуев и др. [56]	1994	Моделирование простран. распредел. и селекции <sup>12</sup>	$N$ не указаны [30, 262], $R_g \leq 15, 20$ кпк, $R_g \geq 0 \div 0.5$ кпк	$7.2 \pm 0.5$	$M_V(\text{RR}) = 0.38 \times$ $\times [\text{m}/\text{H}] + 1.32,$ $\mathcal{R} = 3,$ $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.85$
				<b><math>7.8 \pm 0.5</math></b>	
				$7.0 \pm 0.5$	$M_V(\text{HB}) = 0.6,$ $\mathcal{R} = 3.2$
				<b><math>7.0 \pm 0.5</math></b>	
$6.9 \pm 0.5$	– ” –, $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.85$				
<b><math>7.1 \pm 0.5</math></b>					
				$7 \pm 0.5$	Средняя оценка <sup>13</sup>

<sup>1</sup>ШС интегрального спектрального класса G1 и более раннего.

<sup>2</sup>Автор не рассматривал этот результат как новую оценку  $R_0$ .

<sup>3</sup>Результат пересмотрен Харрисом (1980).

<sup>4</sup>Авторское значение ошибки  $R_0$  приводится по [114].

<sup>5</sup> $X$ -координата усечения определена по нескольким ШС.

<sup>6</sup>ШС спектрального класса F:  $[\text{m}/\text{H}] < -1$ ; ШС класса G:  $[\text{m}/\text{H}] > -1$ .

<sup>7</sup>При выведении среднего  $R_0$  учитывался и результат Сасаки и Исизавы (1978), приведенный к более короткой калибровке.

<sup>8</sup>Случайная ошибка в модулях расстояний  $\sigma_d$  для ШС богатых металлами оценена из анализа их пространственного распределения.

<sup>9</sup>Учитывался эффект селекции, по оценке авторов — незначительный. Усреднялись величины  $V(\text{HB})$ , поэтому поправка за случайные ошибки в расстояниях не требуется.

<sup>10</sup>Среднее из результатов для этих двух выборок:  $7.35 \pm 0.31$  кпк и  $7.85 \pm 0.89$  кпк.

<sup>11</sup>Свободный член определен из анализа для центральной выборки ШС зависимости  $V(\text{HB})$  от  $E(V - B)$ .

<sup>12</sup>В предположении сферически-симметричного распределения ШС.

<sup>13</sup>В работе указана только она. Данные здесь оценки для разных шкал и выборок — усреднение результатов, приведенных в табл. 1 в [56], по моделям F3, F4 и F5; ошибки приняты такими же, какой принята в [56] ошибка среднего результата.

найденные в литературе результаты (кроме тезисов докладов), опубликованные с 1974 г. В первом столбце указаны авторы работ и ссылка; во втором — год публикации; в третьем — метод. В четвертом столбце даны сведения о выборке объектов:  $N$  — объем выборки, по которой был получен окончательный результат; ссылка на каталог данных, если авторы работы не использовали собственную компиляцию; ограничения, которые накладывались на начальную выборку. Пятый столбец: сверху приводятся выведенное авторами значение  $R_0$  и его среднеквадратичная ошибка; если последняя учитывает внешнюю неопределенность результата, в скобках указана статистическая ошибка. Результаты, отвергнутые самими авторами или в последствии пересмотренные (если это не сводилось к пересчету к другой калибровке), выделены курсивом. Оценки  $R_0$ , принятые в дальнейшую обработку, приводились к принятой калибровке шкалы расстояний (см. пункт о ШС в секции 1.1.7, в последующих сводках — пункты о соответствующих типах опорных объектов в той же секции); скорректированное значение  $R_0$  и его статистическая ошибка, напечатанные жирным шрифтом, даны в этой же колонке ниже. В последнем столбце перечислены сделанные предположения, не общие для данного метода и не указанные прежде, даются другие примечания.



ния. Обозначения, не упомянутые ранее:  $R_g$  — галактоцентрическое расстояние;  $M_V(\text{RR})$ ,  $M_V(\text{HB})$  — средние абсолютные величины в фильтре  $V$  звезд RR Лиры и горизонтальной ветви, соответственно;  $\mathcal{R} = A_V/E(B - V)$  — отношение общего поглощения к селективному.

### Метод Бааде

Вальтер Бааде (1946, 1951) [71, 72], открыв звезды типа RR Лиры и долгопериодические переменные в галактическом балдже в поле NGC 6522 ( $l = 1.02^\circ$ ,  $b = -3.93^\circ$ ), известном теперь как „окно Бааде”, отождествил резкий пик плотности RR-лирид с ЦГ. Это дало новый метод получения  $R_0$ , который в первом приближении состоит в исследовании вблизи ЦГ так называемых „окон прозрачности” (площадок с низким поглощением света) и в нахождении для каждого из них модального значения распределения RR-лирид по видимым величинам или расстояниям, т.е. расстояния до точки наибольшей плотности в балдже. Бааде (1951) [72] получил оценку  $R_0 = 8.7$  кпк. С тех пор к этому методу обращались многократно по мере появления новых данных о переменных звездах, совершенствования фотометрической техники и методики обработки данных, а также — в попытках применить метод к объектам иных типов.

Т.к. для объектов балджа, в отличие от ШС, непосредственно наблюдается резкий пик численной плотности, дифференциальная селекция вдоль луча зрения за счет поглощения света здесь несущественно влияет на результат. Кроме того, сама по себе селекция этого вида в окнах прозрачности, по-видимому, невелика [130]. Однако возникает другой эффект селекции, обычно небольшой, из-за того, что вероятность невыявленности переменности звезд при сравнении снимков зависит от видимой величины. Помимо этого, пик плотности может оказаться несколько смещенным из-за искажения видимого распределения звезд вдоль луча зрения случайными ошибками расстояний (вследствие измерительных ошибок, дисперсии абсолютных величин звезд и вариаций поглощения света в пределах поля). Приведение гелиоцентрического расстояния до максимума плотности к величине  $R_0$  требует, в общем случае, моделирования пространственного распределения звезд в балдже, что вводит зависимость результата от сделанных модельных предположений. Наиболее серьезная проблема моделирования — в том, что не удастся независимо определить сжатие балджа и среднюю случайную ошибку видимых звездных величин, исправленных за поглощение; поэтому результат зависит от предположения о величине этой ошибки (ее занижение дает завышение сжатия и величины  $R_0$ ). Главной же проблемой метода Бааде является внесение поправок за поглощение света, которое даже в окнах прозрачности остается большим (особенно в окне Бааде) и переменным в их пределах [124, 130, 163, 176]. Классической по учету различных систематических ошибок считается работа Оорта и Плаута (1975) [201].

Клуб и Уотсон (1978) [107] вместо моделирования распределения в каждом окне в отдельности построили по всем данным в 4 окнах распределение численной плотности RR-лирид на плоскости  $(X, |Z|)$  и нашли  $R_0$  как центр симметрии всех эквиденсит. В этом случае знать истинное сжатие балджа не требуется и, казалось бы, это снимает проблему его определения. Однако в [107] не было изучено влияние случайных ошибок расстояний, нарушающих в общем случае симметрию эквиденсит, поэтому пока трудно сказать, является ли этот подход в принципе более выигрышным по сравнению со стандартным.

Заметим также, что иногда применяют упрощенный метод Бааде, определяя положение не пика плотности объектов в окне, а среднюю видимую величину или средний модуль расстояния для всей выборки [187, 207, 260]. В последнем случае результат (при прочих равных) менее надежен из-за возможных искажений, вносимых крыльями распределения объектов вдоль луча зрения.

Переход от оптических к ИК-наблюдениям, помимо других преимуществ, сильно снижает остроту проблемы учета поглощения света в этом методе, т.к. полное поглощение в ИК-диапазоне примерно на порядок меньше, чем в оптическом. Конечно, для реализации такого перехода требуется отдельно решать задачу установления ИК-шкалы расстояний для избранных ОО. Впервые метод Бааде был применен к ИК-данным Глассом и Фистом (1982) [145] (мириды) и Фёрнли и др. (1987) [130] (RR-лириды).

Помимо упомянутых трудностей собственно моделирования пространственного распределения, есть также и специфическая для метода Бааде наблюдательная проблема — сильная скученность объектов в центральной области Галактики. Этот эффект вносит систематические ошибки в данные фотометрии. Чтобы уменьшить его, можно рассматривать окна прозрачности на некотором удалении от ЦГ по широте, где наблюдаемая плотность объектов заметно ниже. Однако с ростом  $|b|$  растет и зависимость оценки  $R_0$  от результатов моделирования балджа. Поэтому в качестве компромисса изучают окна на промежуточных  $|b| \sim 10^\circ$ , а неизолированные объекты визуально выявляют и отбрасывают [130, 257]; последнее, впрочем, так же может привести к своей систематике (см. [130]). Использование ПЗС-матриц в принципе позволяет решать эту проблему иначе — не отбрасывать, а измерять близкие и накладывающихся друг на друга изображения звезд [259].

---

Сводка оценок  $R_0$ , полученных пространственными методами по переменным типа RR Лиры и другим ОО, отличным от шаровых скоплений, представлена в табл. 1.2, построенной так же, как и табл. 1.1 (см. с. 30). В табл. 1.2 буквы „a”, „b”, „c” в скобках после „N” в четвертом столбце обозначают тип RR-лирид, рассмотренных в работе.  $p_{\text{tf}}$  — сумма весов полей (окон) прозрачности (transparent fields), по которым выведена оценка  $R_0$ ; приняты величины весов, назначенные Оортом и Плаутом [201].  $\overline{M}_{\text{pg}}(\text{RR})$  — среднее из фотографических величин RR-лирид в максимуме и минимуме;  $P$  — фундаментальный период пульсаций (в сутках) [98].  $d_{\text{LMC}}$  — модуль расстояния до БМО в зв. вел. Работа [106], на которую часто ссылаются в обзорах, в таблицу не включена, т.к. в ней не получена новая оценка  $R_0$ , а лишь сделан пересчет результата [201] к другой калибровке.

#### *Расстояние до центрального объекта*

В данном „методе” за оценку  $R_0$  принимается расстояние до объекта, находящегося, как ожидается, вблизи ЦГ. Фактически это предельный вариант методов Шепли и Бааде, когда опорный объект — единственный. На практике такой подход применялся, только если расстояние находилось абсолютным методом. При этом какая-либо обработка единственного ОР не выполнялась по определению.

За центральные объекты принимались скопления источников мазерного излучения  $\text{H}_2\text{O}$  в области Sgr B2, одна из звезд ОН-ИК и центроид звезд-гигантов

**Таблица 1.2.** Относительные оценки  $R_0$  пространственными методами по переменным типа RR Лиры и другим объектам

Авторы	Год	Метод	Выборка опорных объектов	Авторск. и скоррек. оценки $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
Переменные типа RR Лиры					
Оорт и Плаут [201]	1975	Бааде: учет неполноты и случ. ошибок $r$	$N(a, b) = 980$ в 5 полях: $p_{tf} = 3\frac{8}{15}$	$8.73 \pm 0.6(0.23)$ <b><math>8.26 \pm 0.22</math></b>	$\overline{M}_{pg}(RR) = 0.70 \pm \pm \sim 0.15,$ $\langle B - V \rangle = +0.21$ $\langle M_V(RR) \rangle = 0.63$
Клуб и Уотсон [107]	1978	Бааде: эквиденситы, учет неполноты	$N(a) \approx 600$ в 4 полях [201]: $p_{tf} = 2\frac{8}{15}$	$6.7 \pm (0.4)^1$ <b><math>7.5 \pm 0.5</math></b>	$M_B(RR) = 0.10 - [Ca/H] - \lg P$ $\langle M_V(RR) \rangle = 1.0^2$
Бланко и Бланко [82]	1985	Бааде: [201]	$N \sim 1000$ в 5 полях: $p_{tf} = 3\frac{8}{15}$	$7.95 \pm 0.69(0.33)$ <b><math>7.42 \pm 0.31</math></b>	$M_V(RR) = 0.6$
				$7.3 \pm 0.5$	Средняя оценка для разных шкал
Уолкер и Мэк [259]	1986	Бааде: учет случ. ошибок $r$	$N(ab, c) = 44$ в окне Бааде: $p_{tf} = 1$	$8.1 \pm 0.4^3$	$M_V(RR) = 0.6$
Фёрнли и др. [130]	1987	Бааде <sup>4</sup>	$N = 70$ в поле $(l, b) = (0^\circ, -12^\circ)$ : $p_{tf} = \frac{2}{3}$	$8.0 \pm 0.65(0.35)$ <b><math>7.5 \pm 0.3</math></b>	$M_H(RR) = -0.53 - 2.0(\lg P + 0.2)^5$
Уолкер и Тёрндроп [260]	1991	Бааде	$N(ab, c) = 44$ [259] в окне Бааде: $p_{tf} = 1$	$8.2 \pm 1.0$ <b><math>8.6 \pm 1.1</math></b>	$M_V(RR) = 0.85,$ $[Fe/H] \approx -1$
Карни и др. [98]	1995	Бааде	$N = 52$ в окне Бааде, $N = 70$ [130] в поле $(l, b) = (0^\circ, -12^\circ)$ : $p_{tf} = 1\frac{2}{3}$	$7.8 \pm 0.4$ <b><math>8.1 \pm 0.4</math></b>	$M_K(RR) = -0.88 - 2.33 \lg P^6$
				$8.9 \pm 0.5$	$M_K(RR) = -1.18 - 2.33 \lg P^7$
				$8.3 \pm 1.0$	Средняя оценка
Лейден и др. [171]	1996	Бааде: [259]	$N(ab, c) = 44$ [259] в окне Бааде: $p_{tf} = 1$	$7.6 \pm 0.4$ <b><math>7.6 \pm 0.4</math></b>	$M_V(RR) = 0.15[Fe/H] + 0.95.$ Пересмотр [259]
Удальски [253]	1998	Бааде <sup>8</sup>	$N(ab) = 73$ в окне Бааде: $p_{tf} = 1$	$8.1 \pm 0.6(0.25)$ <b><math>8.4 \pm 0.3</math></b>	$M_V(RR) = 0.18[Fe/H] + 1.06$
Макнамара и др. [176]	2000	Бааде	$N(ab) = 106$ в окне Бааде и в полях MM5 и MM7 с $(l, b) = (1.2^\circ, -3.4^\circ)$ : $p_{tf} = 1\frac{1}{2}^9$	$7.79 \pm 0.08$ <b><math>7.10 \pm 0.07</math></b>	$M_V(RR) = 0.55$ на $[Fe/H] = -1.46$ $(-0.29 < \lg P < -0.22)^{10}$

Таблица 1.2. Продолжение

Авторы	Год	Метод	Выборка опорных объектов	Авторск. и скоррек. оценки $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
Мириды					
Гласс и Фист [145]	1982	Бааде: учет случ. ошибок $r$ , балдж — сферичес.	$N = 70$ в 2 полях: окно Бааде и $(l, b) = (1.4^\circ, -2.6^\circ)$	$7.9(\pm 0.4)^{11}$	$M_{\text{bol}} = 0.76 - 2.09 \times \lg P, A_V = 2.03^{12}$
				<b><math>8.35 \pm 0.4</math></b>	
				$9.2 \pm 0.6^{13}$	$M_{\text{bol}} = 0.54 - 2.09 \times \lg P, A_V = 1.5^{14}$
Карликовые цефеиды					
Морган и др. [187]	1998	Бааде <sup>8</sup>	$N = 29, \sim 50^{15}$ в окне Бааде	$7.6(\pm 0.35)^{16}$ <b><math>7.7 \pm 0.4</math></b>	$M_V(\delta \text{ Sct}) = -3.73 \lg P - 1.91$
Макнамара и др. [176]	2000	Бааде	$N = 16$ : $\lg P > -1.1$ в окне Бааде	<b><math>7.86 \pm 0.3^{17}</math></b>	$M_V(\delta \text{ Sct}) = -3.725 \lg P - 1.933^{18}$
Звезды главной последовательности вблизи точки поворота					
ван ден Берг и Хербст [256, 257]	1974	Бааде <sup>8</sup>	$N \sim 1000$ в поле $(l, b) = (0^\circ, -8^\circ)$	$9.2 \pm 2.2(1.5)$ <b><math>8.2 \pm 1.3</math></b>	$M_V(\text{TO}) = 3.85 \pm 0.30$ $(M_V(\text{RR}) = 0.5$ [222])
Планетарные туманности (ПТ)					
Потташ [215]	1990	Шепли	несколько ПТ <sup>19</sup> с $ l  < 10^\circ$ , $ b  < 10^\circ$ , $D < 12''$	$7.5 \div 7.8 \pm 0.8$ <b><math>8.2 \pm 0.85</math></b>	$r_{\text{M31}} = 710$ кпк, $r_{\text{LMC}} = 47$ кпк, $r_{\text{SMC}} = 57.5, 53$ кпк
Звезды красного сгущения (red clump stars)					
Пачыньски и Станек [207]	1998	Бааде: учет геометрии бара	$N \sim 10000$ в окне Бааде	$8.4 \pm 0.4(0.2)^{20}$	$M_I(\text{RC}) = -0.279 \pm 0.088$
Станек и др. [242]	2000	Бааде: [207]	$N \sim 10000$ (?) в окне Бааде	$8.67 \pm 0.4(0.1)$ <b><math>8.72 \pm 0.1</math></b>	$M_I(\text{RC}) = -0.227 \pm 0.023$ [241]. Пересмотр [207] <sup>21</sup>
Элвс [67]	2000	Бааде <sup>8</sup>	$N \sim 50$ в окне Бааде	$8.24 \pm 0.42$ <b><math>8.28 \pm 0.42</math></b>	$M_K(\text{RC}) = -1.61$ $[M_I(\text{RC}) = -0.23^{22}]$
Гулд и др. [147]	2001	Бааде: [207]	$N = 1391$ в окне Бааде	$8.63 \pm 0.16(0.12)$ <b><math>8.60 \pm 0.12</math></b>	$M_I(\text{RC}) = -0.247 \pm 0.025$ на $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.15$ [254]

<sup>1</sup>В работе ошибка не приведена. Здесь принято значение, равное случайной ошибке результата [82] с поправкой за разницу  $r_{\text{ст}}$ .

<sup>2</sup>Шкала основана на калибровке для лирид типа „а“  $\langle M_B \rangle = 1.2$ , которая соответствует  $\langle M_V(\text{RR}) \rangle = 1.0$  при  $\langle B - V \rangle = +0.21$  [201].

<sup>3</sup>Результат пересмотрен Лейденом и др. (1996).

<sup>4</sup>Коррекция за неполноту выявленности переменных не вносилась, т.к. для использованных звезд вероятность выявления почти не зависит от видимой величины.

<sup>5</sup>Соответствует  $\langle M_V(\text{RR}) \rangle \approx 0.6$  [223].

Таблица 1.2. Окончание

<sup>6</sup>Соответствует нуль-пункту шкалы  $M_V(\text{RR}) = 0.15[\text{Fe}/\text{H}] + 1.01$  [99].

<sup>7</sup>Калибровка  $d_{\text{LMC}} = 18.50$ .

<sup>8</sup>Коррекция за  $b \neq 0^\circ$  не выполнялась. С этой точки зрения, оценка  $R_0$  занижена (для окна Бааде несильно).

<sup>9</sup>Полям ММ5 и ММ7 приписан вес  $\frac{1}{2}$ , т.к. в них вдвое меньше объектов, чем в окне Бааде, чей вес равен 1.

<sup>10</sup>Принималась сложная зависимость  $M_V$  от периода.

<sup>11</sup>В работе ошибка не приведена. Здесь принято значение, отражающее неопределенность  $A_V$  и формальную ошибку среднего.

<sup>12</sup>Галактическая калибровка.  $A_V$  — по измерениям  $E(J - H)$ .

<sup>13</sup>Принято в работе за окончательный результат. Ошибка отражает лишь неопределенность  $d_{\text{LMC}}$ .

<sup>14</sup>Калибровка  $d_{\text{LMC}} = 18.69$ . Значение  $A_V$  — при котором оценки  $R_0$  по RR-лиридам и миридам совпадают.

<sup>15</sup>Выборка включает короткопериодические переменные. Если они действительно подвержены сильной селекции [176], то полученная оценка  $R_0$  — занижена.

<sup>16</sup>Величина  $R_0$  — среднее из результатов для двух выборок. Ошибка в работе не приведена и здесь принята равной полуинтервалу между значениями  $R_0$  для двух выборок (поскольку он больше случайной ошибки результата [176], полученного по существенно меньшей статистике).

<sup>17</sup>Здесь принята ошибка  $0^m.09$ , полученная в работе для выборки  $N = 16$  [176, табл. 2]. В качестве окончательной оценки по этим ОО в работе приведено среднее для двух шкал —  $R_0 = 7.91$  кпк.

<sup>18</sup>Предполагалось, что все карликовые цефеиды пульсируют в фундаментальной моде.

<sup>19</sup>В качестве „стандартных свеч” использованы ярчайшие ПТ. Поэтому, хотя функции светимости были здесь построены по 262 и 123 ПТ, опорными объектами являются лишь несколько ПТ.

<sup>20</sup>Результат пересмотрен Станеком и др. (2000).

<sup>21</sup>До этого результат [207] пересматривался и в [241] за счет иной коррекции поглощения и за счет приведения к этой новой калибровке:  $R_0 = 8.2 \pm 0.21(0.15)$  кпк.

<sup>22</sup>Если принять цвета  $\langle V - K \rangle_0 = 2.47$  и  $\langle V - I \rangle_0 = 1.09$ , полученные для этой выборки в [67].

балджа (см. табл. 1.7). Здесь, с точки зрения собственно метода определения  $R_0$  по опорным расстояниям, основным источником систематической неопределенности результата является предположение о центральности объекта.

Для Sgr B2 центральное положение (в пределах 300 пк от динамического ЦГ) обосновывалось в [225] долготой объекта  $l = 0.6^\circ$  и кинематическими аргументами: 1) сопоставлением его лучевой скорости  $V_r \sim 64$  км/с с плоской кривой вращения и 2) моделированием диаграммы  $(V_r, l)$  для молекулярных облаков в ЦГ. Первый аргумент следует признать несостоятельным, т.к. величина  $V_r$  в существенной степени отражает радиальное, а не вращательное движение (см. [84], это же вытекает и из результатов указанного моделирования). Интерпретации же диаграмм скорость-долгота могут быть и иные (ср. [84]). Здесь мы снова сталкиваемся с неоднозначностью понятия „центр Галактики”. С одной стороны, Sgr B2 — одно из наиболее массивных и, видимо, самое плотное гигантское молекулярное облако в Галактике — может, по некоторым данным, само претендовать на статус динамического центра; с другой стороны, нельзя исключить, что и этот объект, и другие центральные концентрации масс, и даже весь бар целиком совершают осцилляции относительно точки минимума потенциала диска и сфероида Галактики (см. [84]).

В отношении звезды ОН-ИК предположение о ее центральности в [108] основано только на долготном ограничении  $l < 3^\circ$ . Предполагалось использовать и другие звезды этого типа вблизи ЦГ, что привело бы к методу Шепли, но, оказалось, что в центральной области надежные расстояния до них получить не

удаётся (см. примечание к табл. 1.7).

Для центроида звезд-гигантов балджа в окне Бааде расстояние можно оценить методом статистических параллаксов [160]. Строго говоря, этот центроид не является центральным объектом, и расстояние до него необходимо привести к центру балджа/бара в предположении некоторой модели пространственного распределения звезд — так же, как и в методе Бааде. Поскольку это предположение может быть только внешним (без оценок расстояний до отдельных звезд пространственную модель не построить), оно — потенциальный источник систематических ошибок. В [160] приведение к центру вообще не было сделано (не упомянуто даже, что данные получены для окна прозрачности). С этой точки зрения, оценка  $R_0$  в [160] несколько занижена. Заметим, однако, что для окна Бааде коррекция не очень велика.

Подробнее об этих работах см. секцию 1.1.6 и пункты о соответствующих типах ОО в секции 1.1.7.

### 1.1.2. Кинематические методы

Найти расстояние до ЦГ кинематическим способом впервые попытался, видимо, Камм (1938) [96]: по данным о 15 планетарных туманностях он вывел оценку  $R_0 = 9.83 \pm 0.11$  кпк. В дальнейшем кинематические методы получили значительное развитие и стали популярными. Несмотря на большое разнообразие все они представляют собой различные способы решения задачи оптимизации принятой модели галактической кинематики относительно величины  $R_0$  — параметра этой модели. Поэтому для кинематических методов на первый план выходит проблема зависимости результата от модельных и оптимизационных предположений. Очевидно, что и отличать эти методы друг от друга следует, прежде всего, по виду принятой модели и способу ее оптимизации. Ниже мы предлагаем классификацию кинематических методов по четырем признакам:

**I. Состав модели.** Любая кинематическая модель должна, по крайней мере, описывать дифференциальное вращение Галактики; стандартно его предполагают осесимметричным. Главным образом, на явлении вращения и основан собственно кинематический подход к определению величины  $R_0$ , понимаемой в этом случае как расстояние до среднего центра кривизны линий равной скорости вращения. Т.к. центр может быть локализован и по сравнительно небольшой дуге окружности, не обязательно иметь данные, представляющие все галактоцентрические долготы. Поэтому неполнота выявленности не является существенным источником систематических ошибок для кинематических методов. Кроме обязательной вращательной составляющей модель может включать также представления (хотя бы формальные) и других эффектов галактической кинематики, в том числе гипотетических:

1. *Пекулярное движение Солнца или Местного стандарта покоя (МСП).* Первое из этих движений также является необходимой компонентой модели, если только каталожные лучевые скорости уже не были приведены к МСП. Однако важно различать случаи (см. обсуждение в третьей главе), когда постоянные этого движения или движения МСП принимались как внешние предположения (по результатам какого-то другого исследования) или же находились как параметры модели в той же работе. Последнему случаю в кодовом обозначении метода будет соответствовать буква „p” (peculiar): [23, 29, 40, 76, 92–94, 146, 181, 212].

2. *Глобальное расширение/сжатие Галактики.* Расширение, действительно, обнаружено в центральной части Галактики (см., например, [53]), но его актуальность на  $R \sim R_0$  и во внешней ее части остается под вопросом. По классическим цефеидам во внешней Галактике оно не подтверждается [213, с. 423–424]. Наличие этой компоненты в модели соответствует буква „e” (expansion): [76,92].
3. *Влияние спиральной структуры.* Наша Галактика несомненно является спиральной, однако даже об основных параметрах ее спиральной структуры нет единого мнения (см., например, [53,193]). Кроме того, учет возмущений от спиральной волны резко усложняет задачу. Буква „s” (spiral) — наличие в модели: [92].
4. *K-член* (член Кемпбелла) — эмпирическая постоянная добавка в уравнениях для лучевой скорости, отражающая возможное влияние различных факторов, могущих вызвать дополнительное смещение спектральных линий (см., например, [31]). Буква „k” — наличие в модели: [36, 76, 93, 94, 181].
5. *Эллиптическая дисторсия галактического диска.* Круговой орбите в этом случае соответствует замкнутая эллиптическая орбита. Такую дисторсию ожидают при наличии трехосного гало [167] или центрального бара [181]. Включению эффекта дисторсии в модель соответствует буква „d”(distortion): [181].

**II. Вид представления закона дифференциального вращения в модели** определяет фактически, какого рода предположения используются при моделировании вращения. От этого, в свою очередь, зависят характер и уровень возникающих ошибок. Т.к. вращение Галактики — базовый эффект для всех кинематических методов, отдельная их классификация по этому признаку представляется необходимой. Можно выделить следующие классы моделей вращения:

- A. *Рассмотрение вращения только на солнечном круге  $R = R_0$*  означает, что закон вращения представлен фактически единственной точкой. Этот случай возникает при нахождении  $R_0$  как радиуса кривизны линии  $V_r = 0$ , где  $V_r$  — лучевая скорость, приведенная к МСП: метод Трамплера и Уивера [36, 85, 109, 251].
- B. *Фиксированные аналитическая форма и параметры модели закона вращения.* При этом используют один из следующих приемов, которые будут рассматриваться здесь как подклассы:
  1. Кривую вращения Галактики предполагают плоской и фиксируют линейную скорость вращения [85, 88, 148, 149, 184, 185, 225].
  2. Принимают закон вращения линейным и фиксируют постоянную Оорта  $A$  [36, 109].
  3. Принимают закон вращения, полученный по данным о нейтральном водороде: метод Мартина [178], примененный также в [12], и [155, 157, 164, 179, 205, 217].
- B/C. *Переходный случай — форма и параметры модели фиксированы, но при этом  $R_0$  и параметры находятся по разным частям одного каталога данных об ОО:* метод Фиста и Шаттлуорта [76, 126].

- С. *Фиксированная аналитическая форма закона вращения при свободных коэффициентах.* Последние находятся как параметры кинематической модели. Можно выделить подклассы:
1. Линейная модель: метод Фоккера [19, 134], а также [8, 93, 94, 131, 181, 227].
  2. Нелинейная модель (разложение в ряд по крайней мере до второго порядка) [29, 63, 92, 146].
  3. Использование для одного каталога данных разных моделей без выбора между ними или без его объективной мотивации [23, 45, 212].
- Д. *Оптимизация аналитической формы и параметров закона вращения.* Под оптимизацией формы мы понимаем, в общем случае, объективно обоснованный выбор из некоторого множества моделей такого их подмножества (или одной наилучшей), для которых смещения  $R_0$  из-за систематических ошибок аппроксимации — наименьшие. При разложении в ряд закона вращения оптимизацией формы естественно считать оптимизацию порядка аппроксимирующего полинома. Данный подход будет реализован в настоящей диссертации. Ранее он в работах по кинематическому оцениванию  $R_0$  не применялся<sup>1</sup>.

При переходе от класса В к Д и с увеличением номера подкласса можно ожидать снижения систематических ошибок аппроксимации, т.к. модельные предположения становятся все более общими, а сами модели вращения — более „гибкими” и, следовательно, более адекватными рассматриваемым подсистемам ОО. В классе А систематические ошибки представления закона вращения не возникают, но этот класс имеет другие серьезные недостатки: 1) на выборку ОО накладываются жесткие ограничения ( $V_r \sim 0$ ), что сильно снижает ее объем и приводит к большим статистическим ошибкам; 2) рассматриваемый интервал галактоцентрических расстояний  $R$  — очень узкий (формально, нулевой), что делает результат чувствительным к локальным возмущениям поля скоростей, которые при протяженном интервале (классы В–Д) сглаживаются; 3) этот „нулевой” интервал не позволяет строить сложные кинематические модели, т.к. только по искривлениям линии  $V_r = 0$  однозначно восстановить вклады разных кинематических эффектов очень сложно или невозможно. Поэтому класс А при прочих равных очевидно уступает классам В–Д по внутренней надежности результата. По внешней надежности всем остальным проигрывает класс В<sub>1</sub>, т.к. он основан на *дополнительном* предположении о линейной скорости вращения, которое больше ни для одного класса не требуется; к тому же, последнюю величину нельзя считать независимой от  $R_0$  (см. раздел 1.5).

III. **Способ оптимизации модели относительно  $R_0$**  определяет наличие и характер дополнительных предположений о законе вращения, которые в общем случае не вытекают из аналитического вида и состава модели. Эти способы можно разделить на три основных класса:

1. *Согласование с законом вращения подсистемы, отличной от подсистемы ОО.* В качестве такой „реперной” подсистемы обычно используют нейтральный

---

<sup>1</sup>Юревич (1985) [63] представляет кривую вращения полиномом 8-ого степени, указывая, что он „наилучшим образом описывает вариации скорости” в окрестностях центрального пика, но не приводя, однако, никаких деталей — прежде всего алгоритма или объективных критериев выбора оптимального полинома. По-видимому, этот выбор в [63] носил качественный характер.



водород, для которого из анализа радионаблюдений можно получить закон вращения, имеющий в качестве аргумента относительное галактоцентрическое расстояние  $R/R_0$ . Согласование данных об ОО с этим законом определяет масштаб — значение  $R_0$ , — поскольку ОР известны в абсолютных единицах. Стандартно предполагается, что законы вращения реперной подсистемы и подсистемы ОО совпадают в точности. Вместо Н I можно, в принципе, использовать любую диффузную подсистему (например, СО), если определен ее закон вращения как функция  $R/R_0$ . Назовем этот класс *внешней оптимизацией*, поскольку он требует привлечения дополнительных данных о галактическом вращении помимо данных об ОО; обозначим класс символом „E” (external). Примеры использования: [12, 131, 155, 157, 164, 178, 179, 205, 217].

В этом классе особняком стоит один из методов, предложенный Квиригой (1980) [217], — сопоставление распределений гелиоцентрических расстояний до ОВ-звезд и до деталей Н I в одном из галактических квадрантов. Первые расстояния — фотометрические, вторые — кинематические. В этом случае предполагается, что совпадают не законы вращения, а распределения расстояний для подсистемы ОО и реперной. Такой подход вряд ли более удачен, хотя он и не требует знания лучевых скоростей ОО. Ведь, даже если указанные распределения действительно имеют одинаковый вид, они могут отличаться за счет различия эффектов селекции для ОО и деталей Н I. Тогда учет этих эффектов должен играть здесь ключевую роль, что лишает кинематический метод оценивания  $R_0$  своего основного преимущества.

2. *Согласование модельных решений для разных частей выборки ОО, представляющих разные области Галактики*, основано на предположении о совпадении какой-то характеристики галактического вращения для обеих областей. Фактически предполагается, что кинематика одной области не отличается от кинематики другой. Назовем такое согласование *внутренней оптимизацией 2-ого рода*, обозначив его „I<sub>2</sub>” (internal). К этому классу относятся:

- а) Метод Уивера [261]. Предполагается, что первая производная угловой скорости имеет одинаковые значения в областях  $R \lesssim R_0$  и  $R \gtrsim R_0$ . Недавние реализации: [8, 19, 40].
- б) Согласование кривых вращения за центром Галактики и перед ним [29, 63]. Предполагается, что кривые вращения в этих областях совпадают. Требуется, чтобы имелись данные об ОО на очень больших расстояниях ( $X > R_0$ ) в I и IV квадрантах.

3. *Самосогласованное решение для всей выборки ОО в целом, или внутренняя оптимизация 1-ого рода* [23, 36, 45, 85, 88, 92–94, 146, 179, 181, 212, 227]. Сюда же относятся и процедуры, в которых оценка  $R_0$  находится не в результате решения системы условных уравнений, а как среднее из величин  $R_0$ , формально полученных для отдельных объектов выборки (метод Фиста и Шаттлурта [36, 76, 109, 126] и [85, 88]) или как формальное решение для одиночного объекта [148, 149, 184, 225]. Обозначим класс „I<sub>1</sub>”.

Последний класс, благодаря отсутствию дополнительных предположений, имеет однозначное преимущество перед двумя другими в отношении систематических ошибок.

Класс  $E$  превосходит внутреннюю оптимизацию по статистической точности результата — за счет того, что закон вращения не нуждается в установлении по ОО, т.к. он известен (с точностью до „масштаба”  $R_0$ ) из дополнительных данных и не зависит от величины  $R_0$ . Благодаря этому внешняя оптимизация может быть более надежной в применении к малым выборкам ОО (в принципе, даже к единственному объекту), когда большинство  $I_1$ -методик часто не дает даже формального результата.

Класс  $I_2$  должен проигрывать другим оптимизациям в статистической надежности, поскольку он предполагает дробление изначальной выборки ОО и, в случае метода Уивера, требует сильных ограничений на последнюю. Преимущество этого класса по систематике перед внешней оптимизацией не очевидно. С одной стороны, предположение о тождественности вращения в отношении разных частей *одной* подсистемы кажется более обоснованным, чем в отношении *разных* подсистем. С другой стороны, для класса  $I_2$  должна быть велика роль локальных потоковых движений: в общем случае они по-разному искажают поле скоростей в разных частях Галактики, и согласование между последними заведомо дает смещение  $R_0$ .  $E$ -оптимизация такого согласования не требует, и смещение  $R_0$  за счет локальных потоков происходит не в общем случае, а лишь если они *по-разному* возмущают сглаженное поле скоростей для подсистемы Н I и для подсистемы ОО. Какой из этих эффектов существеннее, трудно решить априори. Кроме того, класс  $I_2$  дает плохие перспективы для усложнения состава модели (см. классификацию по признаку I): по жестко ограниченной и разделенной на части выборке ОО восстановить, например, картину неосесимметричных возмущений гораздо труднее, чем по полной выборке. Скорее, поправки за эти возмущения возможны лишь к качеству внешних предположений, но это создало бы дополнительную систематику.

По отношению к  $I_1$  оптимизация  $I_2$  проигрывает и по случайным, и по систематическим ошибкам; причем во всех найденных в литературе случаях применения второй к тем же данным применима и первая. Использование алгоритмов  $I_2$ , по-видимому, было осмысленно на начальных этапах пространственно-кинематического моделирования Галактики, когда выявление качественной картины важнее строгости методов и точности результатов. В ранних работах избегали напрямую решать более сложную задачу минимизации суммы квадратов невязок относительно сразу всех модельных параметров, по крайней мере один из которых нелинейный ( $R_0$ ), и предпочитали пусть более грубые, но и более простые методы с наглядной визуализацией процесса оптимизации и его итога (например, метод Фиста и Шаттлурта). Сейчас упрощающие предположения и сознательное закругление результата вряд ли оправданы, и автор не видит условий, при которых класс  $I_2$  может быть эффективнее, чем  $I_1$ . Однако  $I_2$ -оптимизацию продолжают еще применять [19, 40].

Во избежание недоразумений заметим, что классы  $E$  и ВЗ в общем случае не тождественны, т.к. внешняя оптимизация предполагает не обязательно жесткую фиксацию модели вращения по Н I-данным, а лишь использование этих данных для построения модели. Впрочем, до сих пор подобная фиксация была стандартным подходом (от которого предложено отказаться в настоящей диссертации).

Если модель вращения жестко зафиксирована (класс В), то грань между  $E$ - и  $I_1$ -оптимизациями исчезает, поскольку последняя также становится по сути внешней (для фиксации нужно привлечь какие-то дополнительные данные о

вращении).

**IV. Учет неопределенности опорных расстояний.** Любой метод поиска параметров модели исходит из некоторых предположений о характере отклонений измеренных величин от модельных предсказаний. Обычно эти отклонения принимаются распределенными по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, что дает основание применять метод наименьших квадратов (МНК). При оптимизации кинематических моделей стандартно минимизируют квадраты отклонений лишь по скорости, предполагая тем самым, что причинами этих отклонений являются исключительно дисперсия скоростей и случайные ошибки измерений скоростей. Такая *одномерная оптимизация*, называемая еще задачей с аддитивным шумом на выходе [44], реализует обычный МНК (см., например, [2]). Последний основан на предположении, что аналитический вид модели (в данном случае — зависимости скорости от положения в пространстве) известен точно, неизвестны лишь параметры модели. Однако в реальности ОР также измеряются с ошибками (неопределенностью координат  $l$  и  $b$  ОО, как правило, можно пренебречь), внося ошибки и в предсказания модели. Поэтому, если случайная неопределенность ОР не мала, одномерная оптимизация кинематической модели, становясь так называемой задачей с внутренним шумом [44], может дать смещенные оценки параметров, в том числе и  $R_0$ . Можно выделить следующие способы учета неопределенности ОР:

1. *Одномерная оптимизация с введением* для условных уравнений *весов*, учитывающих „шум” модели из-за ошибок в ОР [93, 94, 181]. Выражение для весов выводится по формуле распространения ошибок. Будем обозначать такой способ буквой „w” (weights).
2. *Двумерная оптимизация*: минимизация квадратов отклонений от модели одновременно и по скорости или функции от нее, и по расстоянию (модулю расстояния) или функции от него [131, 179, 212]. Обозначим этот способ символом „2”.
3. *Численное моделирование* методом Монте-Карло влияния случайных ошибок в ОР на оценку  $R_0$ , полученную при помощи одномерной оптимизации [227]. Его применению соответствует символ „m” (modeling).

Отсутствие в последнем поле кода метода символов „w”, „2” и „m” означает, что использована обычная одномерная оптимизация.

С математической точки зрения двумерная оптимизация является наиболее корректной. Однако любой способ учета ошибок в ОР требует начального знания абсолютных значений этих ошибок, как и ошибок и дисперсии скоростей, вводя тем самым зависимость от дополнительных предположений. При одномерной же оптимизации от абсолютного масштаба ошибок результат не зависит (требуется знать только отношения ошибок для разных условных уравнений). Кроме того, учет ошибок ОР резко усложняет процедуру поиска решения, особенно при двумерной оптимизации, или, в третьем способе, требует дополнительного моделирования для нахождения поправки. Соотношение между этими оптимизациями и дальнейшие перспективы их использования еще будут обсуждаться в третьей главе.

Очевидно, что выбор того или иного класса метода отчасти управляется свойствами рассматриваемой подсистемы ОО. Так, учет членов высоких порядков в разложении закона вращения осмыслен, если данные об ОО покрывают

**Таблица 1.3.** Относительные оценки  $R_0$  кинематическими методами

Авторы	Год	Метод	Выборка опорных объектов	Авторск. и скоррек. $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
Классические цефеиды					
Колдуэлл и Коульсон [94]	1987	$\text{pkC}_1(\theta)I_1 w^1$	$N = 169, 188$	$7.8 \pm 0.7^2$	PLC, PL <sub>V</sub> , PL <sub>I</sub> : $d_{\text{LMC}} = 18.45$ , $d[\text{Fe}/\text{H}]/dR =$ $= -0.07$ ; $w_{\odot} = 7$
Мальшева и Пшеничникова [40]	1990	Уивера: $C_1(\omega)I_2$	$N = 43$ : $r > 1$ кпк, $0.5 <  \Delta R  < 1$ кпк	$9.1^{(+2.5)}_{(-1.4)}^3$ <b><math>8.7 \pm 1.9</math></b>	PL <sub>V</sub> : $M_{V,0} = -3.79$ , $\mathcal{R} = 3.0$ ( $d_{\text{LMC}} \approx 18.6$ ); ( $u_{\odot}, v_{\odot}, w_{\odot}$ ) = = (9, 12, 7)
Колдуэлл и др. [93]	1992	$\text{pkC}_1(\theta)I_1 w$ [94]	$N = 212$	$8.5 \pm 0.5^4$ <b><math>8.3 \pm 0.5</math></b>	PLC, PL <sub>V</sub> : $d_{\text{LMC}} = 18.55$ , $d[\text{Fe}/\text{H}]/dR =$ $= -0.07$ ; $w_{\odot} = 7$ . Пересмотр [94]
Пон и др. [212]	1994	$\text{pC}_3(\theta_3)I_1 2$	$N = 266$	$8.09 \pm 0.30$ <b><math>8.20 \pm 0.30</math></b>	PLC: $M_{V,0} = -3.80$ , $\mathcal{R} \approx 3.25$ ( $d_{\text{LMC}} = 18.47$ [127]); $w_{\odot} = 7$
Ламбис и др. [23]	1995	$\text{pC}_3(\omega_3)I_1$	$N = 237$ : без цефеид Cs, $0.5 < r < 7$ кпк, $ z  \leq 0.5$ кпк	$7.1 \pm 0.5$ <b><math>7.4 \pm 0.5</math></b>	PL <sub>V</sub> : $d_{\text{LMC}} = 18.4$ [55]; $w_{\odot} = 7$
Метцгер и др. [181]	1998	$\text{pkdC}_1(\theta)I_1 w^1$	$N = 288$	$7.66 \pm 0.32$ <b><math>7.66 \pm 0.32</math></b>	PL <sub>K</sub> : $d_{\text{LMC}} = 18.50$ ; $w_{\odot} = 7$
Звезды ранних спектральных классов					
Балона и Фист [76]	1974	Фиста и Шаттлуорта: $\text{pkE}/C_1(\omega)I_1$ . Учет случ. ошибок $r$	$N = 60$ : O–B5, $ b  \leq 11^\circ$ , $r > 2$ кпк, $ \Delta R  < 1$ кпк	$9.0^{+1.9}_{-1.3}$ <b><math>8.4 \pm 1.5</math></b>	H $\beta$ -калибровка, $w_{\odot} = 7$
Крэмpton и др. [109]	1976	Фиста и Шаттлуорта: $V_2 I_1$ . Учет случ. ошибок $r$	$N = 213$ : OB, $r > 1.5$ кпк, $ \Delta R  < 1.2$ кпк	$\sim 8(\pm 1)^5$ <b><math>7.5 \pm 0.9</math></b>	H $\gamma$ -калибровка, $A = 16.8$ , ( $u_{\odot}, v_{\odot}, w_{\odot}$ ) = = (7.4, 13.0, 7.0)
		Трамплера и Уивера: $AI_1$	$N = 78$ : OB, $2.5 < r < 3.5$ кпк		

Таблица 1.3. Продолжение

Авторы	Год	Метод	Выборка опорных объектов	Авторск. и скоррек. $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
Локтин [36]	1979	Фиста и Шаттлуорта: $kV_2I_1$ <sup>6</sup>	$N = 48$ : ОВ, $r > 2.8$ кпк, $ \Delta R  \leq 1$ кпк	$5.9 \div 9.1$ <sup>7</sup>	$A = 16, K = 1 \div 4,$ $(u_\odot, v_\odot, w_\odot) =$ $= (7.5, 13.4, 7.0).$ Учет случайных ошибок $r$ . Источник данных для звезд не указан.
		Фоккера: $kV_2I_1$	$N = 235$ : ОВ, $r \geq 1.2$ кпк, $ \Delta R  \leq 1$ кпк	8.0	
		Трамплера и Уивера: $AI_1$	$N = 220$ : ОВ, $1 < r < 4$ кпк, $ \Delta R  \leq 1$ кпк	$6.2 \div 10.6$ <sup>7</sup>	
		Средняя оценка		$8.1(\pm 1)$ <sup>8</sup> <b><math>7.6 \pm 0.9</math></b>	
Квируга [217]	1980	$V_3E$ <sup>9</sup>	$N \sim 150$ : ОВ, IV квадрант	$8.5 \pm 0.7$ <b><math>7.9 \pm 0.7</math></b>	
Бархатова, Блюм [8]	1986	Уивера: $C_1(\omega)I_2$	$N = 25$ : О, $ \Delta R  < 2$ кпк	$7.9$ <sup>(+1.2)</sup> <sub>(-0.8)</sub> <sup>10</sup> <b><math>7.4 \pm 0.9</math></b>	Калибровка [10], $(u_\odot, v_\odot, w_\odot) =$ $= (10, 10, 6)$
Области Н II и подобные объекты					
Квируга [217]	1980	$V_3E$	$N \sim 100$ : области Н II, IV квадрант	<b><math>8.4 \pm 0.85</math></b>	
Кнапп [164]	1983	$V_3E$	$N \sim 25$ : комплексы Н II/СО [86], I квадрант	<b><math>8 \pm 2</math></b>	Вращение — по модели Шмидта (1965) [233]
Блитц и Брандт [85, 88]	1988	$V_1I_1$	$N = 90 \div 109$ : комплексы СО, $r > 1$ кпк <sup>11</sup>	$8 \pm 0.5$	$\theta_0 = 220$
Фиш и др. [131]	1989	$C_1(\omega)E2$	$N = 104$ : комплексы Н II/СО	$\approx 6.2$ <sup>12</sup>	Вращение Н I — по тангенц. точкам
Меррифилд [179]	1992	$V_3E2$	$N = 20$ : по 10 комплексов Н II/СО с наибольшими и наименьшими $R$	<b><math>8.05(\pm 0.6)</math></b> <sup>13</sup>	Вращение Н I — по тангенц. точкам и по толщине слоя Н I
Хонма и Софу [157]	1996	$V_3E$	$N = 8$ <sup>14</sup>	<b><math>7.9 \pm 1.0</math></b>	Вращение Н I — по данным [179]
			$N = 6$ <sup>14</sup> : $R < 2R_0$	<b><math>7.2 \pm 1.0</math></b> <sup>15</sup>	
Рассеянные скопления					
Бархатова и др. [9]	1985	Уивера: $C_1(\omega)I_2$	$N = 19$ : $ \Delta R  \leq 1$ кпк	<b><math>8.4</math></b> <sup>(+3.0)</sup> <sub>(-0.7)</sub> <sup>10</sup>	НГП Холопова, $(u_\odot, v_\odot, w_\odot) =$ $= (10, 10, 6)$

Таблица 1.3. Продолжение

Авторы	Год	Метод	Выборка опорных объектов	Авторск. и скоррек. $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
Облака ОН					
Юревич [63]	1985	$C_2(\theta_8)I_2$ <sup>16</sup>	$N = 150 \div 170$ ; $R < 3$ кпк <sup>17</sup>	$8.2_{-0.7}^{+0.9}$	
Колесник и Юревич [29]	1987	$pC_2(\theta_8)I_2$ : [63]	– ” –	<b>8.5(±0.8)</b> <sup>18</sup>	Пересмотр [63] с учетом $\Pi_0 = 7$ <sup>19</sup>
Шаровые скопления					
Никифоров [45]	1990	$C_3(\theta_3)I_1$	$N = 104$ ; $r < 25$ кпк; $N = 99$ ; $R < 25$ кпк, $ z  < 15$ кпк	$7.0(\pm 1.4)$ <sup>20</sup> <b>6.8 ± 1.4</b>	$M_V(\text{НВ}) = 0.6$ , $(u_\odot, v_\odot, w_\odot) =$ $= (9, 12, 7)$
Комбинированные выборки ОО					
Беликов и Сыровой [12]	1977	Мартина [178]: $V_3E$	$N = 85$ : 55 звезд В и 30 РС; ограничения см. в [178]	$8.3 \pm 0.8$	Получено $\mathcal{R} = 3.1 \pm 0.2$ <sup>21</sup> . Не указан источник данных для РС.
Бил и Овенден [92]	1978	$\text{res}C_2(\omega_2)I_1$	$N = 974$ : ~760 звезд О7–А2, ~140 клас. цефеид и ~70 РС	$10.4 \pm 1.2$ <sup>22</sup>	Для двухрукавной спиральной волны
Овенден и Бил [205]	1983	$V_3(W_1)E$	$N = 769$ : звезды ОВ, клас. цефеиды и РС [92], $ \sin l  > 0.5$	$6.90 \pm 0.35$ <sup>23</sup> $5.71 \pm 0.55$ <sup>23</sup>	Для двух кинем. моделей по тангенц. точкам Н I
Рольфс и др. [227]	1986	$C_1(\theta)I_1 m$	$N = 85$ : молодые РС и области Н П, $ \Delta R  \leq 1$ кпк <sup>24</sup>	$7.9 \pm 0.75$	
Глушкова и др. [146]	1998	$pC_2(\omega_2)I_1$	$N \leq 693$ : $\leq 363$ клас. цефеиды (без Cs), $\leq 202$ РС ( $\lg t < 8.1$ ) и $\leq 128$ красных сверхгигантов, $0.5 < r < 6$ кпк	$7.3 \pm 0.3$	НГП Холопова

<sup>1</sup>Формально, авторы предполагают, что кривая вращения — плоская, но условные уравнения для лучевой скорости получаются при этом такими же, как и при линейной модели.

<sup>2</sup>Среднее из оценок для трех шкал. Результат пересмотрен Колдуэллом и др. (1992).

<sup>3</sup>В работе ошибка не приведена. Приняты такие границы доверительного интервала, на которых разница между двумя кривыми  $\omega'(R_0)$  становится значимой на уровне  $1\sigma$ .

<sup>4</sup>Среднее из результатов для двух шкал.

<sup>5</sup>Авторы работы не считают возможным указать какую-либо ошибку  $R_0$ , поскольку причина резкого различия „северных” и „южных оценок  $R_0$  не установлена. Здесь принято значение, отражающее формальную статистическую неопределенность и разброс результатов для разных методов и данных в [109].

<sup>6</sup>За оценку  $R_0$  принималось среднее арифметическое индивидуальных оценок, а не среднее гармоническое, как в оригинальном методе [126].

<sup>7</sup>Границы 95%-ого доверительного интервала.

<sup>8</sup>В работе ошибка не выведена. Принятая величина — средняя ошибка для первого и третьего способов.

<sup>9</sup>Сопоставление с распределением кинематических расстояний до деталей Н I.

**Таблица 1.3.** *Окончание*

- <sup>10</sup> В работе ошибка не приведена. Приняты границы доверительного интервала, найденные так же, как для [40]; при этом неопределенность  $\overline{\omega'}(R_0)$  предполагалась такой же, как и в [40], с поправкой за разницу объемов выборок ОО.
- <sup>11</sup> В комплексы входят области НП или отражающие туманности. Исключены объекты с  $|l| < 15^\circ$ ,  $85^\circ < |l| < 95^\circ$  и  $165^\circ < l < 195^\circ$ .
- <sup>12</sup> Авторы считают этот результат „удивительным” и на нем не настаивают.
- <sup>13</sup> Среднее из результатов для наибольших и наименьших  $R$ : 8.0 и 8.1 кпк, соответственно. В работе ошибка не приведена; принято значение, указанное в [157], с поправкой на разницу объемов выборок.
- <sup>14</sup> Использованы данные [252] о 6 областях НП и 2 молодых звездных группах с  $r \geq 5$  кпк и  $210 < l < 242$ .
- <sup>15</sup> В предположении радиального градиента металличности  $d \lg Z/dR = -0.08 \text{ dex/кпк}$ , где  $Z$  — относительное содержание элементов тяжелее гелия.
- <sup>16</sup> Согласование кривых вращения за центром Галактики и перед ним по пику на  $R \sim 0.6$  кпк.
- <sup>17</sup> Фактически, конечный результат получен всего по нескольким объектам, т.к. пик на кривых вращения определялся по 2–4 облакам ОН.
- <sup>18</sup> Принята ошибка, указанная в [63].
- <sup>19</sup> Величина  $\Pi_0$  найдена в той же работе по 1138 облакам ОН.
- <sup>20</sup> В работе ошибка не приведена. Указанная величина оценена способом, использованным в диссертации (см. третью главу).
- <sup>21</sup> Метод [178] позволяет одновременно оценивать величины  $R_0$  и  $\mathcal{R}$ .
- <sup>22</sup> В работе без мотивации дается вероятная ошибка  $\sigma_{R_0} = 0.5$  кпк. Указанная здесь величина соответствует формальной вероятной ошибке решения 0.8 кпк (см. табл. 2 и 3 в [92]).
- <sup>23</sup> Оба результата авторы работы считают неверными.
- <sup>24</sup> Также наложены ограничения на величину  $\mathcal{X} \equiv -2R_0 \frac{\Delta R}{R} \sin l$ :  $-1.0 \leq \mathcal{X} \leq 2.5$  кпк для  $l < 180^\circ$ ,  $-2.5 \leq \mathcal{X} \leq 1.0$  кпк для  $l > 180^\circ$ .

значительный промежуток  $R$ ; можно ожидать, что учет возмущений от волны плотности важнее для более молодых подсистем; учет случайных ошибок в ОР оправдан, если эти ошибки не малы.

В табл. 1.3 приводится сводка результатов относительных измерений  $R_0$  кинематическими методами. Структура таблицы и обозначения — те же, что в предыдущих сводках. Код метода в третьем столбце состоит из четырех полей, представляющих четыре классификационных признака, описанных выше. В первом поле указаны компоненты модели, в остальных — символические обозначения класса метода (для В и С индекс означает подкласс) по каждому из трех других признаков (см. выше). Для полиномиальных представлений закона вращения тип полинома приводится в скобках во втором поле после символа класса в общем виде  $F_n$ , где  $F$  обозначает характеристику, зависимость которой от  $R$  разлагалась в ряд, а  $n$  — порядок разложения, по которому получен окончательный результат.  $F$  принимает следующие значения: „ $\theta$ ” — линейная скорость вращения, „ $\omega$ ” — угловая скорость вращения, „ $W$ ”  $\equiv R[\omega(R) - \omega(R_0)]$ , где  $R$  — проекция галактоцентрического расстояния на плоскость Галактики.  $A$  — постоянная Оорта в км/с/кпк;  $K$  —  $K$ -член в км/с;  $u_\odot$ ,  $v_\odot$ ,  $w_\odot$  — компоненты пекулярного движения Солнца в направлениях  $(l, b) = (0^\circ, 0^\circ)$ ,  $(90^\circ, 0^\circ)$  и  $(0^\circ, 90^\circ)$ , соответственно, выраженные в км/с;  $\Pi_0$  — радиальная компонента пекулярного движения МСП в направлении  $(l, b) = (180^\circ, 0^\circ)$  в км/с;  $d[\text{Fe}/\text{H}]/dR$  — градиент металличности в единицах  $\text{dex/кпк}^{-1}$ ;  $t$  — возраст ОО в годах;  $\theta_0$  — линейная скорость Солнца в км/с;  $\Delta R \equiv R - R_0$ . Для классических цефеид в последнем столбце таблицы указаны типы шкал расстояний, которые применялись в работе:  $\text{PL}_\lambda$  — шкала „период-светимость”, где  $\lambda$  обозначает фильтр;  $\text{PLC}$  — шкала ”период-светимость-цвет”

**Таблица 1.4.** Динамические оценки  $R_0$

Авторы	Год	Метод и данные	Авторск. оценка $R_0$ , кпк	Предположения
Тоомре [250]	1972	Сопоставление закона $\Sigma = \Sigma_0 \exp^{-\alpha R}$ с величиной $\Sigma_\odot$ и вращением Н I <sup>1,2</sup>	$8 \div 8.5 \pm >0.5$	Галактика = тонкий экспон. диск; $\Sigma_\odot = 75$ , $A = 15$ , $B = -10$
Круз-Гонзалез [110]	1974	Сопоставление закона $\Sigma = \Sigma_0 \exp^{-\alpha R}$ с локальным ( $r < 25$ пк) распределением скоростей $\approx 150$ звезд и вращением Н I <sup>1</sup>	$8.9 \pm 0.5$	Общий вид потенциала, эллипсоидальность распределения скоростей и его параметры, $A = 15$ , $(u_\odot, v_\odot, w_\odot) = (10, 10, 7)$
Оллинг и Меррифилд [197]	1998	Сопоставление динамической модели, полученной по кривой вращения Н I и СО, с величинами $A$ , $B$ , $\omega_0$ и $-B/(A - B)$	$7.1 \pm 0.4$	Галактика = балдж + гало + звездный и газовый диски; $\Sigma_\odot = 50$ , $A = 11.3$ , $B = -13.9$ , $\omega_0 = 25.2$ , $-B/(A - B) = 0.35, 0.5$ и другие предположения

<sup>1</sup>При помощи закона вращения Н I скорость зафиксирована в единственной точке:  $\theta(R_0/2) = \theta(R_0)/2 + 105$  км/с.

<sup>2</sup>Райбики и др. (1974) применили усовершенствованный вариант метода Тоомре, использующий всю кривую вращения на  $R < R_0$ , но опубликовали лишь тезисы доклада [229].

для фильтра  $V$ .  $M_{V,0}$  — нуль-пункт шкалы цефеид для близких к средним значений  $\lg P = 0.9$  и  $\langle B \rangle_0 - \langle V \rangle_0 = 0.7$  [94]. В таблицу не включена работа [18], т.к. в ней не указан метод получения приведенной оценки  $R_0$ .

### 1.1.3. Динамические методы

В данном классе методов оценку  $R_0$  получают из сопоставления локальной (на  $R = R_0$ ) плотности вещества, найденной по звездным подсчетам или по распределению скоростей, с законом вращения Галактики, используя уравнение Пуассона, связывающее плотность и потенциал. При этом требуется принять некоторые предположения о потенциале Галактики. Кроме того, само применение уравнения Пуассона означает, что Галактика считается стационарной. Последнее предположение, строго говоря, противоречит многим наблюдательным фактам — отклонению вертекса [31], проявлениям спиральной волны плотности (см., например, [53, 193]), наличию центрального бара (см., например, [84, 140]) и Местной системы (см., например, [62]).

Результаты, полученные динамическими методами, приведены в табл. 1.4. Обозначения, не использовавшиеся в предыдущих сводках:  $\Sigma$  — поверхностная плотность галактического диска;  $\Sigma_\odot \equiv \Sigma(R_0)$  (в единицах  $M_\odot/\text{пк}^2$ );  $B$  — постоянная Оорта в км/с/кпк.

Ситуация с систематическими ошибками для динамических методов существенно хуже, чем для кинематических и пространственных.

Если используются оценки локальной плотности по подсчетам звезд [197, 250], то важным становится учет эффектов селекции, как и в пространственных



методах. Динамические же оценки этой плотности [110, 250], требуют дополнительных предположений (например, о распределении остаточных скоростей, о законе изменения потенциала с  $Z$ ), что также является источником систематических ошибок.

Адекватность кинематических моделей, соответствующих принятому виду потенциала, реальному закону вращения заведомо хуже, чем аппроксимирующих моделей в кинематических методах определения  $R_0$ , т.к. первые имеют более специальный вид. Такие модели воспроизводят лишь общий тренд кривой вращения, но не ее детали; систематические отклонения от наблюдений составляют до  $\sim 20 \div 30$  км/с (см. рис. 1 в [197]).

Многочисленность внешних предположений, неопределенность принимаемых величин галактических постоянных и возможная несогласованность предположений (например, между значением  $A$  принятым и соответствующим закону вращения) должны приводит к большой систематической неопределенности оценок  $R_0$ . Так, например, уменьшение в [250]  $\Sigma_{\odot}$  с 75 до 50  $M_{\odot}/\text{пк}^2$  (в недавних работах обычно принимают второе значение — см. пятую главу) приводит к снижению  $R_0$  на 1–1.5 кпк. Неопределенность значения  $A \pm 2.7$  км/с/кпк [163] дает для результата [110] внешнюю ошибку  $\pm \sim 1.6$  кпк. Кроме того, для таких постоянных, как  $A$ ,  $B$ ,  $\Sigma_{\odot}$ , в работах берутся локальные значения (для близких окрестностей Солнца), а по смыслу требуются значения, усредненные по узкому кольцу (цилиндру)  $R \approx R_0$ . В частности, локальные кинематические особенности могут сильно влиять на оценку  $A$  (см. [17]).

ОР в динамических методах необходимы на стадии оценивания величины  $\Sigma_{\odot}$ . При этом могут использоваться как относительные, так и абсолютные ОР (тригонометрические параллаксы). Результаты [197, 250] основаны на непосредственных звездных подсчетах, сделанных по относительным ОР. В [197], к тому же, относительные ОР (до комплексов СО) использовались для построения кривой вращения. При динамическом оценивании  $\Sigma_{\odot}$  [110] для вычисления пространственных скоростей по собственным движениям можно ограничиться абсолютными ОР, но требуется внешнее предположение о вертикальной структуре диска Галактики.

Из сказанного можно сделать вывод, что динамические оценки  $R_0$  являются очень ненадежными в систематическом смысле, поэтому их вряд ли стоит учитывать при выведении „наилучшего” значения  $R_0$ . Скорее, их можно рассматривать как тест на согласованность измерений различных характеристик Галактики друг с другом и с представлениями о ее динамике.

К исследованиям этого рода примыкают работы по построению динамических моделей Галактики на основе оценок галактических параметров методами Эйнасто и Кутузова (например, [32, 34, 123]) и Колдуэлла и Острайкера [95, 204]. Поскольку в этих работах среди варьируемых параметров модели есть и  $R_0$ , они часто включаются в  $R_0$ -обзоры. Однако вряд ли это оправдано. Обсуждаемые работы коренным образом отличаются от обычных динамических определений  $R_0$  тем, что в первых  $R_0$  считается не только параметром, но одновременно и „измерением”. Как и в случае других наблюдаемых характеристик, процедура оптимизации дает лишь малую поправку к принятому „наблюдаемому” значению  $R_0$  — лишь за счет того, что модельное значение  $R_0$  может не в точности с ним совпадать (это позволяет добиться несколько большей согласованности между всеми параметрами и „наблюдениями”). Полученные так величины  $R_0$  нельзя

**Таблица 1.5.** Оценки  $R_0$  нефазовыми методами<sup>1</sup>

Авторы	Год	Метод	Выборка опорных объектов	Авторск. и скоррек. $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
<b>Шаровые скопления</b>					
Беликов и Сыровой [12]	1977	Градиент диаметров скоплений	$N = 60$ [30]	$8.5(\pm 2)$ <sup>2</sup> <b><math>9.4 \pm 2.2</math></b>	$M_V(RR) = 0.38 \times [m/H] + 1.32$
Сурдин [60]	1980	Градиент металличности	$N = 70 \div 85$ [30, 150]: $R_g \geq 3$ кпк	$9.9(\pm 2.0)$ <sup>3</sup>	$M_V(RR) = 0.38 \times [m/H] + 1.32$
				$10.3(\pm 2.7)$ <sup>4</sup>	$M_V(RR) = 0.6$
				<b><math>10.3 \pm 2.7</math></b>	
				$10.1 \pm 0.7$	Средняя оценка
<b>Рассеянные скопления</b>					
Беликов и Сыровой [12]	1977	Градиент диаметров скоплений	$N = 62$	<b><math>8.5(\pm 2)</math><sup>2</sup></b>	Источник данных о РС не указан

<sup>1</sup>Существуют только относительные оценки.

<sup>2</sup>В работе ошибка не приведена. Здесь она условно принята такой же, какой получается для метода Сурдина [60].

<sup>3</sup>Приведенная в работе ошибка  $\pm 0.3$  кпк явно занижена (см. критику в [223]). Здесь приняты границы доверительного интервала, на которых отклонение градиента  $a_1$  от 0 (рис. 3 в [60]) становится равной  $1\sigma$ . Ошибки  $a_1$  в работе также не указаны; принята величина  $\sigma_{a_1} = 0.08$ , оцененная по рис. 2 для  $R_0 = 10$  кпк.

<sup>4</sup>В работе приведена ошибка  $\pm 0.6$  кпк. См. предыдущее примечание.

считать независимыми оценками этого параметра, поэтому они не включены в табл. 1.4. Результатом этих работ скорее следует считать построенные динамические модели Галактики, реалистичные в смысле согласованности в принятых предположениях с различными наблюдательными данными с учетом неопределенности последних, но не модельные значения  $R_0$  или других „входных” параметров.

#### 1.1.4. Нефазовые методы

В этих методах оценка  $R_0$  получается в результате моделирования средней зависимости некоторого физического параметра ОО от галактоцентрического расстояния. Беликов и Сыровой (1977) [12] в качестве такого параметра выбрали линейный диаметр звездного скопления, а Сурдин (1980) [60] — его металличность.

Эффективность (статистическая точность) нефазового метода класса критически зависит от соотношения между дисперсией параметра относительно средней радиальной зависимости и характерного масштаба вариаций усредненного его значения в рассматриваемой части Галактики. Если это соотношение велико, то эффективность низка, и наоборот. Здесь ситуация аналогична применению кинематических методов к высоко- и низкодисперсионным составляющим Галактики — в первом случае точность результата ниже при прочих равных. Поскольку указанное соотношение обычно велико, вряд ли нефазовые методы могут быть

очень эффективными. (Возможно, поэтому они и остаются пока плохо развитыми.) С другой стороны, их точность должна несколько повышаться в случае применения к ОО, представляющим всю Галактику (шаровые скопления), а не только некоторый галактоцентрический сектор, как обычно бывает в кинематических измерениях  $R_0$  по молодым ОО.

Поскольку работа [12] очень краткая, и многие важные детали в ней не приведены, об эффективности использования градиента диаметров скоплений судить трудно. Для метода Сурдина [60] эффективность и систематика зависит от существования радиального градиента металличности по отдельности для двух подсистем ШС. Если в пределах ни одной из них градиента нет (современные оценки отличаются от нуля лишь на пределе значимости; см., например, [15]), то метод фактически сводится к определению центроида малометалличных скоплений и по своим свойствам становится близок к пространственным методам типа метода Шепли. Тогда решающее значение для систематики результата приобретают эффекты селекции (в [60] они не учитываются).

В случае реальности радиального градиента параметра свойства нефазовых методов близки к свойствам кинематических — для систематики важны не эффекты селекции, а модельные предположения о законе изменения параметра с радиусом. Тогда систематические ошибки кинематических и нефазовых методов сопоставимы по величине и типу, а некоторые приемы из арсенала первых могут оказаться полезными и для вторых.

Результаты оценивания  $R_0$  нефазовыми методами приведены в табл. 1.5.

### 1.1.5. Измерения по теоретическим опорным расстояниям

Измерения  $R_0$  этого класса основаны на шкалах расстояний, для построения которых вместо эмпирических калибровок использованы предположения о физических характеристиках объектов, вытекающие из представлений о природе последних и теоретических ограничений.

Одним из таких ограничений является эддингтоновский предел — наибольшее значение светимости звезды заданной массы, при котором давление излучения еще не превышает силу тяжести. Для калибровки по эддингтоновскому пределу требуется принять предположение о массе звезды. Такая калибровка применялась при оценивании  $R_0$  по рентгеновским барстерам [121] и рентгеновскому источнику Cyg X-3 [184]. В обоих случаях предполагалось, что объекты представляют собой контактные двойные, включающие нейтронную звезду с массой  $1.4M_{\odot}$ . Формально, эддингтоновский предел дает верхние оценки расстояний до объектов (хотя не исключено и небольшое его превышение [121]) и, соответственно, величины  $R_0$ . Однако калибровка зависит и от предполагаемой массы компактного компонента. Если им является более массивный объект, например, черная дыра, то увеличится предельная светимость и, следовательно, расстояния и оценка  $R_0$  [223]. Сопоставление теоретических расстояний до барстеров в ШС [121] с расстояниями до ШС из каталога Харриса (1996) [152] показывает, что шкала [121] скорее нуждается в увеличении, чем в сокращении; и это при том, что шкала Харриса сама по себе „короткая” (см. пункт „Шаровые скопления” в секции 1.1.7). Возможно, этот факт означает, что компактный компонент в барстерах более массивен. Поэтому величины  $R_0$  по рентгеновским источникам, полученные в [121, 184], вряд ли следует рассматривать как оценки сверху.

Другое ограничение — расчетное значение наибольшей светимости плане-

**Таблица 1.6.** Оценки  $R_0$  по теоретическим опорным расстояниям

Авторы	Год	Метод определения $R_0$	Выборка опорных объектов	Калибровка опорных расстояний	Оценка $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
<i>Пространственные методы</i> Рентгеновские барстеры						
Ебисудзак и др. [121]	1984	Шепли: центральная выборка <sup>1</sup>	$N = 17$ : $\varpi < 20^\circ$	Эддингтоновский предел	$7(\pm 0.6)^2$	$M_* = 1.4M_\odot$ , $R_* = 10$ км, для оболочки из чистого He
Планетарные туманности (ПТ)						
Допита и др. [119]	1992	Шепли	$N \sim 200$ <sup>3</sup> : $ l  < 10^\circ$ , $ b  < 10^\circ$ , $D < 12''$ [215]	Теоретические звездные модели	$7.6 \pm 0.7$	Средний возраст ПТ — $5 \times 10^9$ лет; предположения при моделировании звезд
<i>Кинематические методы</i> Рентгеновские источники						
Молнар [184] <sup>4</sup>	1985	$V_1 I_1$	$N = 1$ : Cyg X-3	Эддингтоновский предел	$7.7 \pm 1$	$M_* = 1.4M_\odot$ , $\theta_0 = 250$

<sup>1</sup>Никакие поправки, в том числе за геометрию выборки, не вносились.

<sup>2</sup>Ошибка в работе не указана и была оценена по функции распределения расстояний, приведенной авторами на рис. А4.

<sup>3</sup>Указано число ПТ, образующих линейный участок интегральной функции светимости, по которому определена видимая максимальная светимость ПТ.

<sup>4</sup>Детали работы — по обзору [223, стр. 363].

тарных туманностей, найденное по теоретическим звездным моделям,— использовалось как „стандартная свеча” для калибровки шкалы по этим объектам [119]. Требуется модельные предположения, из которых по крайней мере задаваемый возраст туманностей сильно влияет на результат (см. [119]).

Оценки  $R_0$  данного класса приведены в табл. 1.6. Здесь  $M_*$  и  $R_*$  — соответственно масса и радиус компактного компонента рентгеновского источника.

Общая особенность этих исследований — уделение основного внимания проблеме нахождения теоретических ОР, а не их дальнейшей обработке, т.е. собственно методу определения  $R_0$ . Так, в работах [119, 121], относящихся к классу пространственных измерений, вопрос о статистических и селекционных эффектах даже не ставится.

### 1.1.6. Измерения по абсолютным опорным расстояниям

Для определения абсолютных (геометрических) ОР используют следующие способы:

1. *Моделирование систематических движений в оболочке объекта (прежде всего ее расширения)*, если для ее отдельных деталей удастся определить собственные движения ( $\mu$ ) и лучевые скорости ( $V_r$ ). Метод разработан для ско-

плений мазеров  $\text{H}_2\text{O}$  в областях звездообразования и многократно применялся [148, 149, 186, 223, 225]. Такое исследование для каждого ОО (скопления) по характеру и сложности возникающих проблем сходно с моделированием кинематики всей галактической подсистемы ОО, обсуждавшимся выше. Необходимо определиться с составом кинематической модели (чистое расширение или с учетом вращения), выбрать общий вид модельных законов расширения и вращения, а также способ оптимизации параметров. Реалистичность сделанных предположений определяет систематическую ошибку абсолютного ОР. Статистическая точность зависит от количества мазерных деталей с  $\mu$  и  $V_r$ , от дисперсии скоростей этих деталей относительно среднего закона расширения и вращения и от неоднородности распределения деталей относительно центра оболочки. Необходимость оценивать для *каждого* отдельного мазера в скоплении его смещение по лучу зрения относительно центра оболочки делает систему уравнений плохо обусловленной. Отчасти из-за этого существует сильная корреляция ( $\sim 0.8$ ) между оценкой расстояния и оценками скоростей расширения и вращения [225]. Указанные авторами работ сравнительно небольшие ошибки (10%–20%) для ОР, полученных этим методом, могут быть заметно занижены, т.к. они отражают, главным образом, статистическую неопределенность; в работах исследовалось влияние лишь некоторых источников систематики.

Заметим, что каково бы не было количество мазеров с нужными данными, в результате находится только одно опорное расстояние — до центра расширяющейся оболочки.

2. *Сопоставление дисперсии собственных движений с дисперсией лучевых скоростей*, т.е. метод статистических параллаксов, также требует измерений  $\mu$  и  $V_r$  для отдельных объектов, входящих в состав опорного объекта. Предполагается изотропия остаточных скоростей и нормальное распределение их тангенциальной и лучевой компонент. Метод применялся к скоплению мазеров  $\text{H}_2\text{O}$  W51 [142, 235] и к центроиду К- и М-гигантов в балдже [160]. В принципе, метод можно использовать и при наличии систематических движений в пределах объекта, если предварительно построить их модель. Однако для скоплений мазеров в этом случае он дает ошибочные результаты: из-за упомянутой выше необходимости оценивать для отдельных мазеров смещения по лучу зрения оценка дисперсии  $V_r$  оказывается заниженной на  $\sim 40\%$  [225]. Поэтому к данному типу объектов, если в них обнаруживались систематические движения, применялся метод 1.

Статистическая ошибка метода —  $\sim 10 \div 20\%$ , но отличия распределений скоростей от нормального и анизотропия скоростей увеличивают общую неопределенность до  $\sim 20 \div 30\%$  [142, 235]. Так, распределение  $V_r$  в W51 явно бимодальное [142]. В случае К- и М-гигантов в ЦГ предположение об изотропии их орбит может быть некорректным, если балдж — бароподобный (систематическая ошибка за счет этого в [160] не оценивалась). Эти звезды также дают лишь одно ОР — до их центроида.

3. *Сопоставление углового диаметра оболочки объекта с ее линейным диаметром*. Последний определяется по „фазовому лагу” между событиями на ближней и дальней сторонах расширяющейся оболочки. Предполагается сферическая симметрия оболочки. Метод разработан для звезд ОН/ИК (см. [155, 223] и соответствующий пункт в секции 1.1.7). Отклонения от симметрии задают предельную точность определения линейного радиуса  $\sim 10\%$ , поэтому в большинстве случаев общая неопределенность ОО получается  $\geq 10\%$  [155].

Таблица 1.7. Абсолютные оценки  $R_0$

Авторы	Год	Метод определения $R_0$	Выборка опорных объектов	Метод определения ОР	Оценка $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
<i>Пространственные методы</i>						
Скопления мазерных источников $H_2O$						
Рид и др. [186, 225]	1988	Расстояние до объекта в ПГ	$N = 1$ : Sgr B2(North) <sup>1</sup>	Моделирование расширения и вращения по $V_r$ и $\mu$ ( $N_d = 24$ )	$7.1 \pm 1.5$	Пент.-симмет. расширение с постоянной скоростью; твердотель. вращение
Рид [223]	1993	Расстояние до объекта в ПГ	$N = 1$ : Sgr B2(Middle)	Моделирование расширения по $V_r$ и $\mu$	$6.5 \pm 1.5$	Подробности не приведены
Звезды ОН/ИК						
Коухен и др. [108]	1989	Расстояние до объекта в ПГ	$N = 1$ : ОН 357.7-0.1	Сопоставление углов. диаметра с лин. диаметром по временному лагу <sup>2</sup>	$10 \pm 5$	Сферическая симметрия оболочки
Центроид К- и М-гигантов балджа						
Хьютерер и др. [160]	1995	Расстояние до объекта в ПГ	$N = 1$ : центроид для окна Бааде <sup>3</sup>	Сопоставление дисперсий $V_r$ ( $N_d = 49$ ) и $\mu$ ( $N_d = 429$ )	$8.21 \pm 0.98$	Изотропия орбит в балдже
<i>Кинематические методы</i>						
Скопления мазерных источников $H_2O$						
Гуинн и др. [149]	1989	$B_1 I_1$	$N = 1$ : W49 (North)	Моделирование расширения по $V_r$ и $\mu$ ( $N_d \sim 50$ )	$7.6 \pm 1.6$ <sup>4</sup>	Пент.-симмет. расширение по степенному закону; $\theta_0 = 220 \pm 30$ <sup>5</sup> , $\sigma_{V_r} = 10$
Гуинн и др. [148]	1992	$B_1 I_1$	$N = 1$ : W49 (North)	Моделирование расширения и вращения по $V_r$ и $\mu$ ( $N_d = 105$ )	$8.1 \pm 1.1$	Пент.-симмет. расширение и вращение по степенным законам; $\theta_0 = 220 \pm 30$ <sup>5</sup> , $\sigma_{V_r} = 12$ . Пересмотр [149].
Рид и др. [225]	1988	$B_1 I_1$ <sup>6</sup>	$N = 1$ : W51	Сопоставление дисперсий $V_r$ ( $N_d = 140$ ) и $\mu$ ( $N_d = 30$ )	$10.8 \pm 4.6$	$\theta_0 = 220 \pm 20$ , $\sigma_{V_r} = 10$

Таблица 1.7. Окончание

Авторы	Год	Метод определения $R_0$	Выборка опорных объектов	Метод определения ОР	Оценка $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
Звезды ОН/ИК						
Херманн и др. [155]	1985	$V_3 E$	$N = 6$ : объекты с большими $V_r$ <sup>7</sup>	Сопоставление углов. диаметра с лин. диаметром по временному лагу	$9.2 \pm 1.2$	Сферическая симметрия оболочек; гал. вращение — по модели Шмидта [233]
Моран [185] <sup>8</sup>	1993	$V_1 I_1$			$8.9 \pm 0.8$ <sup>9</sup>	$\theta_0 = 220$
Хонма и Софу [157]	1996	$V_3 E$	[185]		$7.7(\pm 0.8)$ <sup>10</sup>	Вращение Н I — по данным [179]

<sup>1</sup> Авторы считают, что объект находится в пределах  $\sim 0.3$  кпк от динамического ЦГ.

<sup>2</sup> В последствии было показано, что угловые размеры оболочек звезд ОН/ИК вблизи центра Галактики сильно искажаются рассеянием на электронах межзвездной среды, и поэтому нельзя получить надежных расстояний до центральных объектов этого типа (см. [223]).

<sup>3</sup>  $(l, b) = (1.02^\circ, -3.93^\circ)$ .

<sup>4</sup> Результат пересмотрен Гуинном и др. (1992).

<sup>5</sup> Объект находится вблизи круга  $R = R_0$  ( $V_r = +6.5$  км/с), поэтому  $R_0$  слабо зависит от  $\theta_0$ .

<sup>6</sup> Предположено, что объект находится в тангенциальной точке (поскольку для плоской кривой вращения его наблюдаемая скорость  $V_r = 57$  км/с превышает предельную  $V_r = 53$  км/с).

<sup>7</sup> Чтобы отобрать те из них, которые находятся вблизи тангенциальных точек.

<sup>8</sup> Цитируется по статье [157], где детали не приведены.

<sup>9</sup> В обзоре [223] для этой работы указана оценка  $R_0 = 8.8 \pm 0.9$  кпк.

<sup>10</sup> Ошибка в работе не указана и здесь принята равной той, что получена в [185] по тем же данным.

Абсолютные оценки  $R_0$  собраны в табл. 1.7. В четвертой колонке указан метод определения абсолютных ОР; если ОР определялось по данным об отдельных деталях внутри ОО, там же указано число деталей ( $N_d$ ).  $\sigma_{V_r}$  — дисперсия лучевых скоростей подсистемы ОО в км/с.

Все абсолютные оценки  $R_0$  основаны на одиночных или, в лучшем случае, на нескольких ОО (звезды ОН/ИК). Поэтому по крайней мере статистическая точность этих результатов невелика. Другой особенностью работ по абсолютным ОР, как и работ по теоретическим ОР, является направление основных усилий на измерение ОР, а не на нахождение по ним  $R_0$ . В классе пространственных методов, представленном только определением расстояния до центрального объекта, проблема селекции не обсуждается и приведение ОР к ЦГ не делается даже в очевидном случае (центроид звезд-гигантов в окне Бааде). Из кинематических методов чаще всего используется фактически самый примитивный —  $V_1$ . При использовании внешней оптимизации ( $V_3 E$ ) для звезд ОН/ИК проблема совпадения законов вращения этой подсистемы с Н I не поднимается.

Однако сами по себе абсолютные измерения  $R_0$  несомненно перспективны при дальнейшем росте числа ОР и при использовании более совершенных методов их обработки. Конечно, крайне желательны усовершенствование и разработка новых методов определения абсолютных ОР.

### 1.1.7. Измерения по разным типам опорных объектов

Обсудим проблемы измерений  $R_0$ , обусловленные типом опорных объектов. Неопределенность опорных расстояний — главная среди них.

#### *Переменные звезды типа RR Лиры*

Эти объекты являются одним из основных внутри- и внегалактических индикаторов расстояний. Для определения  $R_0$  они используются в методе Бааде.

Проблема шкалы расстояний для RR-лирид остается довольно сложной. До сих пор нет единого мнения о зависимости их светимости от металличности, хотя этот вопрос активно обсуждается более 20 лет. Оценки наклона зависимости абсолютной звездной величины  $M_V(\text{RR})$  от  $[\text{Fe}/\text{H}]$  находятся в пределах от 0.0 (нет зависимости) до 0.4, а самих величин  $M_V(\text{RR})$  — от  $0^m.3$  до  $1^m.1$  (см. дискуссии в обзорах [124, 223]). Использувавшееся долгое время „каноническое значение”  $M_V(\text{RR}) = 0.6$  в последние годы пересматривается в сторону более слабых величин. Так, М. Дж. Рид (1993) [223] по многим калибровочным работам вывел средний нуль-пункт  $M_V(\text{RR}) = 0.7$  на  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.3$ . Новые исследования, в том числе и по данным Hipparcos, не привели к окончательному разрешению проблемы. Скорее наоборот, наметилось рассогласование между двумя группами результатов: 1) анализ прямых тригонометрических параллаксов и метод статистических параллаксов приводят к относительно слабой величине  $\langle M_V(\text{RR}) \rangle \sim 0.75 \pm 0.15$ , которая мало или вообще не зависит от металличности; 2) анализ теоретических звездных моделей, метод Бааде и Весселинка, пульсационный анализ, данные о RR-лиридах в ШС с расстояниями, найденными совмещением с главной последовательностью, указывают на более сильную зависимость от металличности и, как правило, на более яркий нуль-пункт (см. подробную дискуссию в обзоре И. Н. Рида, 1999, [221]). Причины этого расхождения не установлены. Одной из них может быть несовпадение функций светимости для RR-лирид поля и в скоплениях (см. тот же обзор и введение в [247]).

В настоящей работе для сопоставления оценок  $R_0$ , найденных по одному типу шкал или калибровок, оригинальные (авторские) оценки приводились, когда это было возможно, к единой калибровке, как это делалось и в обзорах [124, 222, 223]. В случае переменных типа RR Лиры шкалы отличаются не только средним нуль-пунктом, но и наклоном зависимости от металличности. Пересчет результатов к шкале с другим наклоном фактически требует повторения каждой из  $R_0$ -работ. Поэтому здесь использовался метод М. Дж. Рида [223] сравнения шкал по нуль-пункту для металличности  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.3$ , которая близка к средней для этих объектов. Принята локальная калибровка  $M_V(\text{RR}) = 0.75 \pm 0.15$  [223], которая соответствует  $[\text{Fe}/\text{H}] \approx -1.3$  (такой получается средняя металличность выборок в табл. 3 в [223], по которым калибровка была выведена). К этому нуль-пункту приводились все оценки  $R_0$  по RR-лиридам (табл. 1.2). С принятой калибровкой согласуется и более позднее обобщение недавних результатов в [100]: для  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.3$   $M_V(\text{RR}) = 0.68 \pm 0.11$  и  $0.77 \pm 0.12$  по тригонометрическим и статистическим параллаксам, соответственно. Не противоречит ей и калибровка  $M_V(\text{RR}) = (0.76 \pm 0.12) + (0.26 \pm 0.26)([\text{Fe}/\text{H}] + 1.6)$  ( $M_V(\text{RR}) = 0.83 \pm 0.14$  на  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.3$ ), полученная Дамбисом и Расторгуевым (2001) [25] методом статистических параллаксов по данным трех каталогов собственных движений.

Отметим, что в последних  $R_0$ -исследованиях предпочитают использовать



наблюдения короткопериодических цефеид в ИК-диапазоне. Это, помимо уже упомянутой в пункте о методе Бааде относительно слабой зависимости ИК-данных от межзвездного поглощения света, имеет и другие преимущества, которые позволяют снизить ошибки, не являющиеся ошибками собственно метода определения  $R_0$ . В частности, слабая зависимость ИК-светимости RR-лирид от металличности (есть зависимость от периода, но последний известен гораздо лучше, чем металличность) уменьшает систематические ошибки шкалы расстояний; в несколько раз меньшая по сравнению с оптическим диапазоном амплитуда ИК-кривой блеска и более близкая к синусоидальной форма этой кривой приводят к более точным измерениям средней видимой величины при том же количестве наблюдательного времени [130, 223].

### Шаровые скопления

Шаровые скопления (ШС) — традиционный и самый популярный тип опорных объектов в задаче определения  $R_0$ . Они использовались в классах пространственных, кинематических и нефазовых методов (табл. 1.1, 1.3, 1.5, соответственно).

Проблема расстояний до ШС также остается острой. Шкалы расстояний для этих объектов основываются, главным образом, на калибровке абсолютной звездной величины горизонтальной ветви,  $M_V(\text{HB})$ . Поскольку величины  $M_V(\text{HB})$  и  $M_V(\text{RR})$  считались почти идентичными, калибровку первой обычно отождествляли с калибровкой второй (например, [124, 223]). Поэтому в течение длительного времени чаще всего использовалось каноническое значение  $M_V(\text{HB}) = 0.6$  (см., например, каталоги [150, 262] и отдельные работы в указанных таблицах сводок). Затем тенденция к ревизии  $M_V(\text{RR})$  (см. предыдущий пункт) привела к укорочению расстояний до ШС. Так, в новом каталоге Харриса (1996) [150] была принята шкала  $M_V(\text{HB}) = 0.2[\text{Fe}/\text{H}] + 1.00$  ( $M_V(\text{HB}) = 0.74$  на  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.3$ ).

Работы по данным каталога Hipparcos подтвердили более короткую калибровку  $M_V(\text{RR})$  (по крайней мере локальную), но в отношении  $M_V(\text{HB})$  результаты оказались иными. Появление благодаря Hipparcos точных тригонометрических параллаксов локальных субкарликов существенно увеличило надежность метода определения расстояний до ШС путем сопоставления главных последовательностей скоплений с данными об этих звездах (см. сводку и обсуждение в обзорах И. Н. Рида, 1999, [221] и Карретты и др., 2000, [100]). Расстояния по субкарликам получились на  $0^m1-0^m5$  больше расстояний по шкале Харриса (1996). Усреднение по репрезентативной сводке 32 измерений для 13 ШС, приведенной в [221, табл. 2], дает разницу  $d(\text{Harris}) - d(\text{Post-Hipparcos}) = -0.26 \pm 0.06$  при среднем квадратичном уклонении измерения  $0^m11$ , что соответствует  $M_V(\text{HB}) = 0.48$  на  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.3$ . Этот результат согласуется с недавним пересмотром калибровки по субкарликам [100]:  $M_V(\text{HB}) = (0.13 \pm 0.09)([\text{Fe}/\text{H}] + 1.5) + (0.44 \pm 0.12)$ , что соответствует  $M_V(\text{HB}) = 0.47 \pm 0.12$  на  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.3$  (ошибка нуль-пунктов — внешняя). Сопоставление с локальными карликовыми цефеидами также дает яркий нуль-пункт:  $M_V(\text{HB}) = 0.47 \pm 0.12$  на  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.55$  [175]. Однако задача совмещения ГП с локальными субкарликами сама по себе сложная и имеет существенную собственную систематику [100]. Другие способы калибровки шкалы ШС, независимые от калибровок RR-лирид, дают более слабый нуль-пункт для той же металличности: абсолютные расстояния, найденные из сравнения дисперсий  $\mu$  и

$V_r - M_V(\text{HB}) = 0.61 \pm 0.11$ , сопоставление с последовательностью белых карликов —  $M_V(\text{HB}) = 0.7 \pm 0.15$  [100] (учтена разница  $M_V(\text{RR}) - M_V(\text{HB}) = 0.04$ , ср. формулы (2) и (4) в [100]). Поэтому в настоящей работе в качестве компромисса принята старая калибровка  $M_V(\text{HB}) = 0.6$  на  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.3$ . Она соответствует  $d_{\text{LMC}} = 18^m.51$  [100].

Основываясь на этой калибровке и на введенном Харрисом (1996) промежуточным наклоне шкалы, который согласуется с более поздними результатами [100], окончательно принимаем

$$M_V(\text{HB}) = 0.2[\text{Fe}/\text{H}] + 0.86.$$

При корректировке авторских оценок  $R_0$  в указанных таблицах шкалы (оригинальная и принятая) сравнивались на  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.3$  при совместном рассмотрении подсистем гало и диска системы ШС, на  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.6$  — для ШС гало и на  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.6$  — для ШС дисковой подсистемы [15]. Неопределенность средней калибровки шкалы (систематическая ошибка оценок  $R_0$  по ШС) принята равной  $0^m.15$ .

Среди других проблем, связанных с определением расстояний для ШС, отметим скучивание изображений звезд в плотных полях скоплений, могущее привести к неточным измерениям видимых величин звезд, а также учет поглощения света. Последняя проблема очень важна (подробнее см., например, [218]), особенно для ШС дисковой составляющей, для которых поглощение велико. Это одна из причин, по которой в работах по  $R_0$  продолжают использовать обе подсистемы ШС. Подсистема гало более многочисленна и проблемы учета поглощения и селекции для нее не так остры, но она не очень сильно концентрируется к ЦГ, что снижает статистическую точность результата. Подсистема диска имеет сильную концентрацию, но она малочисленна, расстояния для нее менее точны (и в систематическом смысле тоже), а селекция более существенна.

### Мириды

В окнах прозрачности, помимо короткопериодических цефеид, наблюдаются и другие яркие звезды, в частности, долгопериодические переменные типа *o* Кита. Мирид в окнах примерно в 3 раза меньше, чем RR-лирид, но последние относительно слабы, поэтому в этих плотных полях их труднее идентифицировать и фотометрировать [145]. Открытие для мирид ИК-зависимости период-светимость (со стандартным отклонением лишь  $\sim 0^m.1$ ) сделало их весьма привлекательными ОО [124]. Они очень ярки в ИК-диапазоне и для проведения их фотометрии достаточно телескопов промежуточного размера. Кроме того, ИК-данные снимают остроту проблемы учета эффектов поглощения света. Вместе с тем, остаются сомнения, как и в случае RR-лирид, в применимости локальной калибровки мирид (I тип населения) к миридам в ЦГ (II тип населения), а также в однородности центральных мирид. Подробнее о проблемах, связанных с использованием мирид как ОО, см. в обзорах [124, 223].

По миридам  $R_0$  было оценено Глассом и Фистом (1982) [145] (табл 1.2). Позднее Фист [124] пересмотрел этот результат за счет новой оценки межзвездного поглощения и, приведя его к шкале  $M_K = 1.69 - 3.79 \lg P$ , получил  $R_0 = 8.2 \pm 0.4$  кпк. Результат пересчета этого значения к шкале  $M_K = (0.88 \pm 0.10) - 3.47 \lg P$  с нуль-пунктом по данным Pirragos [129], указан в табл 1.2 в качестве скорректированной оценки [145]. При пересчете эти шкалы сравнивались для величины  $\lg P = 2.4$ ;

последняя принята средней для мирид в окнах, рассмотренных в [145]. Неопределенность шкалы принята равной  $0^m.15$ .

### *Карликовые цефеиды*

Звезды типа  $\delta$  Щита (карликовые цефеиды) — переменные невысокой светимости (средняя величина  $M_V = 2 \div 4$ ) с периодами  $P \leq 0^d.2$ , находящиеся на стадии ухода с главной последовательности. Высокоамплитудные карликовые цефеиды, очевидно, являются самыми молодыми (возраст  $\sim 10^9$  лет) звездами балджа; с конца 1990-х гг. их начали использовать в методе Бааде [176, 187]. Метод, как показывают результаты [176], по-видимому, предпочтительнее применять только к долгопериодическим ( $\lg P > -1.10$ ), т.е. более богатым металлами ( $[\text{Fe}/\text{H}] > -0.70$ ), переменным этого типа, т.к. они ярче и имеют, подобно дисковой подсистеме шаровых скоплений, более сильную концентрацию к центру балджа. Короткопериодические переменные обладают большим разбросом расстояний и из-за низкой светимости подвержены сильной селекции (они почти не выявлены за центром Галактики), что делает затруднительным их использование.

Здесь принята шкала  $M_V(\delta \text{ Sct}) = -3.725 \lg P - 1.933$  по более позднему результату [175]. Ошибка  $R_0$  за счет неопределенности шкалы и других источников ошибок ОР для этого типа объектов совпадает по данным [176] с соответствующей ошибкой  $R_0$  для RR-лирид. Поэтому и здесь систематическая ошибка  $R_0$  для обоих типов ОО принята одинаковой —  $0^m.15$ .

### *Звезды главной последовательности вблизи точки поворота*

Ван ден Берг (1974) [256] предположил, что звезды этого типа ответственны за резкий рост числа слабых объектов на интервале  $19 < V < 20$  в окне прозрачности  $(l, b) = (0^\circ, -8^\circ)$ . На этом основании данные звезды были использованы в качестве опорных объектов для определения  $R_0$  методом Бааде [256, 257]. Однако такое отождествление упомянутого участка распределения по видимым величинам в некоторой степени произвольно: этот участок можно связать и с более слабыми звездами главной последовательности [201]. Если последнее верно, оценка  $R_0$  в [257] — завышенная. С другой стороны, при ее получении не была внесена поправка за отклонение окна прозрачности от направления на ЦГ, что занижает значение  $R_0$ . Здесь результат [257] скорректирован лишь за счет приведения его к калибровке  $M_V(\text{RR}) = 0.75 \pm 0.15$  (табл. 1.2).

### *Планетарные туманности (ПТ)*

ПТ стали первым типом ОО, к которому был применен кинематический метод определения  $R_0$  [96]. К сожалению, вследствие большой неопределенности расстояний до отдельных ПТ, в частности, из-за проблем с калибровкой шкал, такое использование ПТ перспективы пока не имеет. Вместо этого пытаются работать в рамках класса пространственных методов, основываясь на коллективных калибровках для ПТ балджа.

Как уже упоминалось в пункте о методе Шепли, Потташ (1990) [215] предложил использовать для нахождения  $R_0$  усечение функции светимости ПТ балджа с яркой стороны, калибруя светимость усечения по оценкам расстояний до внешних галактик. В этом случае опорными объектами являются не все ПТ, а только

самые яркие из них, т.е. фактически всего несколько объектов в выборке. Поэтому можно ожидать значительной статистической неопределенности результата. Кроме того, такое определение ОО порождает еще одну, специфическую, селекцию: т.к. балдж имеет конечные размеры (ограничение в  $10^\circ$  на  $|l|$  и  $|b|$  в [215] соответствует радиусу 1.4 кпк для  $R_0 = 8$  кпк) в категорию самых ярких будут чаще попадать ПТ из ближней части балджа, чем из дальней. Однако метод Шепли, который здесь фактически применяется, исходит из симметричного распределения ОО относительно ЦГ. В результате, можно ожидать некоторого систематического занижения  $R_0$  при использовании ярчайших ПТ в качестве ОО; оценка величины занижения требует моделирования балджа. Калибровка по внешним галактикам методически проигрывает локальной, т.к. она может внести дополнительные ошибки, связанные с распространением внутригалактических шкал расстояний вовне. Другие, более специальные, источники ошибок обсуждаются в [215]. Вместе с тем, следует отметить и преимущество использования ПТ: их функции светимости в линиях  $H\beta$  и [OIII] можно пересчитать из данных радионаблюдений (на волне 6 см) [215], что почти устраняет проблему поправок за поглощение света. Результат [215] был приведен в табл. 1.2 к принятой здесь калибровке классических цефеид  $d_{\text{LMC}} = 18^m.50$  (см. ниже пункт об этих объектах).

В сходной работе Допита и др. (1992) [119] светимость усечения ПТ была откалибрована по теоретическим звездным моделям. Проблема внешней калибровки здесь сменяется проблемой модельных предположений, из которых наиболее существенным, по-видимому, является предположение о возрасте объекта. При снижении возраста с  $5.0 \times 10^9$  лет, для которого в работе выведен окончательный результат, до  $0.8 \times 10^9$  лет значение  $R_0$  увеличивается на  $0^m.44$ . Последняя величина принята в качестве систематической неопределенности измерения  $R_0$  по теоретическим ОР для ПТ в [119]. В случае измерения по относительным ОР [215] эта неопределенность принята равной ошибке расстояния до БМО —  $0^m.2$  (см. пункт „Классические цефеиды”).

В [119] максимальная видимая светимость ПТ найдена как пересечение с осью абсцисс линейной аппроксимации участка интегральной функции светимости вблизи усечения. Такой прием снижает статистическую ошибку светимости усечения и, следовательно, оценки  $R_0$ . Однако это не устраняет систематическое смещение из-за конечности размеров балджа (см. выше).

### *Звезды красного сгущения (red clump stars)*

Звезды красного сгущения (ЗКС) составляют на диаграмме цвет-величина деталь (red clump), которая является высокометаллическим аналогом горизонтальной ветви, образуемой населением II типа. Пачыньски и Станек (1998) [207] предложили рассматривать ЗКС как новый индикатор расстояний и использовали его для определения  $R_0$  методом Бааде. Преимущество этих звезд как опорных объектов — в их многочисленности, что обеспечивает высокую статистическую точность и оценки  $R_0$ , и калибровки шкалы. Так, калибровка в [207] была получена по 664 высокоточным параллаксам из каталога Hipparcos, калибровка в [241] — по 228 параллаксам звезд с  $r < 70$  пк из того же каталога (см. табл. 1.2). Общее число ЗКС в каталоге Hipparcos  $\sim 1000$ , но не для всех из них есть  $I$ -фотометрия. В окне Бааде наблюдается  $\sim 10000$  ЗКС. В дискуссии, последовавшей за работой [207], высказывались сомнения в возможности использования этих объектов в качестве нового индикатора расстояний. Так, И. Н. Рид (1999) [221, с. 218–219] указывал

на противоречие ключевого предположения в [207] о независимости средней абсолютной величины ЗКС  $M_I(\text{RC})$  от металличности ряду теоретических и наблюдательных результатов (см. также обсуждение в [100]). Однако Станек и др. (2000) [242] показали, что по теоретическими и наблюдательным данным  $M_I(\text{RC})$  слабо меняется с возрастом и металличностью (в последнем случае наклон шкалы — лишь  $\approx 0.1 \div 0.2$ ). Авторы [242] подчеркивают, что проблемы с зависимостью светимости ЗКС от металличности не являются более серьезными, чем в случае других „признанных” индикаторов расстояний — например, классических цефеид и звезд типа RR Лиры.

В настоящей работе принята средняя из недавних результатов [241, 254] калибровка  $M_I(\text{RC}) = -0.24$  (для металличности в окне Бааде  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{BW}} = -0.15$ ). Систематическая неопределенность шкалы ЗКС, с учетом зависимости от металличности и возраста, принята равной  $0^m.15$  (по обсуждению в [241]).

### Классические цефеиды

Эти переменные, благодаря высокой светимости и, следовательно, легкости обнаружения даже на больших расстояниях, высокой внутренней точности шкал расстояний ( $\sim 0^m.1 \div 0^m.2$  [124]) и относительно небольшой дисперсии скоростей, являются, по-видимому, наиболее популярными ОО, используемыми для пространственно-кинематического моделирования Галактики. Однако вопрос о масштабе шкал классических цефеид до сих пор не получил окончательного разрешения. Новые исследования по данным каталога Hipparcos дали противоречивые результаты, свидетельствующие как в пользу удлинения расстояний на  $0^m.1-0^m.2$ , что соответствует  $d_{\text{LMC}} \sim 18^m.6 \div 18^m.7$ , так и в пользу сокращения ( $d_{\text{LMC}} \lesssim 18^m.4$ ) — см. дискуссию в обзоре [221] и результаты [26, 55]. В качестве компромисса здесь принята стандартная калибровка  $d_{\text{LMC}} = 18^m.50$  [125, 223], и к ней пересчитаны оценки  $R_0$  в табл. 1.3.

Поправка результата работы [40], основанной на шкале [27], сделана в предположении, что для этой шкалы  $d_{\text{LMC}} = 18^m.6$ ; последняя величина грубо оценена из сравнения  $M_{V,0}$  и  $\mathcal{R}$  для шкал [27] и [127], использованной в [212]. Для шкалы [14], примененной в [23], принято  $d_{\text{LMC}} = 18^m.4$ , исходя из результата [55], хотя он и противоречит непосредственному сравнению модулей расстояния цефеид в [23] и в [212] ( $d_{\text{LMC}} = 18^m.47$ ): автор диссертации нашел, что в первом каталоге расстояния меньше в среднем на  $0^m.38 \pm 0^m.01$ , и эта разница слабо зависит от расстояния и периода.

Определение „гамма-скоростей”, т.е. лучевых скоростей, приведенных к центрам масс цефеид, является отдельной непростой задачей со своей систематикой, зависящей от количества данных и метода решения [212]. Этим отчасти объясняется частое включение  $K$ -члена в кинематические модели, которые строятся по этим объектам. Однако систематические ошибки гамма-скоростей, как правило, невелики и не представляют столь серьезную проблему, как калибровка шкал цефеид. Общая неопределенность скоростей в зависимости от числа наблюдений отдельных цефеид колеблется от 0.3 до  $\sim 5$  км/с [146].

Систематическую ошибку измерений  $R_0$  по классическим цефеидам примем равной  $0^m.2$ , исходя из современной неопределенности масштаба шкал расстояний для этих ОО.

### Звезды ранних спектральных классов

Из-за своей многочисленности, высокой светимости и низкой дисперсии скоростей эти звезды также являются удобными ОО для оценивания  $R_0$  кинематическими методами. С другой стороны, по надежности расстояний О- и В-звезды уступают классическим цефеидам. Так, стандартное отклонение от среднего калибровочного соотношения [77] составляет от  $0^m.3$  для В-звезд промежуточных и поздних подклассов главной последовательности (ГП) до  $0^m.5$  для самых горячих звезд и сверхгигантов, но в большинстве исследований оно получается больше —  $\sim 0^m.6$  в среднем для всех ОВ-звезд (см., например, [38, 88] и ссылки в [76, 136]); последнюю величину обычно и принимают в качестве типичной [76, 131, 136]. Также существенна и неопределенность самих калибровок. Лишь использование данных Hipparcos позволило повысить их внутреннюю точность для звезд ГП до  $0^m.1$ – $0^m.2$  и для гигантов — до  $0^m.2$ – $0^m.3$ , для сверхгигантов она остается в целом невысокой и сильно варьируется для разных подклассов — от  $0^m.2$  до  $1^m$  [38]. Балона и Шоббрук (1984) [77], выполнив перекалибровку по обновленным данным, показали, что она в среднем хорошо согласуется с предыдущими калибровками звезд ГП (только для самых ранних звезд светимость получилась выше). Однако гиганты и сверхгиганты по этой калибровке оказались в среднем на  $\sim 0^m.3$  слабее, чем получалось раньше. Калибровка  $M_V(\beta)$  Локтина и Бешенова (2001a) [38] по данным Hipparcos, переведенная в зависимость  $M_V(c_0)$  по формулам [77], позволяет сделать сходные выводы: старые калибровки для ГП в среднем подтверждаются, а гиганты и сверхгиганты по новой калибровке получаются в среднем слабее, причем последние даже в большей степени, чем в [77]; с другой стороны, уярчение самых ранних звезд, полученное в [77], не подтверждается. С этими результатами согласуется и вывод Дамбиса и др. (2001) [24] о необходимости сокращения фотометрических расстояний [81] до ОВ-ассоциаций, основанный на сравнении с тригонометрическими параллаксами Hipparcos и методе статистических параллаксов; величина поправки ( $\sim 10 \div 20\%$ ), видимо, отражает большую долю гигантов и сверхгигантов в выборке [81]. Кроме того, в [24] не найдено значимых поправок к шкале голубых сверхгигантов [22], близкой к шкале Балона и Шоббрука (1984) для классов О9–А0 (при переводе к  $M_V(c_0)$  по формулам [77]).

Принятие новых калибровок означает некоторую корректировку оценок  $R_0$ , полученных ранее по ОВ-звездам. Однако, на сколько именно их нужно уменьшить, в каждом конкретном случае определить непросто, — это зависит, в первом приближении, от доли гигантов и сверхгигантов в выборке, а такая статистика авторами обычно не приводится. Поправка может находиться в широких пределах — от  $\approx 0\%$  до  $\approx 15\%$ , если принять, что расстояния до гигантов и сверхгигантов нужно сократить на  $0^m.3$ . Предполагая на основании статистики табл. 1 в [76], что доля этих звезд в использованных выборках составляет 50%, мы принимаем поправку  $-0^m.15$  для оценок  $R_0$  по ОВ-звездам в табл. 1.3.

Другой недостаток ОВ-звезд — сравнительно большая неопределенность лучевых скоростей  $\sim 10$  км/с [31, 146], близкая к истинной („космической“) дисперсии скоростей этой подсистемы.

Исходя из разброса различных калибровок ОВ-звезд [77], будем считать систематическую неопределенность измерения  $R_0$  по этим ОО равной  $0^m.5$ , что согласуется с оценкой в [223].

*Области Н II и подобные им объекты*

Области ионизованного водорода как ОО имеют некоторые преимущества перед одиночными ОВ-звездами: 1) даже очень удаленные области Н II легко идентифицировать при визуальном осмотре снимка [183]; 2) расстояния до них имеют в среднем меньшую внутреннюю неопределенность —  $\gtrsim 0^m 3$  (см. [252], а также третью главу диссертации); 3) для них можно получить точные лучевые скорости из радионаблюдений. Поэтому данные об областях Н II часто привлекаются для кинематических исследований Галактики на больших масштабах, особенно для построения кривой вращения в ее внешней части [26, 85, 88, 89, 103, 105, 131].

Расстояния до областей Н II определяются по фотометрии возбуждающих звезд ранних типов. При этом применяют следующие способы:

1. Усреднение расстояний до индивидуальных звезд с известными МК-классами; расстояния до звезд находятся в предположении некоторой калибровки абсолютная величина - МК-класс: например, [103, 136, 168].
2. Совмещение с принятой начальной ГП (ZAMS fitting): например, [88, 183].
3. Сопоставление с принятым набором изохрон [252]. Дает одновременно оценку расстояния до звездной группы и оценку ее возраста.

Массовыми являются два первых способа. Из них второй имеет бóльшую внутреннюю точность (нет дискретности калибровки, не требуется спектральная классификация звезд). Применение этого способа к большому числу областей Н II (Моффат и др., 1979 [183]) стало большим шагом вперед и стимулировало кинематические работы по этим объектам (см. [133]). Однако принадлежность некоторых возбуждающих звезд к классам светимости I–IV должно систематически занижать оценки расстояний, полученные таким образом. Поэтому первый способ, учитывающий, в принципе, класс светимости, остался популярным (см., например, мотивацию в [103]). Вместе с тем, обычной практикой при его применении является предположение, что звезды с неизвестным классом светимости принадлежат ГП [136, 168, 170, 183], а это также должно приводить к занижению расстояний. Третий способ — естественное развитие второго; он дает наиболее надежные результаты как в случайном смысле, так и в систематическом (непосредственно учитывается звездная эволюция).

Уменьшение светимостей гигантов и сверхгигантов на  $\sim 0^m 3$  в последних калибровках, о котором говорилось в предыдущей секции, непосредственно затрагивает лишь первый способ. По выборочным подсчетам (для данных [103, 136, 170, 183, 252]) доля классов светимости I–IV среди звезд, по которым находились расстояния, составляет  $\sim 30\%$ . Следовательно, расстояния по звездам с известными МК-классами должны быть сокращены в среднем на  $\sim 0^m 09$ . С другой стороны, приписывание всем звездам класса V во втором и, частично, в первом способах требует коррекции в сторону увеличения расстояний: так, для спектрального класса B0, близкого к среднему для этих звезд, в предположении долей классов светимостей по тем же подсчетам — 5.6% для I, 1.9% для II, 13.6% для III, 9.3% для IV — и калибровки [38] занижение составляет  $0^m 21$ . Поскольку поправки разных знаков требуются в сопоставимом числе случаев, принятие более слабых светимостей гигантов и сверхгигантов по калибровкам [38, 77] не означает необходимости сокращать значения  $R_0$ , полученные по областям Н II; скорее, может

идти речь об их увеличении на  $\sim 0^m 1$ . Этот вывод подтверждается результатами выполненного Заболотских и др. (2002) [26] согласования со шкалами звезд плоской составляющей, откалиброванными методом статистических параллаксов по данным Hipparcos. Такое согласование способом сравнения первых производных угловой скорости дает оценки коэффициента, на который нужно поделить расстояния до областей Н II и отражающих туманностей в каталоге [89] (он используется и в настоящей диссертации),  $0.95 \pm 0.07$  для  $R_0 = 7.5$  кпк и  $0.90 \pm 0.08$  для  $R_0 = 8.5$  кпк. Т.к. эти поправки значимо от единицы не отличаются, оценки  $R_0$  по данному типу ОО в табл. 1.3 не корректировались (как и в обзорах [124, 223]).

Лучевые скорости для областей Н II измеряют следующими способами:

1. По лучевым скоростям возбуждающих звезд. Это наименее точный способ:  $\sigma_{V_r} \sim 7$  км/с [252].
2. По оптическим рекомбинационным линиям (обычно наблюдают самую сильную —  $H\alpha$ ) с точностью  $\sim 3$  км/с [132].
3. По рекомбинационным радиоточкам ( $H109\alpha$ ,  $H112\alpha$ ,  $H125\alpha$  и др.). Средняя случайная ошибка  $\sim 1$  км/с (см. [105], а также ссылки в [132]).
4. По эмиссионным (радио)линиям CO со средней точностью  $\sim 1$  км/с [86].

Радионаблюдения обеспечивают высокую внутреннюю точность измерений и поэтому, при прочих равных, предпочтительнее. В отношении систематических ошибок ситуация не так однозначна. Большинство областей Н II связаны с молекулярными облаками, причем последние почти всегда являются наиболее массивной компонентой таких газовых комплексов; поэтому CO-скорости можно с высокой степенью точности отнести к центру масс комплексов. Скорости же по рекомбинационным линиям (способы 2 и 3) могут быть смещенными за счет истечения ионизованного газа с поверхности молекулярных облаков, т.е. быть меньше истинных в среднем на 1.5–4 км/с [86, 132]. Поэтому иногда при отсутствии CO-скоростей предпочитают использовать скорости по звездам (способ 1), а не по рекомбинационным линиям [252]. Появление CO-наблюдений примерно на порядок улучшило точность измерения лучевых скоростей центров масс комплексов области Н II/молекулярные облака [86]. Публикации каталогов CO-скоростей [86, 89, 131] еще больше повысили интерес к этим объектам.

Часто области Н II объединяют в одну выборку с объектами других типов, что может быть оправдано, если последние сходны с первыми по природе, возрасту и способам измерения расстояний и лучевых скоростей. Так, каталог [89] включает и отражающие туманности (никак их не отличая от областей Н II), а выборка [252] — звездные группы. Такое смешивание все же несколько снижает однородность выборки и, следовательно, надежность результатов.

Систематическая ошибка оценок  $R_0$  по областям Н II и подобным объектам принята равной  $0^m 4$  — средней неопределенности калибровок ГП (рис. 9 в [77]). Здесь учтены два обстоятельства. Во-первых, оценки  $R_0$  по ОО этого типа в большей степени, чем в случае одиночных ОВ-звезд, зависят от калибровки начальной ГП (НГП), а не от калибровок классов светимости I–IV. Во-вторых, каталог расстояний до областей Н II Блитца и др. (1982) [86], данные которого использовались во всех определениях  $R_0$  по этим ОО, вошедших в настоящий обзор (табл. 1.3), является компиляцией работ, основанных на разных калибровках (см. [131]). Создаваемый такой неоднородностью „шум” должен увеличивать формальную ста-



статистическую ошибку результата, которая, таким образом, уже отчасти учитывает неопределенность калибровок. Последнее, как можно ожидать, в некоторой степени компенсирует неучет для части оценок расстояний более высокой неопределенности калибровок гигантов и сверхгигантов.

### *Рассеянные скопления*

Расстояния до рассеянных скоплений (РС) также определяются методом совмещения с принятой НГП; средняя внутренняя точностью этих оценок  $\sim 0^m 1-0^m 3$  [37, 146]. Как отмечалось ранее, калибровки звезд ГП в целом не ставятся под сомнение, поэтому, можно ожидать, что и шкалы РС не нуждаются в серьезной корректировке. Действительно, сопоставление с тригонометрическими параллаксами Hipparcos показало хорошее согласие „в среднем” с фотометрическими расстояниями [38]. Сомнения в надежности последних, возникшие после первых определений расстояний до РС по данным Hipparcos, видимо, следует переадресовать системе параллаксов Hipparcos, которая может приводить на масштабах  $1^\circ-2^\circ$  к систематическим ошибкам, заметно превышающим ошибку глобального нуля-пункта [37, 223]. Средние поправки к конкретным недавним шкалам РС, полученные по данным Hipparcos, оказались разных знаков (ср. результаты [37] и [26, 55]). Поэтому, принимая, что шкалы РС в среднем не требуют значительной коррекции, мы не исправляем и оценку  $R_0$  по РС [9] в табл. 1.3. Систематическую ошибку за счет неопределенности калибровки НГП, как и для областей Н II, положим равной  $0^m 4$ , что согласуется с величинами поправок к шкалам в [26, 55].

Лучевые скорости РС определяются по скоростям входящих в них звезд. Точность для молодых РС, как и для одиночных ОВ-звезд, невелика — 5–10 км/с [146].

### *Красные сверхгиганты*

В [146] эти звезды были использованы для оценивания  $R_0$ . Возможно, они являются перспективным типом ОО. Расстояния до них можно определить по ИК-фотометрии с внутренней точностью  $\sim 0^m 2$ , а гамма-скорости — с ошибкой 1–3 км/с (см. ту же работу).

### *Облака ОН*

Колесник и Юревич (1983) [28] обнаружили, что некоторая комбинация параметров линий поглощения ОН на частотах 1665 и 1667 МГц линейно возрастает с гелиоцентрическим расстоянием. Они предложили использовать эту зависимость для нахождения расстояний до молекулярных облаков, объяснив ее существование условиями формирования линий в облаках и эффектом диаграммы направленности радиотелескопа. Внутренняя точность оценок — 15–50%. На основании этих результатов облака ОН были использованы как ОО для определения  $R_0$  и других приложений [29, 31]. Поскольку указанная зависимость калибровалась в [28] по расстояниям до областей Н II, систематика шкал последних перешла и в шкалу облаков ОН. Кроме того, последняя может содержать и собственные систематические ошибки. На это, возможно, указывает форма кривой вращения по

этим объектам, особенно необычная в I квадранте: там линейная скорость вращения растет почти линейно на промежутке расстояний от ЦГ  $R = 1 \div 13$  кпк со средним наклоном  $\sim 20$  км/с/кпк [63, рис. 4], что соответствует вращению близкому к твердотельному, а не дифференциальному.

Систематическая ошибка  $R_0$  по этим ОО принята равной  $0^m.7$ , что складывается из ошибки калибровки НГП  $0^m.4$  и ошибки калибровки шкалы ОН по областям Н II  $\sim 0^m.5 \div 0^m.6$  [28]. Оценка [29] по облакам ОН в табл. 1.3 не корректировалась, как и в случае областей Н II.

### *Рентгеновские источники*

Для оценивания  $R_0$  использовались теоретические расстояния до этих объектов (табл. 1.6).

**Барстеры.** Представляют собой нестационарные рентгеновские источники, показывающие кратковременные взрывы. Их подсистема по пространственному распределению напоминает дисковую подсистему ШС — барстеры концентрируются к центру Галактики и к ее плоскости. (Заметим, что к этой подсистеме ШС, как правило, относятся скопления, содержащие барстеры.) Такое распределение дало основание применить к данным о барстерах метод Шепли [121]. При этом вопрос о наблюдательной селекции для этих объектов не обсуждался, но вряд ли она велика. Если последнее верно, барстеры могут стать перспективным типом ОО при условии, что удастся увеличить их статистику и уточнить их шкалу расстояний. В принципе, шкалу можно откалибровать по ШС и тем самым перевести измерения  $R_0$  по барстерам в класс относительных.

**Источник Cyg X-3.** Этот объект мог быть использован как опорный [184] не только благодаря калибровке светимости на эддингтоновский предел, но и потому, что на фоне непрерывного радиоконтинуума Cyg X-3 в абсорбции наблюдаются линии на волне 21 см от облаков Н I. Последний факт позволяет оценить лучевую скорость объекта и соответствующее ей кинематическое расстояние до него в единицах  $R_0$  в предположении некоторой модели вращения Галактики. Видимо, аналогичную процедуру можно применить и к другим подобным источникам. Однако их перспективы как ОО неясны. Оценки лучевой скорости по спектру поглощения подвержены большим систематическим ошибкам и, как правило, дают лишь нижний предел расстояния (см. [118]). Необходимость принятия модели вращения вносит дополнительные ошибки как из-за дисперсии скоростей, так и за счет возможных отклонений от этой модели закона вращения подсистемы источников типа Cyg X-3. В качестве реперного можно было бы использовать вращение Н I, но если относительно него эти источники имеют большой асимметричный сдвиг, то это даст заметную систематическую ошибку  $R_0$ . До появления значительной статистики таких объектов определить величину сдвига, по-видимому, нельзя.

Моделирование отклонений от эддингтоновских атмосфер для нейтронных звезд показало, что систематическая неопределенность расстояний до них, найденных по рентгеновским светимостям, может достигать по крайней мере 15% (см. [223]). Примем систематическую ошибку оценивания  $R_0$  по рентгеновским источникам равной  $0^m.3$ .

### Скопления мазерных источников

Скопления источников мазерного излучения  $\text{H}_2\text{O}$  возникают в областях звездообразования. Под воздействием мощного звездного ветра от очень молодой массивной звезды или нескольких таких звезд скопление может быстро расширяться (со скоростью до 100 км/с и выше). Иногда обнаруживается и вращение скопления со скоростью  $\sim 10 \div 20$  км/с [148, 186, 225]. Собственные движения и лучевые скорости отдельных мазерных источников в скоплении могут быть измерены. Сопоставление этих данных в рамках принятой кинематической модели скопления дает абсолютную оценку расстояния. Ограничение на его точность, неустранимое при фиксированном числе мазеров в скоплении, налагает дисперсия скоростей мазеров, которая составляет  $\sim 15$  км/с и может быть сопоставима со скоростями расширения и сжатия скопления [148]. В последнем случае для получения удовлетворительной точности требуются данные для большого числа мазерных деталей (в [148] внутренняя ошибка  $\sim 10\%$  достигается при  $N_d = 105$ ). Точность также ограничивается неоднородным распределением мазеров относительно возбуждающей звезды. Так, в Sgr B2(North) центр расширения оказался сбоку от области, для которой есть данные [225].

В случаях, когда движения мазерных источников носят хаотический характер (видимо, из-за сложного взаимодействия звездного ветра с плотностными неоднородностями [142]) применяют метод сопоставления радиальной и трансверсальной дисперсий скоростей.

Общая неопределенность абсолютных расстояний в обоих методах вряд ли меньше  $\sim 20\%$  (см. секцию 1.1.6).  $R_0$  по скоплениям мазеров измерялось лишь как расстояние до центрального объекта (Sgr B2) и весьма ненадежным кинематическим методом ( $B_1$ ). В каждом случае результат основывался на единственном ОО (см. табл. 1.7). Все это делает оценки  $R_0$  по данным объектам пока не очень надежными. Дальнейшая перспектива у этого типа ОО может быть, если удастся найти другие скопления мазеров (в ЦГ и вне его) и выполнить для них нужные наблюдения. Класс кинематических оценок  $R_0$  по этим ОО можно было бы поднять (по крайней мере до  $B_3$ ), используя вращение Н I. Однако даже для молодой подсистемы отклонения от закона вращения Н I могут быть велики (в четвертой главе будет показано, что это имеет место для облаков CO). Проверить, так ли это для скоплений мазеров, и внести соответствующую поправку невозможно, не имея значительной выборки этих объектов.

### *К- и М-гиганты в галактическом балдже*

Абсолютное расстояние до центроида этих звезд в окне Бааде можно оценить способом сопоставления дисперсий лучевых скоростей и собственных движений [160] (см. секцию 1.1.6). В данном случае этот центроид и является единственным опорным объектом (расстояние известно только до него, а не до отдельных звезд). Здесь ключевое предположение при определении ОР — изотропия орбит в балдже. По-видимому, это предположение неверно, поскольку имеются многочисленные свидетельства о бароподобной структуре балджа (например, [84, 140]). Учет этого факта для корректного вычисления ОР и пересчета его в  $R_0$  (см. с. 38) требует предварительного принятия фазовой модели бара, что резко усложняет задачу и вводит зависимость от модельных предположений.

Кроме того, не ясно, существует ли эффект селекции по отдельности для

звезд с собственными движениями и для звезд с лучевыми скоростями — насколько распределения звезд этих двух групп вдоль луча зрения следуют распределению всех звезд? Если, например, собственные движения преимущественно известны для звезд переднего фона, то это даст дополнительное смещение оценок  $OR$  и  $R_0$ . Видимо, невозможно выяснить этот вопрос, не зная расстояний до отдельных звезд.

Исходя из сказанного, измерение  $R_0$  по центроиду гигантов балджа пока вряд ли следует считать надежным. Перспективы его дальнейшего совершенствования не очевидны.

### *Звезды ОН/ИК*

Эти звезды, находящиеся на поздних стадиях эволюции, образуют экстремальный класс красных гигантов и сверхгигантов. Они наблюдаются в микроволновом радио- и ИК-диапазонах. Благодаря наличию вокруг ОН/ИК-звезды тонкой оболочки — источника мазерного излучения ОН — расстояние до нее можно оценить абсолютным способом. Наиболее сильное мазерное излучение приходит от ближней и дальней сторон оболочки. Поскольку последняя расширяется, то в спектре на  $\lambda = 18$  см пики излучения от этих двух сторон удалены друг от друга на 20–40 км/с. Большинство звезд данного типа являются долгопериодическими переменными, что приводит и к переменности оболочки. Существование фазового лага между вариациями интенсивности излучения от ближней и дальней сторон оболочки позволяет оценить ее линейный диаметр. Угловой диаметр измеряется методом радиоинтерферометрии. Сопоставление этих двух диаметров дает расстояние (историю вопроса см. в [155, 223]).

Многие ОН/ИК-звезды находятся вблизи ЦГ, но использовать их для пространственного измерения  $R_0$  (табл. 1.7), по-видимому, нельзя из-за трудностей измерения в этой области угловых диаметров их оболочек (см. [223]). Но на удалении от ЦГ сравнительно высокая точность расстояний до ОН/ИК-звезд ( $\geq 10\%$ ) дает возможность кинематических измерений  $R_0$  (табл. 1.7). Поскольку таких звезд известно по крайней мере несколько десятков, это делает их перспективным типом ОО. Пока число ОО невелико, применять кинематические методы классов С и D вряд ли осмысленно. Сравнение же с вращением Н I (класс  $V_3$ ) может дать систематическую ошибку из-за асимметричного сдвига.

---

Измерения  $R_0$ , которые рассматривались до сих пор и для которых дана классификация на с. 22–25, можно условно назвать *прямыми*. Их объединяют два признака:

1. Оценка  $R_0$  основывается либо на измерениях расстояний до астрономических объектов (практически всегда), либо на динамическом измерении локальной плотности, характеристике производной от расстояния (в единственном методе [110]).
2. Оценка  $R_0$  получается в результате непосредственного решения задачи моделирования (пространственного, кинематического, динамического и др.).

Существует, однако, небольшой класс измерений  $R_0$ , не отвечающих обоим этим признакам или одному из них. Назовем такие измерения *косвенными*. Они рассматриваются в следующей секции.

### 1.1.8. Косвенные измерения

В этом классе величина  $R_0$  находится из сопоставления других галактических постоянных, которые считаются известными. В отличие от прямых измерений  $R_0$  опорные расстояния здесь не используются в принципе или могут быть не использованы. Кроме того, в косвенных методах задача моделирования непосредственно при определении  $R_0$  не рассматривается, поскольку в этом случае входными данными служат не данные наблюдений, а значения галактических постоянных (моделирование выполнялось на стадии оценивания последних). Нахождение  $R_0$  путем сопоставления других постоянных обычно сопровождается некоторым абстрагированием от конкретного метода их получения, в том числе и от деталей моделирования (часто используют результаты, полученные в других работах другими авторами), что является источником больших систематических ошибок и даже недоразумений.

В литературе встречаются два метода, которые можно отнести к косвенным:

1. *Сопоставление величины  $AR_0$  по данным о вращении НГ с величиной  $A$  по оптическим объектам:  $R_0 = AR_0/A$  [76, 178, 179].* Ситуация сильно различается в зависимости от того, каким способом была найдена оценка  $A$ . По этому признаку можно выделить два вида измерений  $R_0$  этим методом.

- а) Использованная величина  $A$  получена по собственным движениям звезд ( $\mu$ ) [179]. В этом случае при  $r \ll R_0$ , где  $r$  — гелиоцентрическое расстояние, ОР вообще не требуются (во второй формуле Оорта для  $\mu_l$  нет члена с  $r/R_0$  [31]). На значительном удалении от Солнца ОР нужны, но зависимость результата от шкалы расстояний слабая (этот факт даже используется для калибровки шкал [26]).
- б) Использованная величина  $A$  получена по лучевым скоростям звезд ( $V_r$ ) [76]. В этом случае ОР необходимы, причем оценка  $A$  строго обратно пропорциональна масштабу шкалы расстояний.

Второй вид проигрывает первому из-за систематики ОР, но, с другой стороны, статистическая точность  $A$  по  $\mu$  обычно при прочих равных в 2–3 раза ниже, чем по  $V_r$  (см., например, результаты [54, 55]).

Общий недостаток метода „ $AR_0/R_0$ ” — необходимость использовать измерения  $A$  для близких окрестностях Солнца ( $r \ll R_0$ ), где  $A$  в первом приближении не зависит от  $R_0$ . Однако такие оценки  $A$  могут быть сильно искажены локальными кинематическими эффектами — расширением и деформаций локального поля скоростей [17], вращением Местной системы звезд [62]. Выявление и учет таких эффектов является очень сложной задачей.

Оценки же  $AR_0$  по НГ не являются локальными, по крайней мере в том же смысле. В случае получения величины  $AR_0$  по тангенциальным точкам она характеризует кинематику на  $R$  близких к  $R_0$  в узком круге радиусом  $R_0/2$  с центром в средней точке между Солнцем и ЦГ. Такая оценка  $AR_0$  также может быть искажена локальными аномалиями, но в общем случае иначе, чем оценка  $A$ , поскольку области, по которым они определены — разные. Если при нахождении  $AR_0$  использованы данные о вращении НГ по полному профилю линии 21 см, то такая оценка является усреднением по всем галактоцентрическим долготам, и она наименее подвержена искажениям от локальных потоков. К тому же, оценки  $AR_0$  и  $A$  относятся к разным галактическим подсистемам, которые могут иметь разные

Таблица 1.8. Косвенные измерения  $R_0$

Авторы	Год	Метод и данные	Оценка $R_0$ , кпк	Предположения и примечания
Балона и Фист [76]	1974	$AR_0/A$ : $A = 16.8$ по $V_r$ 600 ÷ 800 звезд О-B5: $ b  \leq 11^\circ$ , $0.5 < r < 2$ кпк	$8.0 \div 8.9$	$135 \leq AR_0 \leq 150$ [233]
Рид [222, стр. 41]	1989	$\theta_0/\omega_0$ : $\omega_0$ — по собственному движению Sgr A* [74]	$8.5 \pm 1.0$ <sup>1</sup>	$\theta_0 = 220$
Мерри-филд [179]	1992	$AR_0/A$ : $AR_0$ — по тангенц. точками и толщине слоя HI для $0.8 < R/R_0 < 1.2$	$7.9 \pm 0.8$	$A = 14.5 \pm 1.3$ [163]
Рид [223, стр. 361, 362]	1993	$\theta_0/\omega_0$ : $\omega_0$ — по собственному движению Sgr A* (см. [223])	$7.7 \pm 0.9$ <sup>2</sup>	$\theta_0 = 220$ . Пересмотр [222]
Рид [221, стр. 229]	1999	$\theta_0/\omega_0$ : $\omega_0$ — по собственному движению Sgr A* [73]	$5.9 \div 8.1$ <sup>3</sup>	$170 < \theta_0 < 240$ , $v_\odot = 12$ . Пересмотр [223]

<sup>1</sup>Результат пересмотрен Ридом (1993).

<sup>2</sup>Результат пересмотрен Ридом (1999).

<sup>3</sup>Для  $\theta_0 = 220 \pm 20$  км/с получается  $R_0 = 7.5 \pm 0.7$  кпк [220]. Более поздние уточнения собственного движения Sgr A\* в [75] и [224] соответствуют значениям  $R_0 \sim 7.7$  и  $8.1$  кпк.

кинематические особенности. Поэтому величины  $A$  по HI и по локальным звездам могут объективно не совпадать, по крайней мере в рамках цилиндрической модели вращения Галактики.

Отказ от локальности оценок  $A$  несколько смягчает проблему их искаженности, но вводит зависимость  $A$  от начального значения  $R_0$ . Тогда в случае  $A$  по  $V_r$  процедура становится близкой к прямым кинематическим методам класса  $E$ , но заведомо проигрывает им по систематике, т.к. в ней используются суррогаты данных (величины  $A$  и  $AR_0$ ), а не сами данные. Поэтому такой путь не имеет перспективы — лучше применять прямые методы. Осмысленно может быть использование нелокальной  $A$  по  $\mu$ , но только, если будет показано, что итеративный процесс получается сходящимся относительно  $R_0$ . Но, даже если это окажется так, тогда возможно построить прямой метод сопоставления наблюдательных данных, а не их суррогатов.

Заметим также, что вариации  $A$  с  $R$  из-за колебаний плотности хотя бы в газовой составляющей диска [197] делают крайне острой проблему согласования промежутков  $R$ , на которых выполняется усреднение данных при определении  $AR_0$  и  $A$ , и масштабов сглаживания (степеней свободы аппроксимирующих моделей). Это верно при использовании как локальных, так и нелокальных  $A$ .

Сказанное дает основание считать метод  $AR_0/A$  весьма ненадежным. Многие его проблемы естественно решаются при применении прямых методов.

2. Сопоставление угловой скорости вращения Местного стандарта покоя (МСП)  $\omega_0$ , определенной по собственному движению Sgr A\*, с линейной скоростью МСП  $\theta_0$ :  $R_0 = \theta_0/\omega_0$  [221–223]. Несмотря на кажущуюся простоту метода на его результат влияют многочисленные систематические факторы: систематика измерения положения Sgr A\* относительно внегалактических объектов [87], возможное движение этого источника относительно барицентра Галактики, зависимость результата от принимаемой вращательной компоненты пекулярной скорости Солнца. Однако главная проблема связана с  $\theta_0$ . Дело в том, что  $\theta_0$  определяется до-

вольно ненадежно, и наиболее прямым образом это делается как раз с помощью соотношения  $\theta_0 = R_0\omega_0$ , остальные методы еще более косвенные [163, 164] (см. также раздел 1.5). Поэтому некорректно считать величину  $\theta_0$  независимой от  $R_0$  и основывать на ней оценку последнего параметра. Отметим, что в литературе нет случаев (по крайней мере автору диссертации они не известны), когда частное  $\theta_0/\omega_0$  объявлялось бы оценкой  $R_0$  для  $\omega_0$ , найденного по собственным движениям звезд. Интересно, что М. Дж. Рид, применявший данный метод [222, 223], в последствии [224] рассматривал измерение собственного движения Sgr A\* как повод оценить  $\theta_0$ , а не  $R_0$ .

Таким образом, косвенные измерения  $R_0$  даже первым методом представляются слишком ненадежными, чтобы использовать их при выведении „наилучшего” значения  $R_0$  (ни в одном из  $R_0$ -обзоров [114, 124, 163, 222, 223] этот метод не был учтен). Второй метод вообще нельзя считать независимым определением  $R_0$ . К косвенным измерениям скорее следует относиться не как к оценкам  $R_0$ , а как к способу проверки согласованности значений разных галактических параметров и вообще наших представлений о Галактике.

Примеры косвенных измерений  $R_0$  приведены в табл. 1.8. Величина  $AR_0$  выражена в км/с.

## 1.2. Кривая вращения

Открытие Линдбладом и Оортом (1926/27) вращения Галактики (см. [133]) привело к появлению фундаментальной задачи построения ее кривой вращения. В общем случае под этим термином понимают зависимость линейной ( $\theta$ ) или, реже, угловой ( $\omega$ ) скорости вращения от расстояния до оси Галактики ( $R$ ). При этом либо имеется в виду скорость вращения в плоскости Галактики ( $Z = 0$ ), либо предполагается, явно или неявно, цилиндрическая модель ее вращения ( $\partial\theta/\partial Z = 0$ ). Заметим, что при отказе от такой модели и при рассмотрении областей вне галактической плоскости можно вводить и более общую зависимость  $\theta(R, Z)$  или  $\omega(R, Z)$  [11, 39], но „кривыми вращения” можно, видимо, назвать лишь ее сечения плоскостями  $Z = \text{const}$ .

Для определенности термином *кривая вращения* (КВ) будем в дальнейшем обозначать зависимость  $\theta(R)$ . Конкретный физический смысл понятия „кривая вращения” неоднозначен и зависит от характера задачи и данных (как и в случае понятия „центр Галактики”). Можно предложить по крайней мере два определения:

1. КВ — зависимость от  $R$  *круговой скорости вращения в плоскости Галактики*,  $\theta_c(R)$ .
2. КВ — зависимость от  $R$  *средней скорости вращения рассматриваемой подсистемы или некоторой совокупности подсистем Галактики*,  $\theta_a(R)$ . Усреднение производится и по галактоцентрической долготе, и по  $Z$ .

В динамических исследованиях Галактики, в частности, при построении модели распределения масс, требуется КВ в первом смысле. Однако из наблюдений определяется не она, а кривые  $\theta_a(R)$ . Кривая  $\theta_c(R)$  систематически отличается, строго говоря, от любой из них хотя бы за счет асимметричного сдвига, поскольку все галактические подсистемы имеют ненулевую дисперсию скоростей. В качестве приближения к  $\theta_c(R)$  используют кривые по низкодисперсионным

подсистемам, как правило, газовым (например, [179, 239]). Однако такие КВ могут быть заметно искажены некруговыми движениями (волнами плотности, ударными волнами в газе) [53, 177].

Кроме того, разные галактические подсистемы имеют в общем случае отличия в кинематике: асимметричный сдвиг зависит от величины дисперсии скоростей [79, 144], различается динамика газовой и звездной составляющих, эффекты от глобальных (спиральная волна плотности) и локальных потоковых движений (в образованиях типа Местной системы) зависят от возраста подсистемы. Поэтому кривые  $\theta_a(R)$ , найденные по разным данным, могут систематически отличаться друг от друга. Кроме этих *объективных* отличий есть и *субъективные*, которые возникают из-за разницы методов нахождения КВ и особенностей использованных данных. Во-первых, полученная КВ зависит от принятых предположений о характере галактической кинематики. Стандартным подходом является простое усреднение формальных скоростей вращения по азимуту и по  $Z$  в предположении чисто кругового цилиндрического вращения (например, [89, 105, 179]). Тогда возможные искажения от некруговых движений максимальны. В принципе, эти движения можно учитывать, непосредственно включая их в кинематическую модель, но это сильно усложняет задачу, и такие работы остаются редкими (см. [177] и ссылки в секции 1.1.2). Чаще лишь оценивают масштаб влияния некруговых эффектов на полученную КВ (например, [105, 172, 213]). Заметим, что эти учет и оценки зависят, в свою очередь, от предположений о некруговых движениях. Во-вторых, поскольку включить в модель все систематические некруговые движения сложно и вряд ли возможно (некоторые из них наверняка носят нерегулярный характер), КВ в общем случае определяется также тем, какую области Галактики представляют использованные данные о вращении и как они распределены по ней. Так, две группы данных, покрывающих одинаковый промежуток  $R$ , но разный промежуток азимутов, при прочих равных могут давать КВ, по-разному искаженные некруговыми движениями различных масштабов (см. зависимость  $\theta_a$  от азимута в [139]). Минимальных искажений следует ожидать в предельном случае, когда данные представляют все азимуты, — сглаживание и компенсация некруговых возмущений тогда наиболее эффективны. Различия между областями, представляемыми кривыми вращения, в свою очередь, связаны со способами получения этих кривых (см. ниже). В-третьих, модель КВ, рассматриваемая обычно как конечный результат, зависит от степени сглаженности реальной зависимости  $\theta_a(R)$ . Моделью служит, как правило, аналитическая аппроксимация данных о вращении (например, [89, 105, 131, 179]) или усреднение  $\theta_a$  в последовательных интервалах  $R$  [131, 234]. Даже при фиксированной базе данных одна модель может воспроизводить вариации  $\theta_a$  с  $R$ , а другая, наоборот, максимально их сглаживать (ср., например, [131] и [105]). Здесь мы снова сталкиваемся с проблемой выбора представления закона вращения, которая уже затрагивалась при обсуждении кинематических методов определения  $R_0$  (секция 1.1.2). Вряд ли можно предложить универсальное ее решение, поскольку выбор зависит от комбинации факторов: 1) значимости вариаций  $\theta_a$  с  $R$ , 2) их физической интерпретации и 3) характера исследований, которые предполагается выполнить на основе полученной КВ. Так, при крупномасштабном динамическом моделировании Галактики локальные аномалии являются помехами, и исходная КВ может их не воспроизводить. На практике в таких работах детали КВ обычно игнорируются вне зависимости от их физической природы и значимости (например, [34, 179, 236, 239]). С другой сто-



роны, при нахождении кинематических расстояний по КВ, наоборот, желательно, чтобы она воспроизводила все значимые детали реальной зависимости  $\theta_a(R)$ . В следующих главах проблема сглаженности модели вращения еще будет рассматриваться, в основном, применительно к задаче определения  $R_0$ .

Непосредственно из наблюдений находятся не зависимости  $\theta(R)$  (здесь и в дальнейшем индекс „а” опущен), а функция Камма (ФК) [96]

$$\Omega(R) \equiv R_0[\omega(R) - \omega_0], \quad (1.1)$$

где  $\omega_0$  — угловая скорость вращения Местного стандарта покоя (МСП). Существует два принципиальных способа получения  $\Omega(R)$  и, следовательно,  $\theta(R)$ :

I. По отдельным галактическим объектам, для каждого из которых имеются независимые измерения гелиоцентрической лучевой скорости ( $V_r$ ) и гелиоцентрического расстояния ( $r$ ). Один такой объект определяет одну точку  $(R, \Omega)$ : в предположении осесимметричного вращения

$$\Omega = \frac{V_r'}{\sin l \cos b}, \quad (1.2)$$

где  $V_r'$  — приведенная к МСП лучевая скорость объекта,  $l$  и  $b$  — его галактические долгота и широта;

$$R = \sqrt{R_0^2 + r^2 \cos^2 b - 2R_0 \cos b \cos l}. \quad (1.3)$$

Исторически этот метод первый (Камм, 1938 [96], см. также [31, с. 97]). Он позволил исследовать вращение Галактики на значительном промежутке  $R$ : от  $\sim 0.5R_0$  до  $\sim 2R_0$ . Однако поскольку необходимые данные имеются, как правило, лишь для сравнительно близких к Солнцу объектов, получаемые таким образом ФК представляют обычно локальный галактоцентрический сектор.

II. Анализ излучения диффузной (газовой) среды, как класс методов построения ФК появился благодаря открытию и систематическим наблюдениям излучения Н I в линии 21 см в 50-х гг. XX в. (см., например, [53, 133]).

1. *Использование тангенциальных точек* — первый и самый простой из этих методов; он применялся к данным об излучении не только Н I, но и СО (например, [91, 105]). Если  $\Omega$  монотонно убывает с  $R$ , тангенциальной точке соответствует максимальная скорость  $V_r'$  в профиле линии. Тогда для профиля на долготе  $l$  в предположении осесимметричного вращения

$$\Omega = V_r' / \sin l, \quad (1.4)$$

$$x \equiv R/R_0 = |\sin l|. \quad (1.5)$$

Таким образом, в каждом профиле используется только одна (тангенциальная) точка. Полученная по этим точкам функция  $\Omega(x)$  представляет часть галактического диска в тонком и узком кольце со средним радиусом  $R_0/2$  и с центром посередине между Солнцем и ЦГ. Хотя метод применим только во внутренней Галактике ( $R < R_0$ ), он стал большим достижением. В дальнейшем внутренние КВ на  $0.25 \lesssim x \lesssim 1$  строились, главным образом, по тангенциальным точкам (например, [89, 105, 131, 233]). О систематике метода см. [53].

В принципе, имеется способ распространения КВ по тангенциальным точкам на область  $R > R_0$  в предположении экспоненциальной зависимости поверхностной плотности Н I от радиуса,  $\Sigma(x) = \Sigma_0 \exp(-\alpha x)$ . Свободный параметр  $\alpha$  определяют при помощи тангенциальной КВ. Принимая, что закон  $\Sigma(x)$  одинаков во внутренней и внешней Галактике, используют его для определения ФК для  $R > R_0$  по профилям линии 21 см (см. [133]). Однако предположения о законе  $\Sigma(x)$  вносят существенные систематические ошибки — в последствии оказалось, что реальный закон  $\Sigma(x)$  сильно отличается от экспоненциального [79, 197]. В любом случае такой подход проигрывает методам анализа полного профиля линии 21 см, которые позволяют одновременно находить значения  $\Sigma(x)$  и  $x$  [или  $\Sigma(x)$  и  $\Omega$ ].

2. Методы анализа полных профилей линии 21 см были предложены Т. А. Агекьяном и др. (1962, 1964) [3, 4], а затем развиты И. В. Петровской с соавторами (см. ссылки в обзоре [53] и более поздние работы [20, 39, 177, 211, 249]). В этих методах либо фиксируются значения ФК  $\Omega_*$  и для них находят соответствующие величины относительных галактоцентрических расстояний  $x_*$ , либо, наоборот, фиксируются  $x_*$ , а находят  $\Omega_*$ . Для каждого значения  $\Omega_*$  или  $x_*$  анализ выполняется по всем профилям тех направлений  $l$ , которые пересекают соответственно линию  $\Omega = \Omega_*$  или круг  $x = x_*$ . Методы весьма сложны, но позволяют избежать определенной субъективности метода тангенциальных точек (см. [53]) и применимы во всей Галактике (на  $0.4 \lesssim x \lesssim 2$ ), а не только в ее внутренней части. Кроме того, при таком анализе данные о вращении усредняются по всем галактоцентрическим долготам (кроме близких к линии Солнце–ЦГ, т.к. промежутки долгот  $|\sin l| < \sin 15^\circ$  обычно исключаются). Поэтому КВ, полученные этими методами наименее искажены некруговыми движениями. Применительно ко внешней Галактике ( $R > R_0$ ) эти методы стали важной альтернативой способа I (который долго не давал надежных результатов), но, к сожалению, не приобрели большой известности. Между тем, методы анализа полных профилей не связаны жестко с простыми модельными предположениями и допускают, например, учет изгиба водородного слоя [20] и центрального расширения Галактики [11], а также решение таких сложных задач как изучение спиральной структуры [177] и исследование вращения вне плоскости  $Z = 0$  [11, 39].

3. Метод определения ФК по толщине слоя Н I во внешней Галактике предложен Меррифилдом (1992) [179]. Метод основан на наблюдаемом эффекте синусоподобной зависимости от  $l$  угловой толщины этого слоя. Фиксируются узкие промежутки  $\Omega$ , для каждого из которых находится значение  $x$ , наилучшим образом восстанавливающее осевую симметрию соответствующего цилиндрического среза слоя Н I. Метод применялся для промежутка  $1 < x < 2.5$ . Для самой внешней части Галактики ( $x \gtrsim 2$ ) он является, по видимому, наиболее надежным (см. анализ его систематики в [158]). В методе Меррифилда, как и в методах II.2, происходит азимутальное сглаживание данных о вращении, поэтому он также дает КВ, слабо искаженную локальными возмущениями: в [179] отмечается надежность результатов по всей Галактике в отличие от результатов по отдельности для полусфер  $l < 180^\circ$  и  $l > 180^\circ$ . Возможность отказа в этом методе от предположения об осевой симметрии пока не рассматривалась.

Факт того, что способы I и II дают, соответственно, ФК  $\Omega(R)$  и  $\Omega(x)$ , позво-

ляет находить  $R_0$  кинематическим методом класса  $E$ , т.е. путем сопоставления этих функций.

Для перехода от ФК к КВ  $\theta(R)$  необходимо задать две постоянные —  $R_0$  и  $\omega_0$ :

$$\theta(R) = R(R_0) \left[ \frac{\Omega(R)}{R_0} + \omega_0 \right]. \quad (1.6)$$

Здесь в случае способа I зависимость  $R(R_0)$  определяется выражением (1.3), в случае способа II —  $R = xR_0$ . Однако для построения КВ  $\theta(x)$  методами II можно задать лишь комбинацию этих постоянных — линейную скорость вращения МСП  $\theta_0 = R_0\omega_0$ :

$$\theta(x) = [\Omega(x) + \theta_0] x. \quad (1.7)$$

Закон  $\theta(x)$  определяет форму КВ Галактики, поэтому по нему также можно выполнять динамическое моделирование, но получить абсолютные величины плотностей и масс можно только по кривой  $\theta(R)$ . К тому же, величина  $\theta_0$  находится лишь косвенными методами (раздел 1.5).

Предположения о величинах  $R_0$ ,  $\omega_0$  или  $\theta_0$  очень сильно воздействуют на КВ. Влияние двух последних постоянных не зависит от способа получения КВ. Увеличение  $\omega_0$  или  $\theta_0$  при фиксированном  $R_0$  сдвигает КВ в целом вверх и разворачивает ее против часовой стрелки, т.е. делает более возрастающей (см., например, рисунки в [158, 180, 197]). При этом изменение линейной скорости  $\Delta\theta(R) = \Delta\theta_0 \frac{R}{R_0} = \Delta\omega_0 R$ , где  $\Delta\theta_0$  — изменение  $\theta_0$ ,  $\Delta\omega_0$  — изменение  $\omega_0$ . Влияние  $R_0$  на КВ зависит от способа получения последней и от того, какая из других постоянных,  $\omega_0$  или  $\theta_0$ , фиксируется. При способе I и фиксированной  $\omega_0$  увеличение  $R_0$  смещает кривую  $\theta(R)$  в целом вверх и вправо, а также увеличивает ее наклон на  $R > R_0$ , но в  $\sim 2$  раза слабее, чем пропорциональные изменения  $\omega_0$  или  $\theta_0$ . При этом КВ деформируется, поскольку производная  $\frac{d\theta}{dR}$  с ростом  $R_0$  растет на  $R > R_0$ , где  $\Omega < 0$ , но уменьшается на  $R < R_0$ , где  $\Omega > 0$  [см. формулу (1.6)]. При том же способе получения КВ и фиксированной  $\theta_0$  кривая  $\theta(R)$  с увеличением  $R_0$  в целом смещается лишь вправо, но по ординате в целом не смещается. В этом случае КВ также деформируется, но ее наклон снижается: т.к.  $R/R_0 \rightarrow 1$  при  $R_0 \rightarrow \infty$ , то с ростом  $R_0$  скорость  $\theta$  уменьшается при  $R > R_0$  и увеличивается при  $R < R_0$  [см. формулы (1.3) и (1.6)]. Однако при этом изменение наклона КВ в несколько раз меньше, чем при пропорциональных вариациях  $\theta_0$ . Если КВ получена способом II, то при фиксации  $\theta_0$  кривая  $\theta(x)$  вообще не зависит от  $R_0$ , а при фиксации  $\omega_0$  эффект от изменения  $R_0$  эквивалентен пропорциональным изменениям  $\theta_0$ .

В любом случае выбор величин постоянных, особенно  $\theta_0$  или  $\omega_0$ , во многом определяет форму КВ. Путем их варьирования в разумных пределах по одним и тем же данным можно получить и растущую, и плоскую, и убывающую КВ (например, [197]). Опубликованные КВ гораздо больше отличаются друг от друга вследствие разного выбора постоянных, чем из-за разницы в данных (ср., например, [103, 172]). Видимо, отчасти этим объясняется то, что другим причинам систематических различий между КВ, о которых говорилось выше, уделялось мало внимания. Все это делает корректный выбор постоянных важной проблемой в задаче построения КВ. Обычно вместе с  $R_0$  фиксируют  $\theta_0$ , а не  $\omega_0$ , хотя последнее более обосновано:  $\omega_0$  может быть измерена непосредственно, а  $\theta_0$  — нет.

КВ, полученные I и II способами, имеют и другие важные отличия, помимо упомянутых выше.

Способ I требует знания опорных расстояний (ОР), и все проблемы, связанные с их определением для каждого типа объектов (см. секцию 1.1.7), становятся проблемами и этой задачи. Так, изменение масштаба (нуль-пункта) шкалы расстояний приводит к деформации КВ и изменению ее среднего наклона. Поскольку производная

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{\cos b}{R}(r \cos b - R_0 \cos l) \quad (1.8)$$

положительна вне тангенциального круга  $r \cos b \leq R_0 \cos l$  и отрицательна внутри него, увеличение значений  $r$  при  $R > R_0$  безусловно приводит к росту  $R$  и  $\theta$ , а при  $R < R_0$  обычно для большинства объектов, если рост  $r$  умеренный, — наоборот, к уменьшению  $R$  и  $\theta$ . Поэтому с удлинением шкалы (уярчением нуль-пункта) КВ становится более возрастающей и более монотонной, а с укорочением шкалы КВ в окрестностях точки  $(R_0, \theta_0)$  поворачивается по часовой стрелке и деформируется — увеличиваются „горб” на  $R < R_0$  и „прогиб” на  $R \gtrsim R_0$  при сохраняющемся росте на больших  $R$ . *Чтобы избежать искажений КВ из-за ошибки нуль-пункта функцию  $\Omega(x)$  необходимо строить для значения  $R_0$ , соответствующего принятой шкале ОР* (фактически такой подход применен к данным о вращении подсистемы дисковых планетарных туманностей в [191]).

Другой важной проблемой, связанной с ОР, является влияние на КВ радиального градиента металличности в Галактике [131, 133], из-за которого может быть некорректным применение одинаковой калибровки к опорным объектам, находящимся на разных  $R$  (последнее является стандартной практикой). Учет градиента уменьшает ОР во внешней Галактике и может превратить возрастающую КВ в плоскую [159, 213, 252]. Однако это верно, только если светимость ОО действительно снижается с уменьшением металличности. Установление же такой зависимости является отдельной сложной задачей, не решенной надежно по крайней мере для некоторых типов ОО (например, для классических цефеид [242, с. 206]).

Кроме того, к систематическому смещению КВ могут привести и случайные ошибки ОР, поскольку величина  $r$  экспоненциально зависит от модуля расстояния  $d$ . Если нормально распределены ошибки  $d$ , то должно происходить завышение в среднем  $r$  и, следовательно,  $R$  и  $\theta$  во внешней Галактике и занижение — во внутренней, что приводит к фиктивному повышению общего наклона КВ [213]. Однако для учета эффекта требуется надежная оценка случайной неопределенности  $d$ .

Поскольку способ II не основан на ОР, полученные им КВ не имеют этих недостатков. Хотя КВ типа II зависят от предположений о дисперсии скоростей в газовой подсистеме [158], это представляет гораздо меньшую проблему, чем использование ОР.

Способ II применим только к тонким, газовым, подсистемам диска. Способ I — к произвольной подсистеме ОО с нужными данными: классическим цефеидам [23, 94, 146, 212, 213], областям H II/молекулярным облакам [89, 103, 131], рассеянными скоплениям [9, 146], планетарным туманностям [234], углеродным звездам [232], облакам ОН [29, 63] и другим. При прочих равных статистическая точность КВ типа I зависит от дисперсии скоростей в подсистеме ОО.

В принципе возможен и третий способ определения КВ — по собственным движениям и ОР. Однако поскольку собственные движения имеются лишь для сравнительно близких объектов, этот способ не актуален.

### 1.3. Постоянные $A$ и $AR_0$

Постоянная  $A$  введена Я. Оортом (1927) [199] как обозначение коэффициента пропорциональности в линейных моделях дифференциального вращения Галактики для полей лучевых скоростей и собственных движений в окрестностях Солнца. В общем случае

$$A(R) \equiv -\frac{1}{2}R\omega'(R). \quad (1.9)$$

Эта зависимость, называемая иногда *функцией Оорта*  $A(R)$ , в реальных приложениях, подобных [197], рассматривается редко. Обычно требуется лишь значение этой функции на  $R = R_0$

$$A \equiv A(R_0) = -\frac{1}{2}R_0\omega'(R_0), \quad (1.10)$$

которое и имеют ввиду под термином *постоянная Оорта*  $A$ .

Согласно (1.9) и (1.10), величина  $A$  характеризует в некоторой точке закон вращения Галактики. Поэтому проблемы, связанные с определением постоянной  $A$ , являются общими с некоторыми проблемами построения КВ. Оценки  $A$  по разным данным могут систематически отличаться из-за несовпадения принятых в работах общих предположений о галактической кинематике, из-за различий в кинематике разных подсистем, из-за того, что данные представляют разные области Галактики, и по другим причинам. Осмысленно различать оценки  $A$  по тому, в какой степени они *глобальные* (или, наоборот, *локальные*). Здесь можно подразумевать: 1) различие промежутков  $R$  и галактоцентрических долгот, которые представляют данные, тогда самой „глобальной” оценкой был бы результат по всей Галактике, в том числе по всем азимутам; и 2) различие степени сглаживания закона вращения, тогда самой „глобальной” является оценка для линейной модели вращения, а самой „локальной” — для модели, воспроизводящей все значимые вариации закона вращения [54, 197]. Локальность и глобальность в первом смысле будем называть *пространственными*, а во втором — *аппроксимационными*. На факт систематического отличия оценок  $A$  по разным данным уже обращали внимание [133, с. 417].

О единственности значения  $A$  нельзя говорить не только в субъективном, но, по-видимому, и в объективном смысле. Во-первых, дифференциальный асимметричный сдвиг между разными подсистемами может меняться с  $R$ , в этом случае величины  $A$  для этих подсистем не должны совпадать. Во-вторых и в главных, постоянная  $A$  однозначно не характеризует даже КВ  $\theta_c(R)$ , поскольку и в этом случае значение  $A$  сильно зависит от степени сглаженности реального закона  $\theta_c(R)$  и от промежутка  $R$ , на котором он рассматривается, — ведь радиальная производная круговой скорости может меняться очень существенно даже при малых вариациях плотности в галактическом диске, которые почти не влияют на величину самой скорости (см. рисунки в [197]).

Из сказанного следует, что вряд ли имеет смысл ставить задачу о выведении „наилучшего” значения  $A$ , которое можно было бы рекомендовать в качестве „стандартного” для всех приложений, как это сделано в [163]. Вопрос о величине и смысле постоянной  $A$  более корректно решать для каждой задачи в отдельности в зависимости от характера и особенностей последней. Использование какого-либо „стандартного” значения может приводить к существенным систематическим ошибкам (см. пример в секции 1.1.3). Поэтому при моделировании

всегда, когда это возможно, лучше оставлять  $A$  свободным параметром. По сравнению с таким подходом методы (в частности, определения  $R_0$ ), которые требуют значения  $A$  как внешнего предположения, заведомо проигрышны (см. примеры в разделе 1.1).

Величина  $A$  оценивается как по собственным движениям, так и по лучевым скоростям объектов (см., например, [31]). В первом случае  $A$  почти не зависит от масштаба шкалы ОР, но относится, как правило, к самым близким окрестностям Солнца. Получаемые так величины  $A$  могут сильно искажаться локальными аномалиями, если не переходить к более общей модели вращения Огородникова и Милна, что существенно усложняет задачу [17]. Оценки  $A$  по собственным движениям локальных звезд ( $r \lesssim 0.8$  кпк) распределены преимущественно в пределах от  $\sim 10$  до  $\sim 17$  км/с/кпк и имеют среднее значение 14.4 км/с/кпк и стандартное отклонение 2.7 км/с/кпк (см. обзор Керра и Линден-Белла, 1986 [163]). Недавние не-локальные определения по новым измерениям собственных движений, в том числе и по данным Hipparcos, дают значения  $A \sim (15 \div 18) \pm (1 \div 2)$  км/с/кпк [26, 55, 128, 146], в среднем превышающие локальные.

Оценки  $A$  по лучевым скоростям, как правило, не являются пространственно локальными (см., например, сводку в [163]). С другой стороны, они строго обратно пропорциональны принятым ОР и поэтому менее надежны в систематическом отношении, хотя и точнее в случайном, чем оценки  $A$  по собственным движениям. Из-за сильной зависимости  $A$  от масштаба шкалы расстояний крайне нежелательно принимать внешнее предположение о величине этой постоянной при кинематическом моделировании по лучевым скоростям.

Оценки  $A$ , полученные двумя методами, могут быть по-разному искажены локальными аномалиями, поскольку в величину  $A$  наибольший вклад в случае лучевых скоростей и собственных движений дают противоположные направления  $l$  (ср. первую и вторую формулы Оорта [31]). Поэтому оценки  $A$  двумя методами могут систематически отличаться, даже если они найдены по одной выборке объектов. От масштаба этого эффекта зависит систематическая ошибка калибровки шкал расстояний методом уравнивания значений  $A$  по собственным движениям и по лучевым скоростям [26].

Комбинация  $AR_0$  появляется при линейном члене в разложении в ряд по  $x-1$  функции  $\Omega(x)$ , полученной из анализа излучения в линиях H I и CO, т.е. способом II (см. предыдущий раздел). Решение соответствующей задачи оптимизации дает оценку этой постоянной для газовых составляющих. Соотношение полученной так  $AR_0$  и оценок  $A$  по объектам подробно обсуждалось в секции 1.1.8.

Величина  $AR_0$  определяется и по лучевым скоростям объектов, но тогда результат зависит от значения  $R_0$ . Последнее лучше не принимать в качестве внешнего предположения, поскольку оценки  $AR_0$  и  $R_0$  можно получить одновременно по одной базе данных, однако эти оценки коррелируют почти 100%-но, и их нельзя считать независимыми. (Заметим, что оценки  $A$  и  $R_0$  коррелируют значительно слабее, особенно при нелинейных моделях вращения.)

Проблемы с систематикой  $AR_0$  практически те же, что и с систематикой  $A$ . Например, так же следует различать более или менее локальные (пространственно и аппроксимационно) оценки  $AR_0$ ; так же малоосмысленно выведение „наилучшего” значения этой постоянной. Вместе с тем, имеется и важное отличие — значение  $AR_0$ , даже найденное по лучевым скоростям и ОР, не зависит от масштаба шкалы расстояний (из-за строгой пропорциональности масштабу

отдельных сомножителей — прямой в случае  $R_0$  и обратной в случае  $A$ ). Поэтому рассматриваемую постоянную называют иногда *инвариантом*  $AR_0$  [54]. Инвариант удобно использовать при сравнении различных подсистем как кинематическую характеристику, не зависящую от принятых калибровок. Несмотря на последнее свойство разброс оценок  $AR_0$  существенен из-за других факторов. В сводке Керра и Линден-Белла (1986) [163] распределение оценок имеет среднее  $AR_0 = 124.5$  км/с и стандарт 17 км/с. Более поздние измерения не противоречат этому результату: например,  $AR_0 = 126 \pm 0.6$  км/с по тангенциальным точкам СО [105],  $AR_0 = 115 \pm 5$  км/с по Н I [179],  $AR_0 = 132 \pm 10$  км/с по классическим цефеидам [23]. В [179] отмечается, что для линейных моделей вращения значения  $AR_0$  по Н I резко отличаются даже в близких интервалах  $x$ :  $AR_0 = 130$  и  $100$  км/с для  $0.8 < x < 1$  и  $1 < x < 1.2$ , соответственно.

#### 1.4. Угловая скорость вращения Местного стандарта покоя

Величина  $\omega_0$  ( $= A - B$ ) прямо определяется по собственным движениям  $\mu_l$  звезд, причем надежнее, чем постоянные Оорта  $A$  и  $B$  по отдельности. Применительно к  $\omega_0$  имеет смысл говорить лишь пространственной локальности/глобальности оценок, т.к. аппроксимационные эффекты слабо влияют на эту постоянную (см. таблицы в [23, 128]).

В отличие от задач определения других основных характеристик Галактики проблема  $\omega_0$  не рассматривается как острая. На протяжении многих лет локальные оценки  $\omega_0$  оставались примерно постоянными — обычно 24–29 км/с/кпк [163]. Очевидно, это вызвано не только тем, что разные результаты опираются на одни и те же фундаментальные астрометрические каталоги, но и слабой зависимостью  $\omega_0$  от модельных предположений о галактической кинематике (в том числе и от сглаженности модели вращения) [23, 26, 128] и от шкалы расстояний даже при нелокальном оценивании [26].

Строго говоря, анализ  $\mu_l$  дает угловую скорость центра масс рассматриваемых звезд. Поэтому оценки  $\omega_0$  для разных подсистем могут систематически отличаться. Пекулярная скорость Солнца в направлении вращения Галактики ( $v_\odot$ ) определенно получается разной для разных подсистем [79]. Поскольку  $\omega_0$  зависит, хотя и слабо, от  $v_\odot$  (например, [128]), эти два параметра должны быть согласованы. В настоящей работе используются лучевые скорости  $V'_r$ , уже приведенные к МСП, поэтому для построения КВ требуется  $\omega_0$  также для МСП. Значение этой постоянной в дальнейшем принято равным среднему  $\omega_0 = 26.4 \pm 1.9$  км/с/кпк, выведенному в обзоре Керра и Линден-Белла [163] по результатам для „оортовских окрестностей” ( $r \lesssim 0.8$  кпк). Недавние нелокальные оценки  $\omega_0 = (26.5 \div 30) \pm (1 \div 4)$  км/с/кпк по цефеидам, рассеянным скоплениям и голубым сверхгигантам [26, 55, 128] — несколько выше, но относятся к другим центроидам.

Собственное движение Sgr A\* является непосредственным измерением не  $\omega_0$ , а разности угловых скоростей вращения Солнца ( $\omega_\odot$ ) и Sgr A\*. Для приведения  $\omega_\odot$  к какому-либо стандарту покоя необходимо задать  $v_\odot$ , и  $R_0$ :  $\omega_0 = \omega_\odot - v_\odot/R_0$ . Неопределенность  $R_0$  создает небольшую систематическую ошибку  $\omega_0$ : варьирование  $R_0$  на 1 кпк даже при коррекции к МСП с  $v_\odot = 15$  км/с изменяет  $\omega_0$  лишь на 0.2–0.3 км/с/кпк. Варьирование  $v_\odot$  создает разброс в  $\omega_0 \sim 1$  км/с/кпк; здесь значение  $v_\odot$  является внешним предположением. Однако главным систематиче-

ским фактором остается неизвестная угловая скорость Sgr A\*, которую всегда полагают равной нулю. Поэтому к данному способу следует относиться, по нашему мнению, как к более косвенному определению  $\omega_0$  по сравнению с анализом  $\mu_l$  звезд. Выигрыш в собственно измерительной точности оценок  $\omega_0$  по Sgr A\* пока еще не достигнут: разброс значений — от  $\sim 27$  до  $\sim 30$  км/с/кпк, формальные погрешности — 1–1.7 км/с/кпк (ср. [73–75, 224]).

### 1.5. Линейная скорость вращения Местного стандарта покоя

Методы определения постоянной  $\theta_0$  очень разнообразны, но все они в той или иной степени косвенные, т.е. требуют дополнительных предположений. Невозможность прямого измерения  $\theta_0$  вызвана отсутствием системы отсчета, азимутальная скорость МСП относительно которой совпадала бы с  $\theta_0$ , — нет подсистемы Галактики, которая заведомо не вращалась бы вокруг ЦГ, или системы внегалактических объектов, относительно которой центр масс Галактики заведомо бы не двигался. Обзоры методов и работ по определению  $\theta_0$  содержатся, например, в [54, 122, 123, 163, 164]. Перечислим основные группы методов, указав и некоторые работы, не вошедшие в эти обзоры.

1. Наименее косвенным методом является *комбинирование независимых прямых оценок  $\omega_0$  и  $R_0$* :

$$\theta_0 = \omega_0 R_0. \quad (1.11)$$

Точность результата определяется точностью этих оценок. Других предположений не требуется.

2. *Измерение движения МСП по отношению к подсистемам гало Галактики* — шаровым скоплениям, переменным типа RR Лиры и звездам с низкой металличностью. Статистические ошибки составляют  $\sim 25$  км/с. Главным систематическим фактором является предположение о вращении подсистемы гало. Обычно принимается, что подсистема в среднем не вращается или вращается слабо в прямом направлении. Если верно последнее, к полученной  $\theta_0$  следует относиться как к оценке снизу. Однако нельзя исключить и слабого ретроградного движения по крайней мере для некоторых составляющих гало, например, для подсистемы „молодого гало” в системе шаровых скоплений (эта подсистема может состоять из скоплений, захваченных Галактикой) [15, 112].

Метод приведения азимутальных скоростей МСП относительно различных подсистем к гипотетической подсистеме с нулевым угловым моментом [203] свободен от предположений о вращении подсистем, но требует знания  $R_0$ . Интересно, что в отличие от метода „ $\omega_0 R_0$ ” в этом методе  $\theta_0$  слабее зависит от  $R_0$  и уменьшается с его ростом. Однако систематика метода еще требует изучения. Можно ожидать систематических ошибок из-за необходимости применять двукратную экстраполяцию — к нулевому моменту и нулевому  $r$ . Внутренние ошибки получаются  $\lesssim 10$  км/с.

Метод оценивания  $\theta_0$  по минимуму распределения относительных скоростей  $\theta - \theta_0$  локальных звезд [97] также требует знания  $R_0$ , но имеет большую внутреннюю неопределенность —  $\sim 30$  км/с. Кроме того, само использование минимума этого распределения обосновывается результатами динамического моделирования Галактики.

3. *Измерение движения МСП по отношению к внегалактическим объектам* — к галактикам Местной группы или к более далеким галактикам — дает очень не-



точные результаты. В первом случае оценка  $\theta_0$  систематически зависит от скорости центра масс Галактики относительно Местной группы, а во втором — и от пекулярной скорости Местной группы относительно далеких галактик. Обе скорости весьма неопределенны. Кроме того, результаты обременены большими случайными ошибками ( $\sim 40$  км/с — при оценивании по Местной группе,  $\sim 100$  км/с — по далеким галактикам) и сильно расходятся друг с другом.

4. *Согласование данных о лучевых скоростях с законом поверхностной плотности  $\Sigma(R)$  для дисковых подсистем Галактики* (например, [122, 165]). В эту группу методов входит, в частности, моделирование крыльев профилей линии 21 см, относящихся к краю диска. Требуется задание по крайней мере общих видов закона  $\Sigma(R)$  и кривой  $\theta(R)/\theta_0$ . Однако величина  $\theta_0$  и параметры, описывающие  $\Sigma(R)$  и КВ, совместно не находятся [165], что и определяет основную систематику метода.

5. *Динамические методы* основаны на тех или иных предположениях о динамике Галактики. Неадекватность этих предположений может приводить к значительным систематическим ошибкам, хотя в работах обычно указывают низкую формальную неопределенность оценки  $\theta_0$  ( $\sim 15$  км/с). Наиболее часто применяемые методы:

- а) Оценивание  $\theta_0$  по отношению радиальной и тангенциальной дисперсий остаточных скоростей локальных звезд [227]. Предполагается, что Галактика стационарна и осесимметрична. Требуется знание величины  $AR_0$  (из радионаблюдений). Необходимость сравнения локальных (дисперсий) и нелокальных ( $AR_0$ ) кинематических характеристик, к тому же относящихся к разным подсистемам, наличие локальных потоковых движений, неосесимметричность Галактики (бар) дают основания ожидать больших систематических смещений результата.
- б) Оценивание  $\theta_0$  по дисперсии лучевых скоростей системы ШС Галактики в предположении изотропного распределения скоростей, стационарности или линейной нестационарности системы, а также ее изолированности (используется теорема вириала). По крайней мере первое и последнее условия для ШС не выполняются: в подсистемах гало преобладают радиальные движения; подсистема молодого гало, по-видимому, имеет внешнее происхождение [15]. Метод требует задания отношения  $\langle \theta^2(R_{GC}) \rangle / \theta_0^2$ , где  $R_{GC}$  — средний радиус рассматриваемой подсистемы ШС, т.е., в общем случае, знания кривой  $\theta(R)/\theta_0$ , которая сама зависит от  $\theta_0$  (см. раздел 1.2). Есть и другая систематика (см. [174]). Кроме того, система ШС весьма неоднородна, ее подсистемы имеют сильно различные кинематические характеристики, в том числе и дисперсии скоростей [15, 112]. Поэтому результаты для разных подсистем ШС существенно отличаются [174]. Таким образом, метод может дать лишь грубые оценки  $\theta_0$ .

6. *Внешняя калибровка  $\theta_0$*  по данным о кинематике галактик, сходных с нашей звездной системой. Здесь можно выделить два основных подхода:

- а) Используется определенное для внешних галактик отношение максимального значения скорости на КВ ( $\theta_{\max}$ ) к дисперсии скоростей в центре или в гало [122]. Помимо того, что дисперсии подсистем сферической составляющей Галактики различаются (см. обсуждение метода 5б), пересчет  $\theta_{\max}$  к  $\theta_0$  опять-таки требует изначального знания формы КВ  $\theta(R)/\theta_0$ .

- б) *Используется величина  $\theta_{\max}$  [123] или наклон КВ [179] для галактик, отобранных по морфологическому типу и светимости. В случае  $\theta_{\max}$  трудность та же, что и в предыдущем подходе. Для привязки КВ внешних галактик к точке  $R = R_0$  на КВ Галактики [179] требуется принять значение постоянной Хаббла  $H_0$  (по крайней мере в единицах  $R_0$ ), известной с большой неопределенностью.*

В основе этих методов лежит предположение, что наша Галактика — в точности такая же, как в среднем галактики той же светимости и того же морфологического типа. Возможные индивидуальные особенности нашей звездной системы, таким образом, игнорируются, что может привести к соответствующим систематическим ошибкам. Кроме того, кинематические характеристики внешних галактик зависят от их морфологического типа и светимости (см., например, последовательность синтетических кривых вращения спиральных галактик в [208]). Однако морфологический тип и светимость Галактики известны ненадежно. Так, светимость оценивается с точностью примерно до множителя 2 [133], при этом необходимо знать размеры Галактики, т.е.  $R_0$ . Поэтому внешняя калибровка  $\theta_0$  осмысленна, только если будет показано, что неопределенность (с учетом всех факторов) других параметров Галактики, которые необходимо задать в этих методах, не приводит к ошибке  $\theta_0$ , заметно большей, чем в способе 1. Наконец, светимость внешних галактик зависит от принятой величины  $H_0$ , которая должна быть согласована с принятым  $R_0$ . Таким образом, необходимо специальное изучение систематики этих методов, чтобы выяснить, насколько информативно на самом деле сравнение с внешними галактиками.

В настоящей работе при выборе постоянной  $\theta_0$  будет использован наиболее непосредственный метод „ $\omega_0 R_0$ ”. Прочие методы исходят из плохо проверяемых или заведомо неверных предположений, имеют неизученную систематику, зачастую также требуют задания  $R_0$  (некоторые методы группы 2, 6б) и/или формы КВ (4, 5б, 6а, 6б), хотя эта форма сама по себе уже определяет величину  $\theta_0$ . По-видимому, к некоторым из методов 2–6, как и в случае динамических и непрямых методов определения  $R_0$ , следует относиться скорее как к способу проверки этих предположений, чем как к способу измерения галактической постоянной.

## 1.6. Распределение масс в Галактике

Моделирование распределения масс в Галактике можно понимать и как проблему установления общей картины и различных характеристик этого распределения (обратная задача моделирования), и как проблему построения теории, объясняющей выявленные закономерности распределения масс и численные значения характеристик (прямая задача); последняя проблема, конечно, является частью более общей проблемы происхождения и эволюции галактик. Здесь обсуждается моделирование в первом смысле, поскольку в пятой главе диссертации рассматривается одна из обратных задач.

Моделированию строения Галактики посвящено множество работ (первая была выполнена Я. Оортом, 1932, [200]), которые сильно различаются как по характеру входной информации, так и по используемым подходам (см. обзоры в [33, 41, 79, 80, 133, 144, 233]). Наиболее подробная многомерная классификация моделей звездных систем и методов их построения разработана С. А. Кутузовым [33, 35], другие классификации см. в [79, 80]. Ниже обсуждаются лишь классы,

выделяемые по признакам, которые представляются наиболее важными для задач аналогичных рассмотренной в пятой главе.

В качестве входных данных при моделировании строения Галактики используются значения галактических постоянных, кривая вращения, результаты звездных подсчетов и обзоров в различных диапазонах длин волн и данные о дисперсии скоростей для разных галактических подсистем, данные о пространственном распределении и кинематике шаровых скоплений, кинематические данные о карликовых галактиках-спутниках нашей Галактики, данные о внешних галактиках и другая информация. По типу входных данных выделяют классы фотометрических и динамических методов [80]. Фотометрические методы используют звездные подсчеты и измерения интегрального излучения неразрешенных звезд и диффузной среды; от этих данных переходят к плотности в некоторых предположениях, в частности, об отношении массы к светимости (см. ссылки в [80]). Динамические методы основаны на кинематических данных — о КВ, о дисперсии скоростей, о скорости убегания в окрестностях Солнца и др.; для построения распределения масс по этим данным применяются уравнения звездной динамики. В реальности модели Галактики не обязательно строят только фотометрическим или динамическим методом: часто для разных составляющих и параметров модели используют разные методы [154, 197, 236]. Наиболее важным источником информации, особенно о внешней Галактике, является КВ, поскольку эта характеристика трассирует массу, а не излучение и может быть построена теперь практически для всей Галактики — до  $R \gtrsim 2R_0$  (см. четвертую главу). Поэтому самым распространенным подходом является динамическое моделирование Галактики на основе КВ. Обычно это делают в предположении стационарности и осесимметричности Галактики, используя связь между круговой скоростью  $\theta_c$  и производной потенциала по  $R$ , а также связь потенциала с распределением плотности через уравнение Пуассона [41]. В качестве „наблюдаемой” зависимости  $\theta_c(R)$  берут КВ  $\theta_a(R)$ , полученную по низкодисперсионным галактическим подсистемам (раздел 1.2). Ниже обсуждаются только работы по динамическому моделированию с использованием КВ.

Задача построения распределения масс по КВ является, строго говоря, некорректной в том смысле, что близкие КВ можно получить при существенно разных распределениях плотности  $\rho(R, Z)$  (см., например, [117]). Т.е. закон  $\rho(R, Z)$  нельзя однозначно восстановить только по КВ. Поэтому рассматриваемую задачу решают в некоторых предположениях о распределении плотности, которые принимаются на основании дополнительных данных или сложившихся по ним представлений. Обычно это делают в форме введения динамической модели Галактики как совокупности некоторого числа составляющих, для каждой из которых предполагается свой общий вид потенциала,  $U(R, Z)$ , или распределения  $\rho(R, Z)$  („составные модели” в терминах С. А. Кутузова [33]). Тогда задача построения  $\rho(R, Z)$  по КВ сводится к разложению КВ на вклады составляющих, т.е. к подбору для последних аналитических представлений  $U(R, Z)$  или  $\rho(R, Z)$  и набора параметров, обеспечивающих воспроизведение принятой КВ с заданной точностью. Чаще всего выделяют составляющие: балдж (сфероид), диск и гало [95, 141, 179, 180, 197, 204]. Составляющая гало в ранних работах не вводилась (например, [233]). Ее стали рассматривать лишь с 70-х гг. XX века, когда появились новые наблюдательные и теоретические результаты (см. [41]). Однако и в некоторых более поздних работах гало, по крайней мере внешнее, в мо-

дель не включалось (например, в моделях „максимального диска” [236], а также в [68, 69, 172]). Иногда не включают балдж [210]; иногда, напротив, добавляют ядро [123, 154, 233], разделяют диск на несколько компонент (чтобы добиться лучшего согласия с наблюдениями и/или чтобы представить разные подсистемы диска) [123, 154, 172, 197], различают внутреннее гало и корону (например, [123, 154]); в [239] выделена составляющая „балдж в балдже”. Кроме того, строятся сферические (см. [141] и ссылки там, [157]) и дисковые модели Галактики [110, 141, 250], а также другие простые (однокомпонентные) и составные модели, в которых компоненты одновременно представляют разные галактические составляющие [32, 34]. Историю и мотивировку введения основных составляющих см., например, в [41, 123, 133].

*По целям моделирования* выделим, в отличие от [33], исследовательские и репрезентативные модели. Целями построения *исследовательских моделей* являются объяснение формы КВ, ее отдельных деталей, измерение (в некоторых предположениях) характеристик  $U(R, Z)$  или  $\rho(R, Z)$  [141, 157, 172, 179, 180, 210, 236, 239] и иногда даже галактических постоянных  $R_0$  [110, 197, 250] и  $\theta_0$  [197]. Обычно, если не производится оценка галактических постоянных, для этих моделей в явном виде привлекают ограниченное количество дополнительных данных помимо КВ (или вообще не привлекают [210, 239]). *Репрезентативные модели* (например, [32, 34, 66, 95, 123, 154, 204, 233, 236]) предназначены для описания Галактики: 1) наиболее реалистичного и/или 2) наиболее простого, удобного с математической точки зрения. Обычно обе эти цели в той или иной степени совмещаются, поэтому уверенно разделить в соответствии с ними репрезентативные модели на подклассы затруднительно. Поскольку требования реалистичности и простоты находятся в определенном противоречии друг с другом — в соответствии с первым модель должна представлять как можно бóльшую совокупность различных наблюдательных данных и измерений галактических параметров (например, [204, 236], см. также ссылки в [233]), а второе предполагает сознательное абстрагирование от деталей (например, [32, 34, 233]), — реальные репрезентативные модели представляют собой тот или иной компромисс между этими требованиями. При построении моделей этого класса исследовательские цели считаются в целом решенными. Репрезентативные модели, особенно те, что лучше удовлетворяют требованиям удобства и простоты, могут использоваться для тех задач, для которых динамическая модель Галактики нужна на входе, — в исследованиях орбит, устойчивости, эволюции (*экспериментальные модели* в терминах [33]); ссылки см., например, в [33, 51]). Резкой грани между исследовательским и репрезентативным моделированием нет — в некоторых работах одновременно ставятся и те, и другие цели [123, 236].

Кроме того, динамические исследования по КВ Галактики можно подразделить *по отношению к „входным” параметрам задачи* — величинам  $R_0$ ,  $\theta_0$ ,  $\omega_0$ ,  $A$ ,  $AR_0$ ,  $Z$ -компоненты гравитационного ускорения и др. (имеются в виду те параметры, которые можно определить до моделирования КВ). Здесь возможны следующие варианты:

1. Значения параметров принимаются как известные точно (в рамках процедуры оптимизации); они рассматриваются в качестве значений модельных параметров или определяют связь между последними [66, 117, 172, 179, 180, 210, 236, 239]. Минимизируются лишь отклонения модельных предсказаний от КВ. Решения могут находиться для разных наборов значений входных пара-

метров [117, 197].

2. Часть или все эти параметры принимаются известными с некоторой неопределенностью; тогда минимизируются отклонения не только от КВ, но и от „наблюдаемых” значений этих параметров [32, 34, 95, 123, 154, 204, 233]. Поэтому в результирующей модели их „выходные” значения (в [123, 154] они названы „сглаженными”) в общем случае отличаются от „наблюдаемых”. Иногда вместо единственной модели строят целое семейство моделей, согласующихся с принятыми „наблюдательными ограничениями” [95]; в интервальном методе оценивания параметров это семейство имеет мощность континуума [32, 34].
3. Некоторые из этих параметров считаются неизвестными и оптимизируются вместе с параметрами  $U(R, Z)$  или  $\rho(R, Z)$ : динамические определения  $R_0$  [110, 250], совместное оценивание  $R_0$  и  $\theta_0$  в [197].

Варианты 1 и 3 больше соответствуют исследовательским целям, а вариант 2 — репрезентативным.

Отметим два недостатка предыдущих работ по моделированию распределения масс в Галактике на основе ее КВ:

1. *Низкая детализация воспроизведения КВ.* Если КВ представляется всего несколькими (1–8) точками, то ее детали игнорируются уже на входе (что более оправдано при репрезентативном моделировании) [32, 95, 110, 204, 233, 250]. Но даже когда КВ используется как распространенная характеристика (чаще при исследовательском моделировании), воспроизводится лишь общий тренд кривой, а некоторые ее детали традиционно игнорируются (например, [34, 66, 141, 154, 179, 180, 197, 236, 239]). Так, падение скорости на  $R \sim R_0$  обычно целиком приписывается некруговым движениям [66, 69, 172], другие возможности не рассматриваются. В [157] интерпретируется излом на внешней КВ, но модель Галактики не строится.

2. *Низкая формализация процедуры поиска параметров.* Часто решение ищется методом проб и ошибок, ставится задача лишь общего воспроизведения КВ, вопрос об однозначности выбора параметров модели, оптимальности хотя бы некоторого их подмножества и неопределенности оценок параметров не рассматривается (например, [123, 210, 236]). Т.е. отсутствует строгое и/или наиболее полное решение задачи оптимизации. Отчасти, это связано со сложностью этой задачи: большое число параметров (особенно в многокомпонентных составных моделях) и условных уравнений; модельные предсказания не выражаются через элементарные функции параметров. В некоторых работах по исследовательскому моделированию частные задачи оптимизации решаются [66, 117, 141, 180], но не делается попытки получить наиболее полное решение, т.е. определить наибольшее подмножество модельных параметров, для которых существует строгое решение; доверительные интервалы для модельных параметров не определяются. При введении упрощений (обычно при репрезентативном моделировании) задачи оптимизации решаются строго и полно [32, 95, 204], но при этом число условных уравнений („наблюдательных ограничений”) обычно мало — порядка полутора десятков при числе свободных параметров лишь примерно вдвое меньшем — и, естественно, низка детализация КВ. Для предельно простых дисковых моделей, использующих единственную точку на КВ, [110, 250] проста, конечно, и задача оптимизации. В некоторых работах процедура оптимизации параметров  $\rho(R, Z)$  не обсуждается вообще [172, 179, 197, 239] или описывается очень кратко [154].

Анализ КВ в пятой главе диссертации учитывает эти недостатки: выполняется исследовательское детальное моделирование КВ, полученной в четвертой главе, с наиболее полным решением задачи оптимизации.

Поскольку КВ зависит от  $R_0$  и  $\theta_0$  (или  $\omega_0$ ), то результаты динамического моделирования КВ также систематически зависят от предположений о величинах этих постоянных (например, [117]).  $R_0$  непосредственно влияет, в основном, а в случае КВ из анализа излучения диффузной среды (способ II, см. раздел 1.2) — только на плотностные параметры модели и, соответственно, на массы компонент и массу Галактики. Величина же  $\theta_0$ , поскольку от нее зависит и средний наклон КВ, и средняя скорость вращения Галактики (см. раздел 1.2), влияет на модель в целом, особенно на те компоненты, которые представляют области далекие от центра Галактики. При этом  $\theta_0$  воздействует не только на параметры модели, но и на ее состав. Так, принятие более низких значений  $\theta_0$  позволило, например, в [68, 69, 172] вообще не включать в модель внешнее гало, а в [157] — интерпретировать самый внешний участок КВ как кеплеровское падение скорости.

Моделирование распределения масс в Галактике тесно связано с проблемой нахождения ее общей массы. Принципиальная неоднозначность понятия „масса Галактики” составляет основную сложность данной проблемы. Вряд ли вообще существует „точное и естественное определение для массы гигантской галактики, подобной нашей” [133]. Это вытекает, в основном, из наличия протяженного темного гало у таких звездных систем и из их явной неизолированности. Из-за последнего обстоятельства „определить внешнюю границу или общую массу данной галактики не легче, чем определить границу какой-то одной волны в штормящем море” [133]. Поэтому об общей массе Галактики,  $M_G$ , можно говорить лишь как о массе в пределах заданных границ, например, в пределах некоторого расстояния  $R_g$  от ее центра,  $M_G(R_g)$ . Даже с этой оговоркой общую массу  $M_G(R_g)$  по КВ можно найти лишь в некоторых предположениях о распределении масс в Галактике. Таким образом, моделирование этого распределения дает и решение задачи определения  $M_G(R_g)$ . Систематические ошибки оценки  $M_G(R_g)$  возникают, главным образом, из-за зависимости от модельных предположений и от величин  $R_0$  и  $\theta_0$ . Поскольку по крайней мере на больших  $R_g$

$$M_G(R_g) = k_G \frac{\theta^2(R_g) R_g}{G}, \quad (1.12)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная,  $k_G$  — безразмерный множитель близкий к единице (например, [133]), то

$$M_G(R_g; R_0, \theta_0) \propto \theta_0^2 R_0. \quad (1.13)$$

Обзор других методов оценивания массы Галактики и полученных результатов см., например, в [133, 141].

---

Обсуждение проблемы пекулярного движения МСП отложим до третьей главы.

## 1.7. Выводы

Выполненный обзор позволяет сделать некоторые общие выводы.

1. Задачи определения различных галактических характеристик и более общие задачи моделирования Галактики тесно взаимосвязаны. Так, применительно к тематике настоящей работы подчеркнем зависимость результатов в группах задач: 1) оценивание  $R_0$ ,  $A$ , peculiarной скорости Солнца или МСП и получение ФК; 2) построение КВ и оценивание  $R_0$ ,  $\omega_0$ ,  $\theta_0$ ; 3) динамическое моделирование, построение КВ и оценивание  $R_0$  и  $\theta_0$ . Поэтому в любой задаче моделирования важно добиваться наибольшей согласованности всех параметров. Игнорирование взаимосвязей между ними может приводить к недостоверным результатам и даже к недоразумениям (примеры приводились выше — калибровка вида  $\theta_0 = \text{const}$  в  $R_0$ -задачах, попытки оценивания  $R_0$  по собственному движению Sgr A\*).

2. Как было показано, физический смысл практически любой галактической характеристики, строго говоря, неоднозначен и зависит от типа рассматриваемой задачи и используемых данных. Многие характеристики не являются универсальными и могут отличаться для разных подсистем Галактики ( $A$ ,  $AR_0$ ,  $v_\odot$ , КВ и др.). Некоторые характеристики сильно зависят от систематических ошибок наблюдательных данных, прежде всего от принятой шкалы расстояний ( $R_0$ ,  $A$ ,  $\theta_0$  через  $R_0$ ). Поэтому, любые внешние предположения о характеристиках Галактики, принятые по результатам других работ, должны быть в максимальной степени согласованы с типом задачи и особенностями данных. Однако лучше всего вообще избегать таких предположений, если задача это позволяет.

3. Решение рассмотренных задач моделирования возможно лишь в некоторых предположениях (к сожалению, часто молчаливых), неадекватность которых, потенциальная или реальная, порождает соответствующие систематические ошибки. Последние, в отличие от систематики наблюдательных данных, которая зависит в основном от прогресса наблюдений, могут быть уменьшены за счет совершенствования собственно методов анализа данных. Очевидные направления такого совершенствования — отказ от избыточных предположений и переход от стандартных упрощающих предположений к более реалистичным. Избыточные предположения обычно касаются величин галактических постоянных, — например,  $\theta_0$  в [85],  $u_\odot$ ,  $v_\odot$  в [8, 9, 40, 109],  $A$  в [109]. Эти предположения не обязательны, поскольку можно так построить метод, чтобы величины постоянных вообще не потребовались или были найдены из тех же данных, что и остальные параметры задачи (ср., например, [85, 109] и [94, 181]). Разумеется, речь не идет о тех внешних предположениях, отказ от которых ухудшает качество решения (например, о принятии значения  $w_\odot$ , которое обычно плохо определяется при моделировании поля  $V_r$ ). Упрощающими являются общие модельные предположения, — например, о сферической симметрии распределения ШС [56], о плоской или линейной КВ, об осесимметричности вращения Галактики (см. ссылки в табл. 1.3). Переход к предположениям более общего вида и усложнение модели может повысить ее реалистичность и снизить соответствующие систематические ошибки. Если внешние или плохо проверяемые предположения неизбежны, то, очевидно, следует стремиться к исследованию их влияния на результаты.

Эти выводы будут использованы в следующих главах диссертации.

## Глава 2. Согласование данных о кинематике нейтрального водорода и комплексов Н II/СО в предположении универсального закона вращения для газовых подсистем

### 2.1. Введение

В этой главе пространственно-кинематическое моделирование выполняется на основе принципа согласования с данными о вращении нейтрального водорода, т.е. в рамках класса  $E$  кинематических методов определения  $R_0$ . Как говорилось в предыдущей главе (секция 1.1.2), этот класс — внешняя оптимизация, в предложенных там терминах, — имеет бóльшую статистическую точность по сравнению с оптимизацией внутренней, поскольку закон вращения (функция Камма) по Н I не зависит от  $R_0$  и может рассматриваться как репер. Однако применение  $E$ -оптимизации и, следовательно, этот выигрыш невозможны без принятия дополнительных предположений о законе вращения Н I и о его соотношении с законом вращения подсистемы ОО. Стандартно предполагается, что эти законы полностью совпадают и что закон по Н I известен в точности. Аналитическое представление последнего закона обычно жестко фиксируется, хотя очевидно, что оно не может быть однозначным, т.к. зависит от способа и степени сглаживания Н I-данных. Уже исходя из предыдущих попыток применения  $E$ -методов, можно ожидать, что эти и другие предположения являются источниками больших систематических ошибок.

Сопоставление с Н I наиболее обоснованно в случае областей ионизованного водорода. Наблюдения показывают, что по крайней мере во внутренней Галактике ( $R < R_0$ ) Н I и облака СО, с которыми часто бывают связаны области Н II, имеют близкую кинематику [91]. Применение  $E$ -оптимизации к областям Н II в этой части Галактики оказалась относительно успешным. Метод сравнения кинематических ( $r_{\text{kin}}$ ) и фотометрических ( $r_{\text{phot}}$ ) гелиоцентрических расстояний до областей Н II из IV галактического квадранта использовал Квируга (1980) [217]. Для нахождения  $r_{\text{kin}}$  принималась модель вращения, построенная только по данным о Н I в предположении  $R_0 = 10$  кпк. Поиск модели оптимальной по сглаженности не проводился. Величина  $R_0 = 8.4 \pm 0.85$  кпк получена в [217] из наклона зависимости  $r_{\text{kin}}(r_{\text{phot}})$ . Аналогичный анализ для областей Н II в I квадранте дал оценку  $R_0 = 8 \pm 2$  кпк [164].

В связи с успехами в исследовании вращения Н I в области  $R > R_0$  (см. раздел 1.2) появились и попытки применения внешней оптимизации к данным об ОО этого типа во всей Галактике. Результаты оказались неоднозначными. В форме непосредственного согласования законов вращения (ФК или других зависимостей), определенных по Н I и Н II, это было сделано Фишем и др. (1989) [131] и Меррифилдом (1992) [179], которые использовали одну и ту же процедуру двухкоординатной оптимизации параметров. Модель вращения в [179] задавалась толь-



ко HI-данными и оставалась фиксированной. В [131] она определялась и областями H II, но была очень сглаженной, в частности, соответствующей линейной КВ. В [131] вращение подсистемы HI представлено лишь тангенциальными точками, т.е. для расстояний  $R < R_0$ , где мало областей H II с известными ОР  $r_{\text{phot}}$  и лучевыми скоростями. В [179] привлечены также данные о вращении подсистемы HI для  $R > R_0$ , полученные автором оригинальным методом — по толщине водородного слоя. В обеих работах оптимальные величины  $R_0$  оказались очень маленькими. Фиш и др. (1989) называют свой результат  $R_0 \approx 6.2$  кпк „удивительным” и фактически его дезавуируют. Меррифилд (1992) даже не приводит конкретной величины  $R_0$ , указывая лишь, что она „неправдоподобно маленькая” из-за отклонений ОО от ФК по HI в области спирального рукава Персея; значений  $R_0 \sim 8$  кпк автор [179] добился только для двух малых ( $N = 10$ ) подвыборок областей H II с наибольшими и наименьшими  $R$ , исключив тем самым рукав Персея. Ни в [131], ни в [179] окончательного вывода об оценке  $R_0$  этим методом не сделано.

Несмотря на этот не вполне удачный опыт классические варианты внешней оптимизации продолжают использовать. Хонма и Софу (1996) [157] применили метод сопоставления  $r_{\text{kin}}$  с ОР областей H II и молодых звездных групп, получив  $R_0 = 7.2$  и  $7.9$  кпк. Немаленькие величины  $R_0$  в этом случае объясняются тем, что они найдены, как и один из результатов [179], по нескольким объектам на очень больших  $R$ .

Применение методов сопоставления с вращением HI к другим (звездным) подсистемам диска менее обосновано из-за вероятных различий в кинематике подсистем. Результаты этих работ также оказались противоречивыми. Так, Овенден и Бил [205], сопоставив данные о звездах ОВ, классических цефеидах и рассеянных скоплениях с линейными моделями вращения по тангенциальным точкам HI и получив значения  $R_0 = 6.9$  и  $5.7$  кпк, вообще отвергли этот метод, основываясь на том, что оптические и HI-данные представляют разные области Галактики с разными полями скоростей. (К тому же,  $I_1$ -оптимизация тех же данных, выполненная Билом и Овенденом, дала оценку  $R_0 = 10.4$  кпк [92].) С другой стороны, применение сходных методов к ОО того же типа [12, 178] и к звездам ОН/ИК [155, 157], но с другими ограничениями на выборку, привели к совершенно иным результатам —  $R_0 \sim 8 \div 10$  кпк. Помимо специфических проблем  $E$ -оптимизации, расхождение могло быть вызвано и внутренней несогласованностью шкал расстояний, и кинематической неоднородностью комбинированных выборок ОО [12, 178, 205]. Заметим, что почти во всех этих работах (кроме [157]) были использованы HI-данные лишь по тангенциальным точкам; везде принималась модель вращения, построенная исключительно по HI.

О других деталях этих работ см. табл. 1.3 и табл. 1.7.

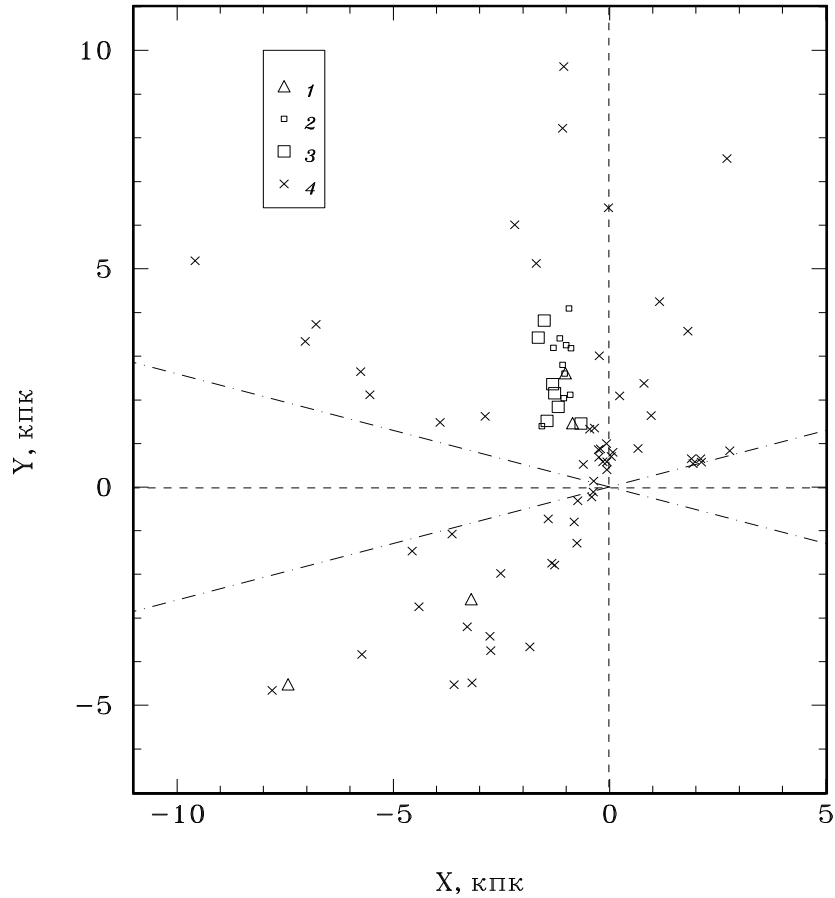
Поставим цель объяснить и, насколько возможно, преодолеть трудности, возникшие при использовании принципа внешней оптимизации. В настоящей главе разработан и применен метод класса  $E$ , основанный на более общих предположениях. Не будем рассматривать закон вращения по HI как известный точно, в отличие от почти всех работ, поэтому при построении модели вращения будем основываемся не только на HI-данных, но и на данных о кинематике ОО. Однако будем считать (в этой главе), что отклонения от HI-закона носят случайный характер, т.е. что истинные КВ обеих подсистем — HI и ОО — совпадают. Кроме того, откажемся от жесткого фиксирования представления закона вращения, в отличие от почти всех работ, и от фиксирования для этого закона какого-то одного

аналитического выражения со свободными коэффициентами, в отличие от [131]. Вместо этого функцию, аппроксимирующую закон вращения, будем задавать в виде отрезка ряда и оптимизировать число его членов (число свободных параметров), а не только сами параметры. Такой метод позволит совместно определять  $R_0$  и строить модель вращения, общую для подсистем Н I и ОО. В отношении данных о вращении Н I не будем основываться (ни во внутренней, ни во внешней Галактике) на каком-либо одном методе их получения, а будем использовать результаты разных методов — в основном, по полному профилю линии 21 см.

## 2.2. Наблюдательные данные

Анализ полных профилей линии 21 см, как указывалось в разделе 1.2, позволяет получить информацию о вращении подсистемы Н I в виде зависимости значений функции Камма  $\Omega$  от  $x \equiv R/R_0$ . Использовалось три независимых серии таких определений функции  $\Omega(x)$  для области  $R > R_0$  [20,179,211] и две — для  $R < R_0$  [177,249]. Результаты в [179,211,249] получены в предположении чисто круговых движений и отсутствия азимутальных вариаций плотности (или толщины слоя) Н I. В [177] учитывались спиральная и кольцевая структуры в распределении Н I, а в [20] вносились поправки за изгиб водородного слоя. Были привлечены также данные о лучевых скоростях Н I в тангенциальных точках [91].

Основным источником информации об ОО служил каталог областей Н II северного неба Блитца, Фиша и Старка [86] — каталог BFS. В нем представлены лучевые скорости  $V_r'$  (приведенные к МСП) по наблюдениям CO и компиляции  $r_{\text{phot}}$ . Используются также более поздние оценки  $r_{\text{phot}}$  и измерения  $V_r'$  по рекомбинационным радиолиниям водорода [103]. В настоящую выборку включены только кинематически выделенные области Н II, т.е. относящиеся к разным газовым комплексам, список которых составлен в [86]. С целью исключения объектов, для которых величина  $\Omega$  и линейная скорость вращения  $\theta$  определяются с низкой точностью, наложено ограничение  $|\sin l| \geq \sin 15^\circ$ , где  $l$  — галактическая долгота. Получившаяся выборка состоит из 79 областей Н II с известными  $r$  и  $V_r'$ . Для 73 из них величины  $r$  приведены в [86], для 14 — в [103]. Если данные об объекте имелись в обоих источниках, находились средневзвешенные  $\bar{r}$  и/или  $\bar{V}_r'$ . Веса отдельных измерений  $r$  и  $V_r'$  принимались обратно пропорциональными квадратам ошибок  $\sigma_r$  и  $\sigma_V$ , которые в [86] приведены для каждой области Н II. Для данных [103] принималось  $\sigma_V = 2$  км/с [103],  $\sigma_r = 0.28r/\sqrt{n^*}$  [131], где  $n^*$  — число звезд в области Н II, для которых выполнены наблюдения. Как указано в [131], величины  $r$  из [103] систематически превосходят примерно на 1/4 оценки других авторов, использованные в [86]. Но т.к. нет оснований доверять в большей степени какой-либо из шкал, ни одна из них не была скорректирована (в согласии с [179] и в отличие от [131], где была исправлена шкала [103]). Расположение областей Н II данной выборки (обозначим ее BFS1) в проекции на плоскость Галактики показано на рис. 2.1. Ориентированные на Солнце вытянутые структуры (например, в направлениях  $l \sim 70^\circ$ ,  $\sim 155^\circ$  и  $\sim 210^\circ$ ) явно не реальны и обусловлены изначальной селекцией выборки и ошибками в расстояниях (FOG-эффект), которые могут быть значительными на больших  $r$ . Вопросы о природе этих структур, об однородности шкал в работах [86,103] и о случайных ошибках  $r$  еще будут рассмотрены в третьей главе. Напомним, что лучевые скорости комплексов „области Н II/молекулярные облака” из радионаблюдений определяются с высокой точно-



**Рисунок 2.1.** Распределение областей Н II по данным [86,103] (выборка BFS1) в проекции на плоскость Галактики. Ось  $X$  соответствует  $l = 0^\circ$ , ось  $Y$  —  $l = 90^\circ$ . 1 — объекты с вероятными промахами в данных, 2 — объекты выборки П1, 3 — П2 (см. раздел 2.4), 4 — остальные области Н II. Штрих-пунктирные линии ограничивают область Галактики  $|\sin l| \geq \sin 15^\circ$ .

стью (в [86] приводятся  $0.3 \leq \sigma_V \lesssim 3$  км/с). Более подробно этот тип объектов и способы получения данных о них были описаны в секции 1.1.7 (с. 63–65).

Здесь ограничимся той же базой данных об ОО, которая была использована в [131,179], чтобы иметь возможность сравнения результатов. В следующих главах будут привлечены и более новые данные, в том числе и о южных объектах. То что эти данные не используются в настоящей главе, не влияет на ее основные выводы.

### 2.3. Метод

В настоящей работе принята цилиндрическая модель вращения, поскольку использованные HI-данные относятся к плоскости Галактики ( $b \sim 0^\circ$ ), а подсистема областей Н II и молекулярных облаков очень тонкая (полутолщина  $HWHM = 65$  пк [89]).

До сих пор для упрощения изложения не делалось различий в обозначениях между скоростью вращения МСП или другого локального центраида и средними скоростями вращения на  $R = R_0$  отдельных плоских подсистем. Ин-

декс „0” относился ко всем этим скоростям. Во многих работах, например, в [8, 9, 85, 155, 178, 179, 227], эти скорости считались совпадающими. Поскольку в диссертации это предположение не используется, в дальнейшем условимся, что индекс „0” при скорости или при характеристике производной от нее будет обозначать рассматриваемую подсистему, а индекс „LSR” — МСП. В новых обозначениях определение ФК, полученной по Н I,

$$\Omega(x) \equiv R_0[\omega(x) - \omega_{\text{LSR}}], \quad (2.1)$$

поскольку наблюдательные данные о Н I приведены к МСП.

Рассмотрим зависимость

$$W(x) \equiv x\Omega(x) = R[\omega - \omega_{\text{LSR}}], \quad (2.2)$$

которая может быть определена по данным о вращении Галактики, описанным выше. Поскольку для обоих типов данных значения  $x$  и  $\Omega$  находятся из наблюдений независимо, для величин стандартных ошибок имеет место соотношение

$$\sigma_W^2 = \Omega^2 \sigma_x^2 + x^2 \sigma_\Omega^2. \quad (2.3)$$

В качестве функции, аппроксимирующей  $W(x)$ , возьмем полином

$$W_n(x) = w_0 + w_1(x - 1) + \dots + w_i(x - 1)^i + \dots + w_n(x - 1)^n, \quad (2.4)$$

т.е. отрезок ряда Тейлора для окрестностей солнечного круга ( $x = 1$ ). Для каждой пары величин  $(x, \Omega)$  невязку  $\delta W \equiv W - W_n(x)$  можно считать обусловленной случайными ошибками как  $x$ , так и  $\Omega$ , если полагать, что форма  $W_n(x)$  заведомо пригодна для описания  $W(x)$ . Таким образом, при поиске оптимальных коэффициентов  $w_i$  полинома (2.4) можно не учитывать непосредственно отклонения точек  $(x, W)$  от кривой  $W_n(x)$  по координате  $x$  и использовать простую однокоординатную оптимизацию — обычный (одномерный) метод наименьших квадратов (МНК). Некоторая некорректность применения МНК [величины  $(x - 1)^i$  должны быть известны точно, а это не так] в определенной мере компенсируется фактическим учетом ошибок по координате  $x$  при анализе отклонений по координате  $W$ . Отметим, что для реальных данных об областях Н II (а именно они непосредственно влияют на оценку  $R_0$ ) ни одно слагаемое правой части (2.3) не доминирует явно над другим, т.е. вклады погрешностей  $x$  и  $\Omega$  в  $\sigma_W$  в среднем сравнимы.

Оптимизация в плоскости  $(x, \Omega)$  требует более сложного двумерного метода [131], при котором, к тому же, в отличие от одномерного МНК, оценивание ошибок свободных параметров становится очень трудоемким, а в настоящем подходе величины этих ошибок важны для оптимизации порядка  $n$  аппроксимирующего полинома (2.4). Кроме того, двумерная оптимизация [131] предполагает, что заранее известны величины ошибок  $\sigma_x$  и  $\sigma_\Omega$  для всех точек  $(x, \Omega)$ . Однако почти для всех серий по полным профилям линии 21 см эти ошибки авторами не оценивались (видимо, из-за сложности такой задачи).

Кривая вращения Галактики  $\theta(x)$  в первом приближении, по-видимому, плоская на большом интервале  $x$  (см., например, [131, 163, 164, 177]). В случае такого или линейного закона  $\theta(x)$  для представления  $W(x)$  достаточен полином  $W_1(x)$ . Однако, как будет показано в разделе 2.4, для корректного определения  $R_0$  необходим учет детальной формы кривой вращения (требуется  $n \geq 7$ ). Если скорость вращения центроида Солнца (т.е. МСП) и газовых подсистем при  $x = 1$  не отличаются значимо, то  $w_0 \approx 0$ .

Поскольку положение областей Н II на плоскости  $(x, W)$  зависит от значения  $R_0$ , оценить этот параметр можно, добиваясь наилучшего согласия между данными по областям Н II и по нейтральному водороду.

Каждая область Н II, или тангенциальная точка, или точка функции  $\Omega(x)$  из анализа полных профилей линии 21 см задает уравнение

$$W = \sum_{i=0}^n w_i (x-1)^i, \quad (2.5)$$

в котором величины  $x$  и  $W$  известны.

Для областей Н II вычислялись при фиксированном  $R_0$  величины

$$x = R/R_0 \quad (2.6)$$

и

$$\sigma_x = \frac{|r \cos b - R_0 \cos l|}{R_0 R} \cos b \sigma_r, \quad (2.7)$$

где

$$R = \sqrt{R_0^2 + r^2 \cos^2 b - 2R_0 r \cos b \cos l}. \quad (2.8)$$

Для этих объектов также были вычислены в предположении чисто круговых движений величины

$$\Omega = \frac{V'_r}{\sin l \cos b} \quad (2.9)$$

и

$$\sigma_\Omega = \frac{\sigma_V^*}{|\sin l| \cos b}, \quad (2.10)$$

где

$$(\sigma_V^*)^2 = \sigma_V^2 + \sigma_c^2, \quad (2.11)$$

$\sigma_V$  — среднеквадратичная ошибка измерения  $V'_r$ , а  $\sigma_c = 6.4$  км/с — дисперсия скоростей газовых комплексов по одной координате [131]. Ошибки  $\sigma$  величин  $\bar{r}$  и  $\bar{V}'_r$  (см. предыдущий раздел) вычислялись по ошибкам  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  из [86, 103]:

$$\sigma^{-2} = \sigma_1^{-2} + \sigma_2^{-2}. \quad (2.12)$$

Для тангенциальных точек использовались соотношения

$$x = |\sin l|, \quad (2.13)$$

$$\sigma_x = \cos l \sigma_l, \quad (2.14)$$

$$W = V'_r \text{sign}(\sin l) \quad (\Omega = V'_r / \sin l), \quad (2.15)$$

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{\sigma_V^2}{\sin^2 l} + \Omega^2 \frac{\sigma_l^2}{\text{tg}^2 l}. \quad (2.16)$$

Было принято  $\sigma_l = 1^\circ$  и  $\sigma_V = 4.5$  км/с [91].

Значения  $x$  и  $\Omega$  по полным профилям линии 21 см в [20, 177, 179, 211, 249] даны непосредственно. В этих работах применены сложные процедуры анализа, и формальные ошибки  $x$  в них не были найдены. Поэтому не удастся для этих данных оценить  $\sigma_W$  по формуле (2.3) и приписать уравнениям (2.5) веса  $p = \sigma_W^{-2}$ .

Отсутствие изначального представления о точности данных [20, 177, 179, 211, 249] требует принять предположение об общих весах серий данных. Это необходимо для сопоставления количества информации, содержащейся в этих сериях, в данных по тангенциальным точкам и в данных по областям Н II. Будем считать, что все серии одинаково хорошо представляют охватываемые ими участки зависимости  $W(x)$  [и  $\theta(x)$ ]. Длина каждого такого участка примерно пропорциональна длине соответствующего интервала  $[x_{\min}, x_{\max}]$ , поскольку функция  $W(x)$  близка к линейной. Тогда общий вес точек каждой серии  $p_s$  должен быть пропорционален длине этого интервала, т.е. можно положить

$$p_s = x_{\max} - x_{\min}. \quad (2.17)$$

В этом случае веса уравнений (2.5) для точек  $(x, W)$  серий [20, 177, 179, 211, 249] в предположении внутренней равномерности этих серий равны

$$p = p_s / N_s, \quad (2.18)$$

где  $N_s$  — число точек в серии. Тангенциальным точкам и областям Н II назначим веса, учитывающие и (2.3), и (2.17):

$$p = C_s / \sigma_W^2, \quad (2.19)$$

где

$$C_s = p_s / \sum \sigma_W^{-2}, \quad (2.20)$$

а  $\sigma_W^{-2}$  вычисляется по формуле (2.3); величины  $C_s$  для тангенциальных точек и областей Н II — разные.

В таблице 2.1 приведены  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$ ,  $p_s$  и средние значения  $p$  для всех рядов данных.

**Таблица 2.1.** Веса  $p_s$  серий данных о вращении Галактики по нейтральному водороду и областям Н II.  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  — границы интервала  $x$ , охватываемого сериями;  $\langle w \rangle$  — вес одной точки серии данных по полному профилю линии 21 см или средний вес — для тангенциальных точек и областей Н II

Серия данных	$x_{\max}$	$x_{\min}$	$p_s$	$\langle w \rangle, 10^{-2}$
Теерикорпи (1989) [249]	0.92	0.39	0.53	3.31
Малахова и Петровская (1991) [177]	0.94	0.44	0.50	2.27
Бёртон и Гордон (1978) [91]	1.00	0.26	0.74	0.495
Петровская и Теерикорпи (1986) [211]	1.65	1.02	0.63	3.94
Герасимов и Петровская (1990) [20]	1.93	1.17	0.76	5.06
Меррифилд (1992) [179]	2.50	1.15	1.35	6.75
BFS1 [86, 103] для $R_0 = 7.5$ кпк	2.38	0.64	1.74	2.21

Для заданного  $n$  система уравнений (2.5) с весами (2.18) или (2.19), (2.20) решалась методом наименьших квадратов при фиксированном (пробном)  $R_0$  относительно неизвестных  $w_i$ . Значение  $R_0$ , при котором становится минимальной величина

$$\sigma_0^2 = \sum_{j=1}^N p_j (\delta W)_j^2 / (N - M), \quad (2.21)$$

где  $N$  — число уравнений (2.5) (равное 318 при отсутствии ограничений на данные),  $M$  — число неизвестных  $w_i$  (равное  $n+1$ , если  $\forall 0 \leq i < n \quad w_i \neq 0$ ), считалось наилучшим, т.е. оно принималось в качестве оценки  $R_0$  для данного  $n$ . Рассматривались варианты с  $n = 1, 2, \dots, 10$ .

Предположение (2.17) для НИ-данных представляется естественным, т.к. число  $N_s$ , и, таким образом, средний интервал между значениями  $\Omega$ , для каждой серии отражает лишь степень сглаживания наблюдательных данных, и, как правило, находится во власти авторов. Применение этого предположения к областям Н II означает, что весь массив данных об этих объектах рассматривается как одна независимая серия данных, эквивалентная по качеству НИ-серии с тем же промежутком  $x$ . Если законы вращения НИ и областей Н II не отличаются систематически, вопрос о соотношении весов этих двух типов данных не должен иметь решающего значения. Расчеты показали, что значение  $C_s$  для областей Н II определяет лишь относительную глубину минимума функции  $\sigma_0^2(R_0)$ , но на точечную оценку  $R_0$  и коэффициенты  $w_i$  влияет не сильно.

Поскольку сравнение результатов для разных  $n$ , как будет показано ниже, позволяет оптимизировать порядок разложения (2.4), а  $w_0$  не предполагается равным нулю, класс настоящего кинематического метода —  $pD(W)Ew$  в обозначениях, принятых в секции 1.1.2. Для ссылок в дальнейшем назовем этот метод „ $W(CO+NI)$ -оптимизацией”.

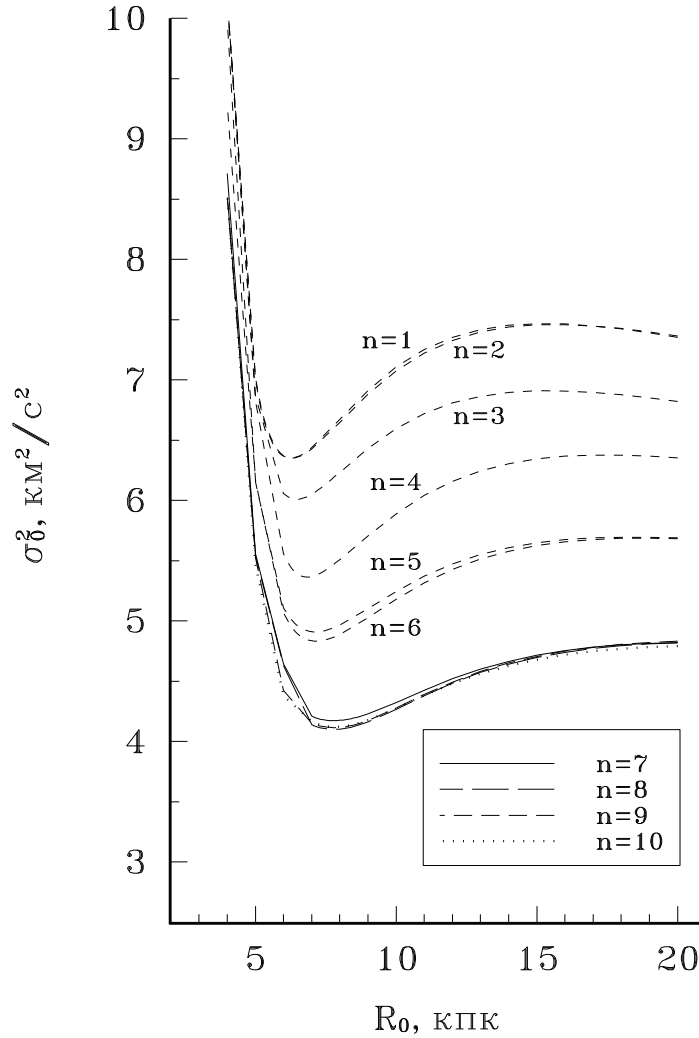
## 2.4. Результаты

Семейство кривых  $\sigma_0^2(R_0)$  для аппроксимирующих полиномов (2.4) приведено на рис. 2.2. При каждом  $n$  функция  $\sigma_0^2(R_0)$  имеет единственный минимум, т.е. оптимальное  $R_0$  определяется однозначно. В табл. 2.2 представлены результаты решения системы (2.5) для оптимальных  $R_0$ . В первом столбце указан порядок полинома (2.4), второй столбец содержит оценку  $R_0$ , третий — величину  $\sigma_{\min}^2 \equiv \min[\sigma_0^2(R_0)]$ , в остальных столбцах приведены данные о коэффициентах  $w_i$ : в первой строке указаны величины  $w_i$ , во второй — их стандартные ошибки  $\sigma_{w_i}$ , в третьей —  $|\sigma_{w_i}/w_i|$ .

Если для выбранного  $n$  удавалось найти хотя бы одно значение  $1 \leq i \leq n-1$ , для которого выполнялось условие

$$|\sigma_{w_i}/w_i| > 0.5, \quad (2.22)$$

то из полинома (2.4) исключался (как избыточный) член с наибольшей величиной  $|\sigma_{w_i}/w_i|$ . Если самые неточные  $w_i$  имели сравнимые  $|\sigma_{w_i}/w_i|$ , рассматривались варианты исключения соответствующий членов порознь и вместе. Для каждого варианта неполного полинома  $R_0$  определялось заново. Во всех случаях найти вариант, при котором условие (2.22) не выполнялось, удавалось быстро (требовалось рассмотреть не более 4 вариантов), и он оказывался единственным. Решения для всех рассчитанных вариантов с исключенными членами полинома (2.4) также приведены в табл. 2.2. Значок „:” рядом с оценкой  $R_0$  в таблице означает, что для этого варианта верно (2.22). Принудительное обнуление неточных  $w_i$  не изменяет существенно оценку  $R_0$  (вариации  $R_0 \leq 0.1$  кпк), величину  $\sigma_{\min}^2$ , кривую  $\sigma_0^2(R_0)$  и функцию  $W_n(x)$ . Отметим, что во всех случаях, когда изначально или после обнулений неточных  $w_i$  при любом  $1 \leq i \leq n$  неравенство (2.22) не выполнялось,



**Рисунок 2.2.** Семейство кривых  $\sigma_0^2(R_0)$  для полных полиномов  $W_n(x)$  по всем данным BFS1.

оказывалось верным условие

$$\forall 1 \leq i \leq n \quad |\sigma_{w_i}/w_i| < 0.3. \quad (2.23)$$

Это свойство сохраняется при всех рассмотренных ниже ограничениях на данные. Отметим, что коэффициент  $w_0$  для всех вариантов вычислений получается незначимо отличным от нуля.

Табл. 2.2 показывает, что сначала с ростом  $n$  оптимальная величина  $R_0$  возрастает, а  $\sigma_{\min}^2$  падает (рис. 2.3а, 2.3б); затем при  $n \geq 7$  оценка  $R_0$  стабилизируется на уровне  $7.8 \pm 0.1$  кпк; при тех же  $n$  также стабилизируется величина  $\sigma_{\min}^2$ , которая характеризует качество представления наблюдательных данных модельным законом  $W_n$ . Аналогично, кривые  $\sigma_0^2(R_0)$  в целом с увеличением  $n$  от 1 до 7 опускаются вниз, а при  $7 \leq n \leq 10$  практически совпадают друг с другом. Порядок  $n = 7$  выделяется и тем, что он является наименьшим, при котором изначально выполняется (2.23). При  $n > 7$  появляются неточные коэффициенты  $w_i$ , число и относительные ошибки которых растут с увеличением  $n$ , а в вариантах неполных полиномов (2.4), для которых верно (2.23), число ненулевых  $w_i, i \geq 1$ , не превосхо-



**Таблица 2.2.** Зависимость оценки  $R_0$  и коэффициентов  $w_i$  (в км/с) полиномов  $W_n(x)$  от порядка  $n$  для всей выборки BFS1

$n$	$R_0$ , кпк	$\sigma_{\min}^2$ , км <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	$w_0$	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$	$w_7$	$w_8$	$w_9$
1	6.3	6.352	3.40	-178.8	-	-	-	-	-	-	-	-
			1.09	2.1	-	-	-	-	-	-	-	-
			0.322	0.0116	-	-	-	-	-	-	-	-
2	6.3:	6.352	3.02	-181.3	3.46	-	-	-	-	-	-	-
			1.16	3.3	3.54	-	-	-	-	-	-	-
			0.384	0.0183	1.02	-	-	-	-	-	-	-
3	6.5	6.010	-0.37	-177.7	33.3	-26.0	-	-	-	-	-	-
			1.35	3.4	7.6	5.9	-	-	-	-	-	-
			3.67	0.0190	0.226	0.227	-	-	-	-	-	-
4	6.8	5.364	0.95	-208.9	29.4	85.1	-68.2	-	-	-	-	-
			1.31	5.9	7.2	18.6	10.8	-	-	-	-	-
			1.37	0.0280	0.245	0.218	0.158	-	-	-	-	-
5	7.1	4.909	-1.73	-227.0	105	135	-279	102	-	-	-	-
			1.33	6.4	15	20	39	18	-	-	-	-
			0.771	0.0283	0.144	0.147	-0.140	0.180	-	-	-	-
6	7.2:	4.834	-0.50	-234.5	67.9	214	-202	-81.8	74.2	-	-	-
			1.44	7.0	21.8	38	51	78.4	30.6	-	-	-
			2.87	0.0299	0.321	0.176	0.250	0.958	0.412	-	-	-
	7.2	4.836	-1.17	-232.3	87.1	183	-245	-	43.2	-	-	-
			1.29	6.7	11.6	24	31	-	7.1	-	-	-
			1.10	0.0288	0.133	0.130	0.125	-	0.165	-	-	-
7	7.8	4.173	-1.67	-279.5	132	623	-721	-696	1140	-370	-	-
			1.35	8.8	22	66	84	112	150	51	-	-
			0.810	0.0316	0.166	0.105	0.117	0.161	0.131	0.138	-	-
8	7.8:	4.102	-0.17	-278.9	52.7	662	-275	-1100	600	402	-243	-
			1.47	8.7	38.1	67	195	190	260	310	96	-
			8.65	0.0314	0.724	0.101	0.712	0.177	0.433	0.771	0.396	-
	7.7:	4.114	1.22	-276.4	-	672	-23.2	-1290	329	757	-349	-
			1.11	8.7	-	66	70.4	130	172	166	55	-
			0.910	0.0313	-	0.098	3.04	0.100	0.522	0.219	0.157	-
	7.7:	4.115	0.90	-274.5	2.5	653	-	-1270	261	809	-362	-
			1.29	8.4	13.7	67	-	150	99	97	41	-
			1.42	0.0304	5.52	0.102	-	0.115	0.380	0.120	0.114	-
	7.8	4.111	-0.95	-280.4	94.5	654	-515	-912	905	-	-120	-
			1.34	8.7	20.4	67	61	131	112	-	16	-
			1.42	0.0309	0.216	0.102	0.119	0.144	0.124	-	0.131	-
9	7.8:	4.115	-0.14	-279.6	51.5	676	-274	-1150	637	462	-314	20
			1.49	10.9	39.5	136	196	530	405	599	619	175
			10.7	0.0390	0.768	0.201	0.714	0.458	0.636	1.30	1.97	8.57

Таблица 2.2. Окончание

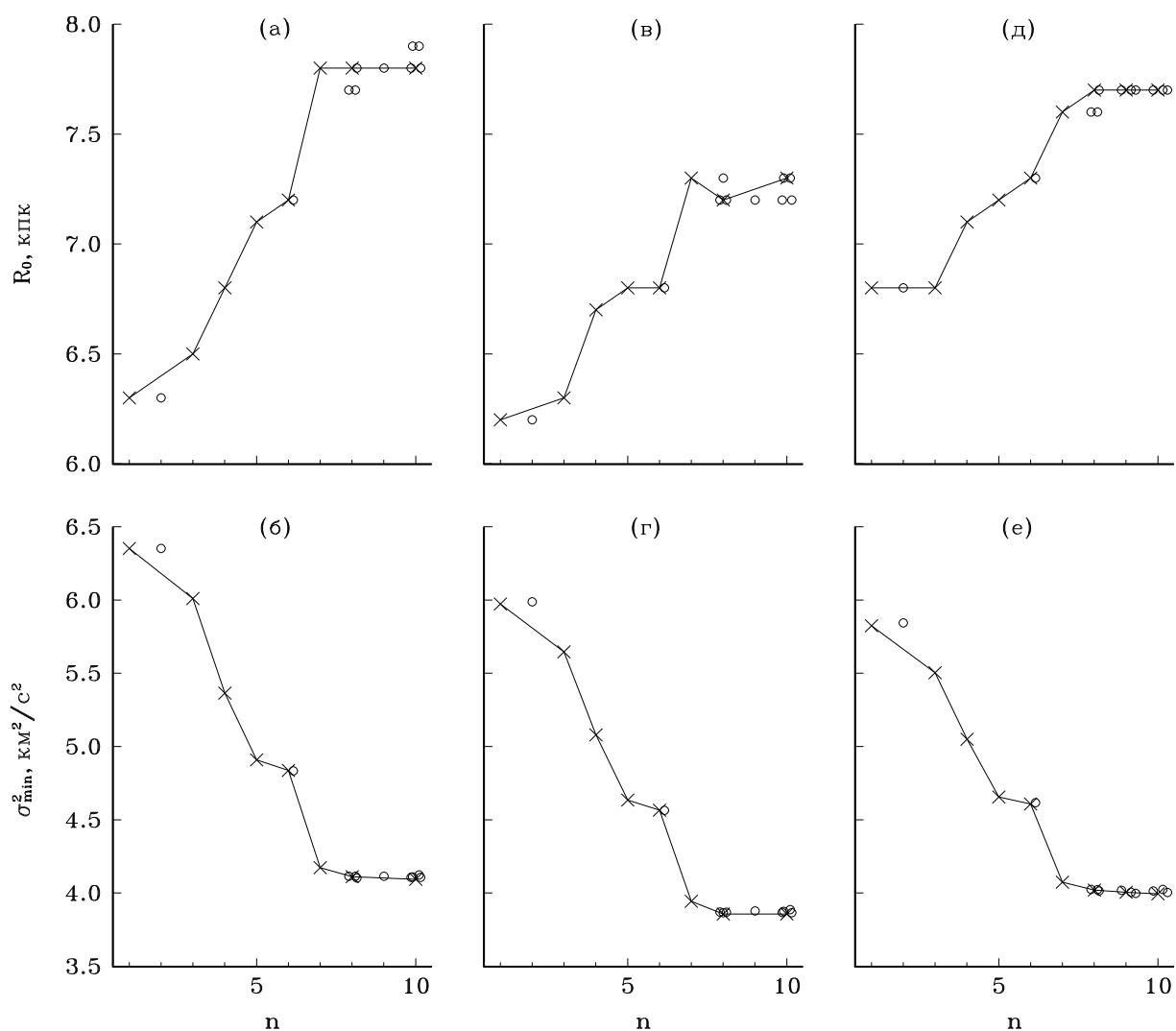
$n$	$R_0$ , кпк	$\sigma_{\min}^2$ , км <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	$w_0$	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$	$w_7$	$w_8$	$w_9$	$w_{10}$
10	7.9:	4.123	-0.54	-283.5	78.0	730	-546	-1250	1530	72	-1130	853	-218
			1.56	11.8	54.3	154	435	550	1340	828	1340	1222	318
			2.87	0.0417	0.696	0.211	0.797	0.436	0.880	11.5	1.18	1.43	1.45
	7.9:	4.110	-0.60	-283.4	81.8	727	-575	-1230	1590	-	1170	916	-238
			1.40	11.8	31.6	151	271	470	1090	-	1270	983	230
			2.31	0.0416	0.387	0.208	0.471	0.386	0.686	-	1.09	1.07	0.968
	7.8:	4.107	-0.48	-275.9	68.6	602	-353	-808	602	-	-	19.8	-30.6
			1.39	9.1	28.7	73	129	136	193	-	-	92.4	42.6
			2.89	0.0332	0.418	0.121	0.366	0.168	0.320	-	-	4.66	1.39
	7.8:	4.107	-0.51	-276.2	70.2	603	-360	-808	604	-	16	-	-24.2
			1.39	9.5	29.5	80	150	160	287	-	120	-	21.2
			2.71	0.0342	0.420	0.133	0.415	0.198	0.476	-	7.70	-	0.879
7.8	4.094	-0.56	-277.7	73.0	610	-379	-821	640	-	-	-	-21.4	
		1.34	8.3	20.2	61	51	120	78	-	-	-	2.8	
		2.38	0.0300	0.276	0.100	0.136	0.146	0.122	-	-	-	0.129	

дит 7. Эти результаты указывают на то, что при  $n = 7$  реальная зависимость  $W(x)$  по имеющимся данным воспроизводится уже с наибольшей возможной степенью подробности. Дальнейшее увеличение  $n$  не выявляет более тонкую структуру [кривые  $W_n(x)$  при умеренных  $|x - 1|$  очень близки друг к другу], а лишь ведет к меньшей устойчивости  $W_n(x)$  вблизи границ охватываемого интервала  $x$ .

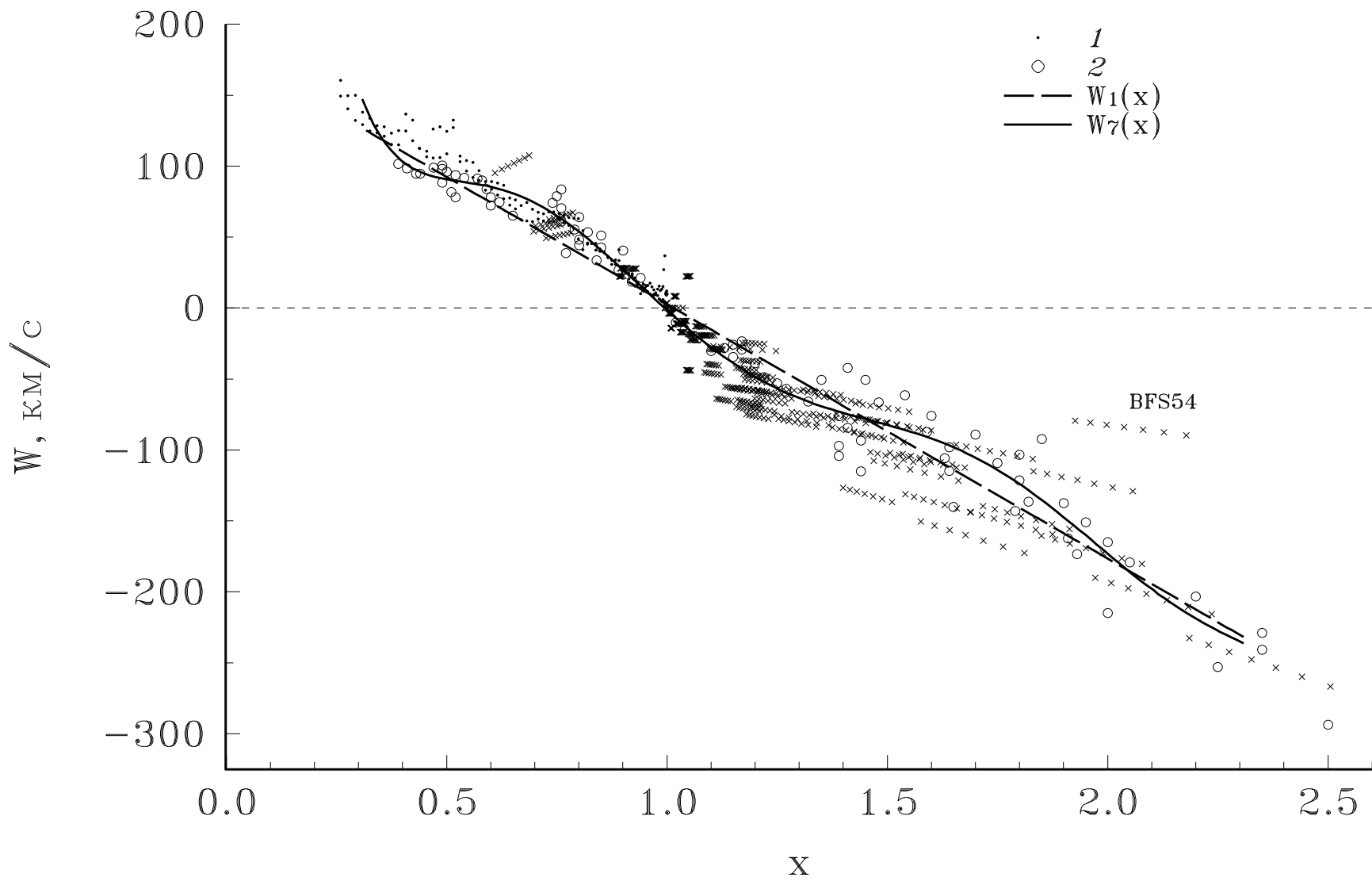
Смещение оценок  $R_0$  при малых  $n$  обусловлено систематическими отклонениями реальной зависимости  $W(x)$  от излишне сглаженной модельной (рис. 2.4). При варьировании  $R_0$  области Н II смещаются на плоскости  $(x, W)$  вдоль прямых, проходящих через точку  $(0, 0)$ : с ростом  $R_0$  при  $W > 0$  — от этой точки, при  $W < 0$  — к ней. В последнем, наиболее частом случае, объекты, лежащие систематически выше или ниже кривой  $W_n(x)$ , имеют наименьшие невязки при соответственно завышенном или заниженном значении  $R_0$ . При малом  $n$  результирующего смещения оценки  $R_0$  не будет, только если эти отклонения случайно скомпенсируют друг друга. В нашем случае этого не происходит, т.к. отклонение при  $x \sim 1.2$  очевидно доминирует и, следовательно, занижает  $R_0$ . Это объясняет поведение  $R_0(n)$ . Смещения оценки  $R_0$  также не будет, если существенных отклонений нет, т.е. модель  $W_n(x)$  достаточно подробно представляет реальную зависимость  $W(x)$ . Как показано выше, последнее имеет место при  $n \geq 7$ . Отсюда вытекает, что уровень стабилизации  $R_0$  при  $n \geq 7$  (рис. 2.3а) можно принять за оценку  $R_0$  по этой совокупности данных.

Таким образом, предварительный анализ для всей выборки BFS1 приводит к оценке  $R_0 = 7.8 \pm 0.6$  кпк и оптимальному порядку полинома (2.4)  $n_0 = 7$ . Здесь и далее приводимая неопределенность  $R_0$  — стандартная ошибка, учитывающая формальные ошибки оценок  $R_0$  для фиксированных  $n$  и разброс этих оценок на участке стабилизации  $R_0(n)$  (подробнее см. разделы 3.3.2 и 3.3.3).

Отклонения точек  $(x, W)$  от кривой  $W_7(x)$  могут быть следствием ошибок наблюдений и наличия некруговых движений. Рассмотрим первый фактор. Очевидно, что промахи в наблюдательных данных (как указывалось, ошибки расстояний до областей Н II могут быть большими) способны существенно исказить оценку



**Рисунок 2.3.** Зависимость оптимальной величины  $R_0$  и  $\sigma_{\min}^2$  от порядка полинома  $W_n(x)$ : а, б — для всех данных BFS1, в, г — для выборки BFS1а (без учета областей Н II с вероятными промахами в данных), д, е — для выборки BFS1б (с дополнительно исключенными областями Н II выборки П1 и П2). Кружки соответствуют альтернативным вариантам, для которых выполняется условие  $\exists i: 1 \leq i \leq n - 1, |\sigma_{w_i}/w_i| > 0.5$ .



**Рисунок 2.4.** Зависимость  $W$  от  $x$ : 1 — тангенциальные точки, 2 — данные по полному профилю линии 21 см; положение каждой области II (крестики) показано для  $R_0$  от 6,9 до 8,7 кпк с шагом 0,3 кпк.

$R_0$ . Возможно, такой промах имеет место в случае области Н II BFS54, для которой невязка весьма велика (при  $R_0 = 7.8$  кпк  $\delta W = +98.9$  км/с,  $|\delta W|/\sigma_W = 3.4$ ) и сильно зависит от  $R_0$  (рис. 2.4). Для выявления объектов со значительными ошибками в данных исследовано распределение отношений  $|\delta W|/\sigma_W$ . Четыре области Н II с  $|\delta W|/\sigma_W \geq 2.8$  оказались выделенными на фоне остальных объектов, у которых  $|\delta W|/\sigma_W \leq 2.5$ . Эти области Н II (S158, S175, S288, BFS54) были исключены как объекты с промахами в данных, и все вычисления для оставшейся выборки (обозначим ее BFS1a) выполнены заново. Характер зависимости результатов от  $n$  сохранился (рис. 2.3в, 2.3г), по-прежнему  $n_o = 7$ . Коэффициенты  $w_i$  изменились в пределах их неопределенностей. Разброс оптимальных  $R_0$  для разных  $n$  уменьшился с 1.6 до 1.1 кпк, результирующая оценка  $R_0$  уменьшилась до  $7.3_{-0.4}^{+0.5}$  кпк. Эти изменения вызваны, в основном, исключением области BFS54. Т.к. для этого объекта  $\delta W > 0$ , а  $W < 0$ , включение его в обработку привело к завышению  $R_0$ . Области Н II S158 S175, вероятно, принадлежат спиральному рукаву Персея, и значительная доля их невязок может быть обусловлена кинематической аномалией, а не ошибками в данных. Однако исключение этих объектов практически не сказывается на результатах.

Большинство областей Н II с  $1.1 \lesssim x \lesssim 1.3$  находится в рукаве Персея, поэтому их отклонение от сильно сглаженных кривых вращения традиционно приписывается соответствующим некруговым потоковым движениям (см., например, [131, 179]). Многие из этих объектов лежат несколько ниже кривой  $W_7$  (рис. 2.4). Исследуем влияние этой вероятной кинематической аномалии на полученные результаты.

Рукав Персея прослеживается по областям Н II на долготах  $100^\circ \lesssim l \lesssim 140^\circ$  (рис. 2.1). Т.к. этот участок очень короткий, средние  $R$  и  $\Omega$  объектов рукава практически не зависят от  $l$ , поэтому область на плоскости  $(R, \Omega)$ , охватываемую рукавом, можно указывать, налагая единые для этого промежутка  $l$  ограничения на  $R$  и  $\Omega$ . Выделены две выборки областей Н II: 10 объектов в области  $8.75 \leq R \leq 9.75$  кпк,  $-60 \leq \Omega \leq -40$  км/с (выборка П1) и 7 объектов в области  $8.5 \leq R < 8.75$  кпк или  $9.75 < R \leq 10.25$  кпк,  $-65 \leq \Omega < -60$  км/с или  $-40 < \Omega \leq -35$  км/с (выборка П2). Границы интервалов  $R$  указаны для  $R_0 = 7.8$  кпк. Объекты П1 (S132, 139, 142, 152, 157, 161B, 162, 163, 170 и 199) принадлежат рукаву Персея с большей вероятностью, чем объекты П2 (S159, 165, 168, 173, 177, 184 и 190). Если, кроме областей с промахами в данных, исключить и объекты П1, оценка  $R_0$  становится равной  $7.6 \pm 0.5$  кпк. Дополнительное исключение объектов П2 (обозначим получившуюся выборку BFS1б) приводит к  $R_0 = 7.7 \pm 0.5$  кпк. Немного уменьшаются для разных  $n$  разброс оптимальных  $R_0$  (до 0.9 кпк) и разброс  $\sigma_{\min}^2$  (рис. 2.3д, 2.3е). Возможно, области Н II S149 и S156 также расположены вблизи рукава Персея, т.к. их  $\Omega = -56$  и  $-54$  км/с удовлетворяют условиям выборки П1, а большие величины  $R = 10.8$  и  $11.7$  кпк для них могут быть следствием завышенных [на  $(1 \div 1.5)\sigma_r$ ] расстояний. Если исключить и эти объекты, оценка  $R_0$  остается прежней.

Таким образом, без объектов, вероятно участвующих в потоке Персея, получается оценка  $R_0 = 7.7 \pm 0.5$  кпк, которая слабо зависит от состава исключаемой выборки.

В принятой схеме назначения весов условным уравнениям веса для областей Н II зависят от  $R_0$  (см. предыдущий раздел). Это не создает проблемы, если оптимизируются только  $w_i$  для фиксированного  $R_0$ . Но при сравнении результа-

тов для разных  $R_0$ , т.е. при оптимизации этого параметра, получается, что веса некоторых уравнений в системе (2.5) меняются в ходе процедуры оптимизации, если буквально следовать процедуре, изложенной в разделе 2.3, как и делалось до сих пор. Строго говоря, это не совсем корректно, т.к. МНК, который, фактически, применяется и при оптимизации  $R_0$ , предполагает, что веса уравнений заранее известны и постоянны при решении избыточной системы относительно всех искомых параметров (см., например, [216]). Поэтому более правильной представляется итеративная процедура вычислений, в которой веса для областей Н II при каждом решении системы (2.5) зафиксированы для некоторого приближения  $R_0$ . Применение этой процедуры сдвигает  $R_0$  к меньшим значениям —  $R_0 = 7.1_{-0.3}^{+0.5}$  кпк для всех данных BFS1,  $R_0 = 7.0_{-0.3}^{+0.4}$  кпк для выборки BFS1a и  $R_0 = 7.3_{-0.4}^{+0.5}$  кпк для BFS1б, — но остальные результаты изменяет мало (в частности,  $n_0$  остается равным 7). Основной эффект от переменности весов обусловлен не зависимостью  $p$  от  $x(R_0)$  и  $\sigma_x(R_0)$  в силу (2.19), (2.3) и (2.6)–(2.8), а зависимостью от  $R_0$  длины интервала  $x$ , покрываемого областями Н II. Поскольку для любых ОО  $x \rightarrow 1$  при  $R_0 \rightarrow \infty$  [см. формулу (2.8)], то разность  $x_{\max} - x_{\min}$ , или общий вес  $p_s$  серии данных об областях Н II [предположение (2.17)], уменьшается с ростом  $R_0$ . Поэтому значимость невязок  $\delta W$  областей Н II, т.е. их вклад в  $\sigma_0^2$  [формула (2.21)], систематически снижается с увеличением  $R_0$ . В результате получается, что кривая  $\sigma_0^2(R_0)$  при переменных весах проходит на больших  $R_0$  ниже, а на малых  $R_0$  — выше, чем при итеративной процедуре; поэтому минимум  $\sigma_0^2(R_0)$  в процедуре с переменными весами смещается в сторону больших  $R_0$ .

## 2.5. Заключение

Выполненные вычисления показывают, что оптимизация сглаженности модельного закона вращения, по крайней мере при привлечении данных о диффузной газовой составляющей, возможна и позволяет практически однозначно определить как оптимальный порядок аппроксимирующего полинома, так и значение  $R_0$ , соответствующее адекватному воспроизведению реального закона вращения. Излишне сглаженная модель ( $n < n_0$ ) может привести к сильному искажению  $R_0$ , в данном случае — к недооценке, которая при  $n = 1$  достигает 1–1.5 кпк (рис. 2.3).

Последний вывод позволяет объяснить смещенный результат  $R_0 \approx 6.2$  кпк в [131] использованием излишне гладкой аппроксимации закона вращения. При  $n \leq 3$  в этой главе по почти тем же данным об ОО также получают заниженные значения  $R_0 \sim 6$  кпк.

Как видно из обзора в секции 2.1, при построении сглаженного (модельного) закона вращения в рамках метода оценивания  $R_0$  по согласованию вращения подсистем Н I и ОО возможны два подхода: 1) этот закон определяется только Н I-данными (почти во всех исследованиях); 2) этот закон определяется также данными и об ОО и, следовательно, зависит от  $R_0$  (в [131] и в настоящей работе). Второй подход представляется более предпочтительным, т.к. в этом случае рас согласования между двумя типами данных (из-за наличия потоковых движений, асимметричного сдвига, случайных и систематических ошибок данных) в определенной степени сглаживается. Поэтому оценка  $R_0$  оказывается менее смещенной, а аппроксимация КВ более надежной. При этом  $R_0$  и сглаженная КВ получают согласованными. Недостаток второго подхода — необходимость принятия предположения о соотношении весов данных двух типов.

В пользу второго подхода говорит и сравнение с результатами Меррифилда [179]. Модель в [179] не является излишней сглаженной — она строилась как сплайн-аппроксимация и поэтому воспроизводит основные особенности закона  $\Omega(x)$  (см. рис. 2 и 4 в [179]). Неудача в [179] при оценивании  $R_0$  по всем Н II-данным, очевидно, объясняется применением первого подхода при построении модели: Н II-данные в области рукава Персея настолько ниже модельного закона, что это приводит к явно смещенному  $R_0$  по признанию самого автора. Оценка  $R_0 \sim 7.1 \pm 0.5$  кпк, полученная в настоящей главе с использованием второго подхода по почти тем же Н II-данным, не является неправдоподобно низкой (см. таблицы сводки в первой главе). К тому же, исключение области рукава Персея при втором подходе приводит лишь к относительно небольшому изменению  $R_0$  (на  $\sim 0.3$  кпк) в отличие от результатов [179].

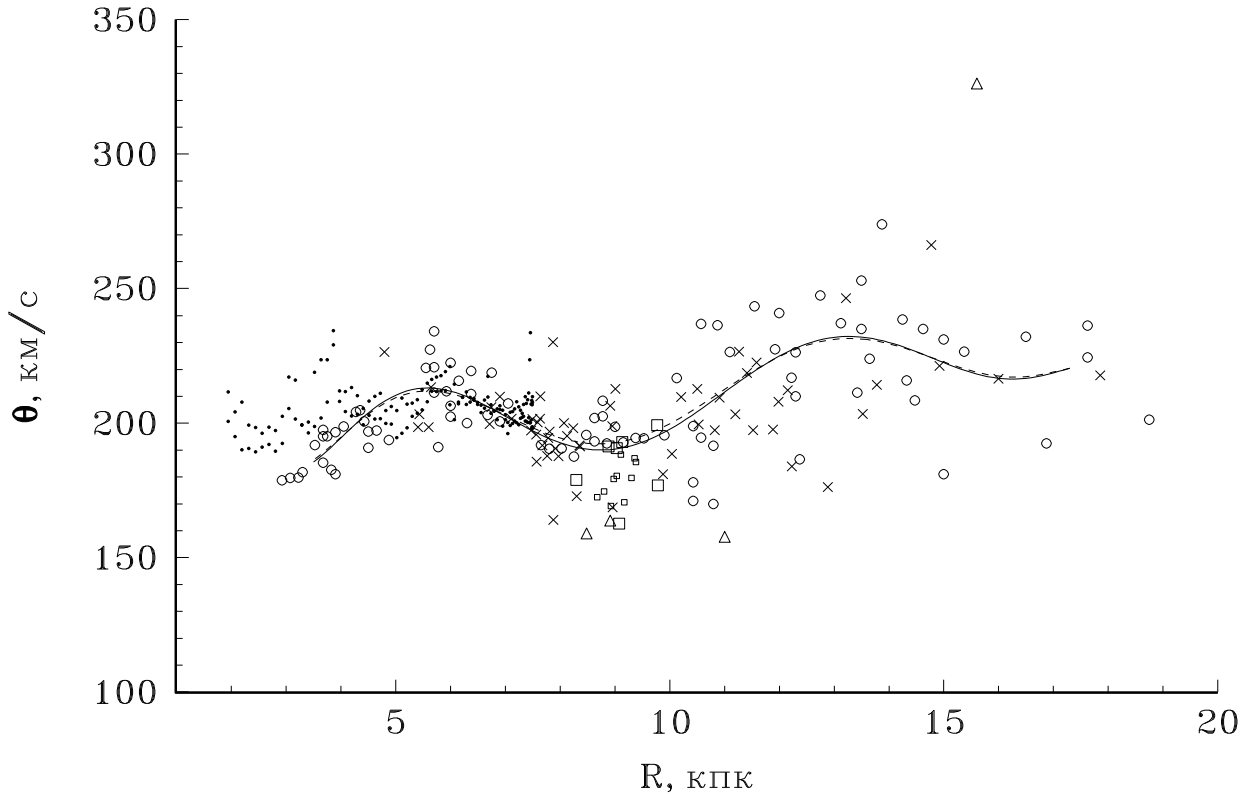
В работах класса *E* по звездным подсистемам одной из причин столь большого разброса результатов ( $R_0 \sim 6 \div 10$  кпк), по-видимому, является применение весьма различных пространственных и кинематических ограничений на выборку ОО (см. таблицы 1.3 и 1.7). Первый подход при построении модели, примененный во всех этих работах, в комбинации с ее линейностью и с большими систематическими отклонениями ОО от модели в выбранной части диска Галактики может привести к большому смещению: по крайней мере один из результатов [205]  $R_0 = 5.7 \pm 0.6$  кпк — явно заниженный. Однако, если в рассматриваемой части диска отклонения от Н I-модели окажутся несущественными, оценка  $R_0$  может получиться и практически несмещенной.

Проблема в том, что заранее (не задавая  $R_0$ ) затруднительно локализовать такие отклонения и определить их значимость. Так, „аномалия” в области рукава Персея на  $x \sim 1.1 \div 1.3$  может быть следствием не столько локальных потоковых движений, сколько резкого падения плотности вещества в диске Галактики на этих  $x$  (см. аргументы в [210] и в пятой главе диссертации), тем более что снижение скорости вращения в этом месте прослеживается и по одним Н I-данным (рис. 2.4 и 2.5). Вернемся к этой гипотезе в четвертой главе после привлечения данных о сходных ОО из III квадранта.

Однако после оптимизации  $R_0$  методом  $W(\text{CO}+\text{HI})$  оказалось, что по крайней мере в одной области — в рукаве Персея — объекты имеют систематическое отклонение даже относительно модели оптимального порядка  $W_7$ , средней для двух подсистем. На рис. 2.5 представлена кривая вращения по использованным данным  $\theta(R) = W(R/R_0) + \omega_{\text{LSR}}R$ , построенная для примера при значении  $R_0 = 7.5$  кпк, промежуточном между оценкой  $R_0$  в этой главе и окончательной, которая будет выведена в четвертой главе; здесь  $\theta_{\text{LSR}} = 7.5 \times 26.4 = 198$  км/с. Отклонение объектов П1 и П2 от модели для выборки BFS16 (штриховая кривая на рис. 2.5) составляет  $\Delta\theta = 14.4 \pm 2.4$  км/с; для  $R_0 = 7.1$  кпк оно также значимо ( $\Delta\theta \sim 12 \pm 2$  км/с), при этом нарастают отклонения в других местах.

Таким образом, стандартное предположение о случайности отклонений ОО от закона вращения Н I, которое использовано и в настоящей главе, нельзя признать вполне адекватным. Это заставляет рассматривать полученный результат  $R_0 = 7.1 \pm 0.5$  кпк лишь как промежуточный.

Сравнение моделей вращения высоких порядков  $n$ , близких к  $n_0$ , показало, что в большинстве случаев они отражают структуру реального закона вращения лишь в интервале между крайними точками перегиба. За границами этого интервала поведение моделей носит в большой степени случайный характер. Поэтому



**Рисунок 2.5.** Кривая вращения Галактики по HI и областям HII выборки BFS1 при  $R_0 = 7.5$  кпк. Для HI-данных обозначения, как на рис. 2.4; для областей HII — как на рис. 2.1. Сплошная линия — сглаженная кривая, соответствующая  $W_7(x)$  для выборки BFS1a, штриховая — для выборки BFS1b.

модели с большими  $n$  изображать на рисунках имеет смысл лишь примерно в пределах указанного интервала, где структура выявлена надежно. В случае рис. 2.5 это промежуток  $4 \lesssim R \lesssim 17$  кпк.

Выявление основных деталей структуры кривой вращения и без привлечения областей HII — только по данным по полному профилю 21 см (рис. 2.5) — оправдывает применение сложных аппроксимирующих кривых. Влияние спиральной структуры на HI-данные частично было учтено в [177], частично сглаживается самим характером входной информации и процедур получения этих данных. Поэтому выявленная структура кривой вращения вероятнее всего отражает реальные особенности крупномасштабного распределения масс в Галактике.

Заметим, что при  $R \lesssim 4$  кпк данные по тангенциальным точкам и по полному профилю несколько рассогласуются (рис. 2.4 и 2.5). Сглаженные кривые лучше представляют последние, т.к. их общий вес здесь выше (табл. 2.1).



## Глава 3. Моделирование вращения однородной плоской подсистемы. Анализ данных о молекулярных облаках

### 3.1. Направления совершенствования методов моделирования

Выводы из обзора литературы в первой главе (раздел 1.7) и выводы второй главы после попытки анализа неоднородных данных о вращении газовых подсистем Галактики (раздел 2.5) дают основания предложить общие правила, следование которым при разработке и/или совершенствовании методов пространственно-кинематического моделирования позволяет минимизировать систематические ошибки, прежде всего собственно метода:

1. Все параметры задачи следует, если это возможно, определять одновременно (совместно), причем по той совокупности данных, которую они будут представлять. Параметры, определенные таким образом, согласуются друг с другом и с этими данными. Если параметры найдены по одним данным, они могут плохо представлять другие данные. Параметры, зафиксированные по результатам предыдущих работ, т.е. полученные в общем случае при других предположениях и по другим данным, могут не соответствовать предположениям и данным в новом анализе. (См. выводы 1 и 2 в разделе 1.7.)
2. Следует использовать как можно более однородные данные. Здесь имеется в виду как однородность галактической подсистемы, к которой они относятся (в том числе однородность по типу ОО), так и однородность способов получения наблюдательных данных. Неоднородности по этим двум признакам, конечно, взаимосвязаны. По отдельности и в комбинации они могут приводить к кинематической неоднородности данных (когда разные их подмножества требуют различных кинематических моделей), к несогласованности шкал расстояний и к необходимости принимать дополнительные предположения о соотношении между точностями (весами) данных разных видов, что вызывает соответствующие систематические ошибки (см. раздел 2.5 и мотивацию вывода 2 в разделе 1.7).
3. Следует избегать дополнительных, в том числе избыточных, и упрощающих предположений (о кривой вращения, о галактической кинематике вообще, о галактических постоянных и других параметрах задачи). Такие предположения могут привести к сильному искажению результатов (см. вывод 3 в разделе 1.7 и раздел 2.5).

Правила 1 и 3 на практике часто связаны: фиксация параметров по результатам других работ является избыточным предположением, если эти параметры могут быть найдены по данным, используемым в новом анализе.

Степень соответствия этим правилам позволяет по классу и некоторым деталям кинематического метода нахождения  $R_0$  судить о надежности результата

(в систематическом смысле), задает перспективы и направления совершенствования метода. Правилу 1 не отвечает класс В/С<sub>1</sub>, а правилам 1 и 3 — класс В<sub>2</sub> и случаи фиксированных  $u_0$  и  $v_0$ . В отношении соответствия правилу 2 методы класса Е уступают I-методам, т.к. первые по определению требуют привлечения данных о вращении подсистемы, отличной от подсистемы ОО. Этому же правилу не отвечают случаи использования комбинированных выборок, составленных из ОО разных типов. При переходе от класса В к классу D методы становятся более совершенными в смысле соответствия правилу 3.

Отчасти, исходя из этих правил менее предпочтительными представляются методы, требующие ограничений (особенно априорных) на данные: Трамплера и Уивера (класс А), Фиста и Шаттлуорта (В/С<sub>1</sub> или В<sub>2</sub>), Фоккера (С<sub>1</sub> или В<sub>2</sub>), Уивера (С<sub>1</sub> I<sub>2</sub>) и др. Обычно такие ограничения накладываются на пространственное положение ОО — на  $r, l, R, |R - R_0|$ , иногда — на лучевую скорость  $V_r'$  (например, в классе А и в [155]). Помимо того, что ограничения сокращают выборку ОО, зачастую сильно (как в перечисленных методах класса А и с линейной моделью вращения), заметно снижая статистическую надежность результата, они требуют задания численных значений границ, т.е. фактически вводят дополнительные параметры задачи. Выбор параметров ограничений в значительной степени произволен и по сути является набором дополнительных предположений (еще до начала анализа нужно иметь представление о соответствии реальной кинематики ОО принятым модельным предположениям), что не отвечает правилам 1 и 3. Влияние параметров ограничений на результаты обычно в работах не изучается. Но даже если это делать, все равно некоторый произвол сохранится, поскольку такие параметры нельзя оптимизировать строго — так, как, например, постоянные модели — и, следовательно, нельзя удовлетворить правилу 1. Это может создать соответствующий произвол в результирующем  $R_0$ . Пример заметного влияния на  $R_0$  наибольшего значения  $|R - R_0|$  даже в методе класса D будет дан в секции 3.10. Возможно, подобный произвол является одним из механизмов явления „bandwagon effect”, замеченного М. Дж. Ридом,— колебаний со временем средней оценки  $R_0$  из-за внутренней предрасположенности исследователей к априорному „правильному ответу”, разному в разные периоды (см. [223, с. 364–365], [79, с. 434]); примеры проявления этого эффекта: [131, 179], [176, стр. 214]. Чтобы устранить произвол ограничений, следует избегать строить и/или использовать методы, которые их требуют.

Подробнее об упоминавшихся в этом разделе методах и примерах их применения см. в секции 1.1.2 и в табл. 1.3 и 1.7.

Будем руководствоваться сформулированными здесь правилами при разработке алгоритмов анализа данных в этой и следующей главах.

### 3.2. Проблема реалистичности модели вращения

Повышение адекватности представления закона дифференциального вращения — основной составляющей любой кинематической модели — является одним из направлений совершенствования методов пространственно-кинематического моделирования в соответствии с правилами 1 и, особенно, 3.

Проблема реалистичности модели вращения не возникает только в случае, если  $R_0$  находится по кривизне линии нулевых лучевых скоростей (класс А), для чего не требуется модель закона вращения Галактики. Но такой подход проигры-

вает в общей неопределенности результата методам, использующим данные о конечном промежутке расстояний  $R$  до оси вращения Галактики (см. подробнее секцию 1.1.2). В последнем случае происходит частичное сглаживание эффектов локальных некруговых движений и неоднородного распределения объектов (например, [76, 109]), а также повышается статистическая надежность параметра  $R_0$  за счет роста объема выборки. Однако эти преимущества могут быть сведены на нет недостаточно реалистичными предположениями о модельном законе вращения. Обычно этот закон жестко фиксируют (класс В) или представляют в виде некоторого выражения со свободными коэффициентами (классы В/С и С), как правило, отрезка ряда 1-ого (класс В/С<sub>1</sub> и подкласс С<sub>1</sub>), реже 2-ого или большего порядка (подкласс С<sub>2</sub>). Разные варианты избранной аналитической формы, в частности, разложения разных порядков, сравнивают довольно редко (подкласс С<sub>3</sub>), при этом не изучая или вообще не затрагивая вопрос об их оптимальности. Между тем, степень сглаженности модели вращения, как было показано в предыдущей главе, может сильно влиять на оценку  $R_0$ , особенно, если данные охватывают значительный промежуток  $R$  (смещение достигает  $\gtrsim 20\%$  величины  $R_0$ ).

Во второй главе была предложена методика нахождения оптимального уровня воспроизведения деталей закона вращения при определении  $R_0$  способом согласования данных о вращении диффузного Н I и областей Н II. Однако в этом методе класса D —  $W(\text{CO}+\text{HI})$  — необходимость использования разнородных данных и введения дополнительных предположений, характерных для внешней оптимизации, а также полученное подтверждение различия полей скоростей двух подсистем плохо согласуются с правилами 2 и 3.

В настоящей главе ставится задача разработки и апробации D-метода пространственно-кинематического моделирования, т.е. также включающего оптимизацию сглаженности модели вращения, применительно к произвольной однородной плоской подсистеме Галактики. В отличие от D-метода второй главы он не потребует дополнительных данных о вращении диффузной подсистемы и соответствующих дополнительных предположений и, таким образом, будет лучше соответствовать всем трем правилам, сформулированным в разделе 3.1.

### 3.3. Метод моделирования

#### 3.3.1. Модель и ее параметры

В предположении чисто кругового вращения „модельная” величина лучевой скорости объекта относительно Местного стандарта покоя (МСП) в общем случае определяется выражением

$$V_{\text{mod}} = (\omega - \omega_0)R_0 \sin l \cos b - \Pi_{\text{LSR}} \cos l \cos b - \Delta\theta_{\text{LSR}} \sin l \cos b - \Upsilon_{\text{LSR}} \sin b, \quad (3.1)$$

где  $\omega$  и  $\omega_0$  — угловые скорости вращения подсистемы на  $R$  и  $R_0$ ,  $l$  и  $b$  — галактические координаты отдельного объекта подсистемы,  $\Pi_{\text{LSR}}$ ,  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  и  $\Upsilon_{\text{LSR}}$  — компоненты скорости движения МСП относительно Вращательного стандарта покоя (ВСП) в направлениях  $l = 0^\circ$ ,  $l = 90^\circ$  и  $b = 90^\circ$ , соответственно. Введенный в [238] ВСП — это система отсчета с началом координат в окрестностях Солнца, движущаяся по круговой орбите со скоростью равной средней скорости вращения Галактики (точнее — рассматриваемой подсистемы) на  $R = R_0$ . При нулевых  $\Pi_{\text{LSR}}$ ,  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  и  $\Upsilon_{\text{LSR}}$  выражение (3.1) — одна из формул Ботлингера [31].

В случае плоской подсистемы кривую вращения  $\theta(R)$  можно представлять полиномами

$$\Theta_n(R) = \sum_{i=0}^n \theta_i (\Delta R)^i, \quad n \geq 1, \quad (3.2)$$

где  $\Delta R \equiv R - R_0$ , не вводя зависимости линейной скорости вращения  $\theta$  от расстояния от галактической плоскости, и можно положить  $\Upsilon_{\text{LSR}} = 0$ . Тогда модель (3.1) принимает общий вид

$$V_{\text{mod}} = \left[ \Delta\theta_1 \Delta R + \sum_{i=2}^n \theta_i (\Delta R)^i \right] \frac{R_0}{R} \sin l \cos b - \Pi_{\text{LSR}} \cos l \cos b - \Delta\theta_{\text{LSR}} \sin l \cos b, \quad (3.3)$$

$$\Delta\theta_1 \equiv \theta_1 - \omega_0 = -2A, \quad \omega_0 = \omega_{\text{LSR}} - \frac{\Delta\theta_{\text{LSR}}}{R_0}, \quad \Delta\theta_{\text{LSR}} = \theta_{\text{LSR}} - \theta_0,$$

где  $A$  — параметр Оорта, индексы 0 и LSR кинематических параметров относятся к ВСП и к МСП, соответственно, а

$$R = \sqrt{R_0^2 + r^2 \cos^2 b - 2R_0 r \cos l \cos b},$$

$r$  — гелиоцентрическое расстояние до объекта. Заметим, что уравнения (3.3) при  $n = 1$  и 0 эквивалентны; отличается лишь смысл одного параметра: если  $n = 0$ ,  $\Delta\theta_1 \equiv -\omega_0 = -2A$ .

Вектор неизвестных параметров модели (3.3)

$$\mathbf{a} = (R_0, \Delta\theta_1, \dots, \theta_n, \Pi_{\text{LSR}}, \Delta\theta_{\text{LSR}})$$

находится для заданного  $n$  в результате минимизации статистики

$$S^2(\mathbf{a}) = \sum_{j=1}^N (\delta V)_j^2, \quad \delta V_j \equiv [V'_r - V_{\text{mod}}(\mathbf{a})]_j, \quad (3.4)$$

где  $V'_r$  — наблюдаемая лучевая скорость, приведенная к МСП,  $N$  — число объектов. Возможность учета случайных ошибок  $r$  путем введения весов или применения двумерной оптимизации системы уравнений

$$V'_r = V_{\text{mod}}(\mathbf{a}) \quad (3.5)$$

обсуждается ниже — в секции 3.10.

Поясним, почему в качестве модели закона вращения выбрано разложение (3.2) для линейной, а не угловой скорости. Кривые вращения внешних спиральных галактик и нашей Галактики — плоские в первом приближении; на предположении  $\theta(R) = \theta_0$  даже основаны некоторые работы по определению  $R_0$  (подкласс В<sub>1</sub> кинематических методов, ссылки см. в секции 1.1.2). Нелинейные члены (3.2) непосредственно описывают отклонения от этой простой модели. В случае же разложения в ряд  $\omega(R)$  даже при идеально плоской кривой вращения новые нелинейные члены будут требоваться просто по мере увеличения промежутка  $\Delta R$ , т.к.  $\omega(R) \propto R^{-1}$ .

Члены при  $\Pi_{\text{LSR}}$  и, в особенности,  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  могут сильно повлиять на результат. Их включение в модель необходимо не только из-за допущения движения

МСП относительно ВСП, но и из-за возможного несоответствия рассматриваемой подсистеме ОО принятых компонент остаточного движения Солнца, поскольку последние зависят от спектрального класса звезд (см., например, [5, 79]).

### 3.3.2. Определение ошибок параметров

В задачах пространственно-кинематического моделирования есть по крайней мере один нелинейный параметр —  $R_0$ . Нахождение формальных ошибок в случае нелинейных параметров представляет известную трудность. Из-за этого в ряде работ ошибка кинематической оценки  $R_0$  вообще не определялась (см. примеры в табл. 1.3 и 1.7). Поэтому остановимся подробнее на использованной процедуре определения ошибок параметров.

Наиболее обоснованными формальными доверительными интервалами искомого параметра в подобных задачах являются проекции многомерной доверительной области на соответствующие оси параметров. Их можно найти с помощью статистики

$$\chi^2(\mathbf{a}) \equiv \sum_{j=1}^N \left( \frac{\delta V_j}{\sigma_j} \right)^2, \quad (3.6)$$

где  $\sigma_j$  — среднеквадратичное уклонение  $(V_r')_j$  от  $(V_{\text{mod}})_j$ . Согласно [216, с. 551–590], границы доверительного интервала параметра  $a_m$  для уровня  $1\sigma$  ( $\approx 68.3\%$ ) являются корнями уравнения

$$\chi_1^2(a_m) = \chi_0^2 + 1. \quad (3.7)$$

Здесь  $\chi_0^2$  — значение глобального минимума функции  $\chi^2(\mathbf{a})$ ,  $\chi_1^2(a_m)$  — минимальное значение  $\chi^2(\mathbf{a})$  при фиксированной величине  $a_m$ :

$$\chi_0^2 \equiv \min [\chi^2(\mathbf{a})], \quad (3.8)$$

$$\chi_1^2(a_m) \equiv \min_{a_m = \text{const}} [\chi^2(\mathbf{a})]. \quad (3.9)$$

Как видно из формул (3.6)–(3.9), для корректного определения ошибок параметров нужно знать абсолютные „ошибки наблюдений”  $\sigma_j$ , а не только их относительные величины  $\tilde{\sigma}_j$ , которые определяют веса условных уравнений. Систематически завышение или занижение величин  $\sigma_j$  приведет к соответственно завышению или занижению доверительных интервалов, причем примерно пропорциональному, поскольку

$$\chi_1^2(a_m) \propto [a_m - (a_m)_o]^2, \quad (3.10)$$

где  $(a_m)_o$  — точечная оценка параметра  $a_m$  [216]. Значения  $\sigma_j$  в настоящей задаче формируются истинной дисперсией скоростей в подсистеме, ошибками измерений  $V_r'$  и  $r$  и систематическими отклонениями от модели (вследствие нереалистичных предположений о кривой вращения, наличия глобальных отклонений от схемы чисто кругового вращения и локальных аномалий и пр.). До выполнения моделирования поля скоростей уверенно учесть вклады всех этих факторов затруднительно. Проблему предлагается разрешить так: введем после нахождения  $\mathbf{a}$  поправку

$$\sigma_j = \sigma_0 \tilde{\sigma}_j, \quad (3.11)$$

использовав оценку средней ошибки единицы веса

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{N_{\text{free}}} \min [\zeta^2(\mathbf{a})], \quad (3.12)$$

$$\zeta^2(\mathbf{a}) = \sum_{j=1}^N \left( \frac{\delta V_j}{\tilde{\sigma}_j} \right)^2, \quad (3.13)$$

где  $N_{\text{free}} = N - M$ ,  $M$  — число параметров [=  $n + 3$  для общего вида модели (3.3)]. Тогда (3.7) превращается в уравнение

$$\chi_1^2(a_m) = N_{\text{free}} + 1. \quad (3.14)$$

Если считается, что известны  $\tilde{\sigma}_j$ , а не  $\sigma_j$ , то на практике при поиске параметров минимизируется  $\zeta^2(\mathbf{a})$ , а не  $\chi^2(\mathbf{a})$ , поэтому удобнее использовать уравнение (3.14), переписанное в терминах первой статистики:

$$\varsigma_1^2(a_m) = \varsigma_0^2 \left( 1 + \frac{1}{N_{\text{free}}} \right), \quad (3.15)$$

где

$$\varsigma_0^2 \equiv \min [\zeta^2(\mathbf{a})], \quad (3.16)$$

$$\varsigma_1^2(a_m) \equiv \min_{a_m = \text{const}} [\zeta^2(\mathbf{a})]. \quad (3.17)$$

Ошибки  $\sigma_{a_m}$ , определенные при помощи уравнения (3.15), основанного на поправке (3.11), отражают реальный, обусловленный всеми факторами, а не предполагаемый масштаб отклонений наблюдений от модели. В случае  $\tilde{\sigma}_j = 1$  [статистика (3.4)]  $\sigma_0^2$  — наблюдаемая средняя дисперсия скоростей.

Т.к. среди параметров модели (3.3) есть один нелинейный ( $R_0$ ), то выражение (3.12) и, следовательно, уравнение (3.15) дают несмещенные оценки ошибок, строго говоря, только при  $N_{\text{free}} \rightarrow \infty$  [216, с. 553]. Однако для модели (3.3) оценка (3.12) приемлема, что будет показано методом численного моделирования в разделе 3.6 на некоторых конкретных примерах. Непосредственное нахождение корней уравнения (3.15) требует многократного решения системы (3.5) при одном фиксированном параметре. В данной задаче это делалось только для  $R_0$ . Ошибки других параметров можно оценить, также применяя поправку (3.11), менее трудоемким способом — по диагональным элементам матрицы ковариаций:  $\sigma_{a_m} = \sqrt{c_{mm}}$ . Оба способа формально эквивалентны [216], но первый из них более детальный — левая и правая границы доверительного интервала с помощью него находятся по отдельности. Поэтому он и применяется для оценивания неопределенности  $R_0$ , самого важного параметра в настоящей задаче.

Нахождению ошибок параметров уделяется здесь повышенное внимание не только с целью надежно оценить статистическую неопределенность  $R_0$  и других неизвестных, но и потому, что величины  $\sigma_{\theta_i}$  существенны для оптимизации порядка модели (3.2).

Уравнение (3.15) использовалось для нахождения формальных ошибок оценок  $R_0$  также во второй и четвертой главах.

### 3.3.3. Эмпирическая оптимизация сглаженности модели и выведение результирующей оценки $R_0$

Предлагается следующая процедура определения для любой заданной выборки ОО таких порядков разложения (3.2)  $n \geq 1$ , которые обеспечивают достаточно адекватное представление кривой вращения по этим объектам, чтобы оценки  $R_0$  получались систематически несмещенными. Назовем такие порядки *допустимыми* ( $\tilde{n}_o$ ).

По результатам решения системы (3.5) для  $n = 1, 2, \dots$  строится зависимость  $\sigma_0^2(n)$ . Очевидно, что эта функция — в среднем убывающая [ $\sigma_0^2(N-3) = 0$  в общем случае (3)]. Но расчеты для реальных данных, выполненные в предыдущей и настоящей главах, показывают, что обычно после начального резкого падения дальнейшее уменьшение  $\sigma_0^2$  приостанавливается для нескольких значений  $n$ . Этот эффект возникает благодаря достигнутому воспроизведению наиболее значимых деталей действительного закона  $\theta(R)$  полиномами  $\Theta_n$ : рост  $n$  не ведет к выявлению новой структуры в данных и, следовательно, к снижению  $\sigma_0^2$ . Поэтому первоначально в множество допустимых порядков  $\{\tilde{n}_o\}$  включаются последовательные значения  $n$  по правилу

$$\sigma_0^2(n) \approx \text{const} \quad \forall n \in \{\tilde{n}_o\}. \quad (3.18)$$

Затем эти значения  $\tilde{n}_o$  строго ограничиваются сверху минимальным из порядков  $n$ , при которых:

- 1) все коэффициенты  $\theta_i$  становятся незначимыми —

$$\sigma_{\theta_i}/\theta_i \gtrsim 0.5 \quad \forall 2 \leq i \leq n; \quad (3.19)$$

- 2) значимость коэффициента  $\theta_n$  снижается до уровня  $1\sigma$  —

$$\sigma_{\theta_n}/\theta_n \gtrsim 1; \quad (3.20)$$

- 3) модель  $\Theta_n$  оказывается явно нереалистичной на краях интервала  $R$ .

Последнее часто сопровождается возобновлением падения  $\sigma_0^2$ , поэтому излишне сложные модели отсекаются уже на стадии формального применения правила (3.18). Таким образом, в число допустимых моделей (как правило, от одной до трех) попадают самые простые модели кривой вращения из возможных.

Постоянная в правой части (3.19) обосновывается частным  $t$ -критерием проверки гипотезы  $\mathcal{H}_0$ :  $\theta_i = 0$ , т.е. что включение  $i$ -ого регрессора в модель не улучшает прогноз. Поскольку статистика  $\theta_i/\sigma_{\theta_i}$  имеет для  $\mathcal{H}_0$   $t$ -распределение с  $N_{\text{free}} + 1$  степенями свободы, то для уровня значимости 0.05 можно построить приближенное неравенство

$$\theta_i > 2\sigma_{\theta_i}, \quad (3.21)$$

которому должен удовлетворять оставляемый в модели параметр (см., например, [16, с. 84, 85]). Правило (3.21) буквально применялось во второй главе при построении неполных полиномов  $W_n(x)$  [см. формулу (2.22)]. Однако численное моделирование (раздел 3.6) показало, что применение неполных полиномов, будучи более сложной процедурой, не дает более надежную оценку  $R_0$ , чем применение полных полиномов допустимых порядков, отобранных с использованием правила (3.19). Это объясняется тем, что правило (3.21), строго говоря, основано на

предположении о линейной независимости регрессоров. Такое предположение не выполняется при использовании полиномиальных моделей типа (3.2) и (2.4), в которых коэффициенты при членах старших порядков сильно коррелируют друг с другом. Поэтому исключение какого-то из этих членов может привести к менее адекватной модели, чем при применении полных полиномов, в которых некоторые коэффициенты формально не удовлетворяют (3.21). В дальнейшем будут использоваться только полные полиномы.

Правило (3.20) представляется очевидным — если добавление еще одного порядка дает коэффициент меньший формальной ошибки, то старший порядок явно является избыточным. Это простое правило часто используется в работах [16, с. 84].

В случаях, когда участок  $\sigma_0^2(n) \approx \text{const}$  получается не очень четким, правильность выбора множества  $\{\tilde{n}_o\}$  можно проверить методом Монте-Карло, выяснив, насколько смещены в среднем оценки  $R_0$  для порядков, вызывающих сомнения. Значимость падения  $\sigma_0^2$  перед минимальным допустимым порядком  $(\tilde{n}_o)_{\min}$  можно оценить, сопоставив  $\sigma_0^2[(\tilde{n}_o)_{\min} - 1]$  с доверительным уровнем  $1\sigma$

$$\sigma_0^2[(\tilde{n}_o)_{\min}] \left(1 + \frac{1}{N_{\text{free}}}\right) \quad (3.22)$$

[см. выражения (3.15), (3.16) и (3.12)].

Для некоторых приложений, но не для выведения результирующей величины  $R_0$ , удобно из  $\{\tilde{n}_o\}$  выделить оптимальный порядок  $n_o$ , результаты для которого наиболее надежны и реалистичны.

Итоговую оценку  $\langle R_0 \rangle$  для каждой выборки ОО предлагается находить как взвешенное среднее  $R_0$  по всем  $\tilde{n}_o$ . Веса при этом берутся обратно пропорциональными квадратам длин доверительных интервалов  $R_0$  для отдельных  $\tilde{n}_o$ . Объединение этих интервалов, сдвинутых с сохранение их длин к величине  $\langle R_0 \rangle$ , с добавлением в квадратах среднеквадратичного разброса значений  $R_0$  для разных порядков  $\tilde{n}_o$  примем за доверительный интервал  $\langle R_0 \rangle$ . В случае единственного допустимого, т.е. оптимального, порядка добавим разброс оценок  $R_0$  для соседних порядков  $(n_o \pm 1)$ . Определяемая так ошибка  $\langle R_0 \rangle$  учитывает неопределенность сглаженности модели вращения.

Заметим, что использование величины  $R_0(n_o)$  в качестве итогового результата для заданной выборки представляется менее удачным решением. Допустимые порядки изначально ищутся как обеспечивающие сравнимое качество представления кривой вращения. Поэтому нет оснований игнорировать какие-либо значения  $R_0(\tilde{n}_o)$ , их лучше использовать все и учесть, тем самым, неопределенность порядка модели. Кроме того, вычисления показывают (см. ниже), что при анализе однородных данных, т.е. при  $I_1$ -оптимизации, выбор  $n_o$  не всегда оказывается однозначным, а значения  $R_0$  для разных  $\tilde{n}_o$  не всегда близки, в отличие от  $E$ -оптимизации (см. предыдущую главу).

### 3.3.4. Исключение объектов с большими невязками

Большие невязки ( $|\delta V_j|/\sigma_j \gg 1$ ) и вообще отклонения функции распределения  $f(\delta V/\sigma)$  от нормального закона могут быть следствием промахов в наблюдательных данных, кинематической неоднородности выборки и неадекватности принятой модели. Наличие таких отклонений противоречит основному предположению МНК о нормальном распределении ошибок и может приводить к силь-



ному искажению результатов. Объекты, формирующие эти отклонения, особенно на больших  $|\delta V|/\sigma$ , желательно исключать из дальнейшего рассмотрения.

Обычно отбрасывают объекты с невязками

$$\frac{|\delta V_j|}{\sigma_j} > k = 3, \quad (3.23)$$

где  $\sigma_j$  — выборочная оценка стандарта для  $j$ -ого объекта, которая в нашем случае находится по формуле (3.11). Однако данный критерий трех сигм (действующий при  $N > 10$ ) не учитывает того, что вероятность появления хотя бы одной невязки (3.23) растет с  $N$  и становится не малой уже при  $N$  порядка нескольких десятков (см. обсуждение в [1, с. 113–115]). Можно выбирать  $k \sim 4 \div 5$  таким образом, чтобы оно росло в зависимости от  $N$  [1]. Но этот вариант критерия (3.23) позволяет исключать только явные промахи и срабатывает довольно редко. Главное, при помощи него нельзя обнаружить отклонение  $f(\delta V/\sigma)$  от нормального распределения, состоящее в наличии избытка объектов с  $|\delta V_j| \sim 3\sigma_j$ .

Ниже предложен более гибкий алгоритм исключения объектов с большими невязками, учитывающий возможность подобных отклонений:

1. Для данного объема выборки  $N$  находится значение  $\kappa$ , которое удовлетворяет уравнению

$$[1 - \psi(\kappa)]N = 1, \quad (3.24)$$

где  $\psi(z)$  — интеграл вероятностей:

$$\psi(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^z e^{-\frac{1}{2}t^2} dt.$$

Математическое ожидание числа объектов с невязками

$$\frac{|\delta V_j|}{\sigma_j} > \kappa, \quad (3.25)$$

равно единице при нормальном распределении невязок. Большее число объектов с такими невязками может рассматриваться как избыточное с той или иной вероятностью.

2. Находится число объектов  $L$  данной выборки, которые удовлетворяют условию (3.25).
3. Если  $L > 1$ , то из дальнейшего рассмотрения исключается  $L - L'$  объектов с наибольшими по модулю невязками, где  $L' \geq 1$  — параметр данного алгоритма.
4. К оставшимся объектам, т.е., в частности, при  $L = 1$ , применяется критерий (3.23) с  $k$ , зависящим от  $N$ : исключаются объекты с невязками

$$\frac{|\delta V_j|}{\sigma_j} > k_\gamma(N), \quad (3.26)$$

где  $k_\gamma$  — корень уравнения

$$1 - [\psi(k_\gamma)]^N = \gamma, \quad (3.27)$$

$\gamma$  — принятый уровень значимости. В левой части (3.27) записана вероятность того, что среди  $N$  объектов найдется по крайней мере один с невязкой, удовлетворяющей (3.26), если невязки распределены по нормальному закону. Критерий (3.26) является обобщением критерия [1] для произвольного значения  $\gamma$ . Кроме того, в отличие от [1] здесь  $k_\gamma$  — строго монотонная, а не кусочно-постоянная функция  $N$ . При малых  $\gamma$ , т.е. при малых  $1 - \psi(k_\gamma)$ , вместо (3.27) можно воспользоваться приближенным уравнением

$$[1 - \psi(k_\gamma)]N = \gamma. \quad (3.28)$$

Для приблизительной оценки вероятности  $\mathcal{P}(L)$  случайного появления  $L$  невязок, удовлетворяющих условию (3.25), можно воспользоваться распределением Пуассона, которое в этом случае имеет вид:

$$\mathcal{P}(L) = \frac{e^{-1}}{L!}. \quad (3.29)$$

Тогда

$$\mathcal{P}(L \geq 2) \approx 0.264,$$

$$\mathcal{P}(L \geq 3) \approx 0.080,$$

$$\mathcal{P}(L \geq 4) \approx 0.019.$$

Исходя из этих величин, избыточным можно считать число  $L = 3$  или 4, т.е. принять  $L' = 2$  или 3, соответственно. Однако окончательный выбор  $L'$ , как представляется, может зависеть и от начальных сведений о выборке объектов. Если имеются сомнения в ее однородности и если важнее получить результат по однородной подвыборке, чем незаниженную оценку дисперсии скоростей, то допустимо выбрать и  $L' = 1$ . Даже в этом случае  $\approx \frac{3}{4}$  исключаемых объектов действительно являются аномальными. Поскольку указанные условия соответствуют настоящей задаче и данным (потенциальная неоднородность последних неустранима), в дальнейшей работе этот алгоритм применялся с  $L' = 1$ .

Критерий (3.25) в принципе может сработать и при малых  $N$ . В предельном случае, когда  $N_1$  объектов в выборке имеют равные невязки  $|\delta V_j| = \xi_0$ , а другие  $L$  объектов ( $L < N_1$ ) — равные невязки  $|\delta V_j| = \xi_0 + \xi_1$ , у последних объектов (при единичных весах условных уравнений) получаются относительные невязки

$$\frac{|\delta V_j|}{\sigma_0} = \sqrt{\frac{N_{\text{free}} N_1}{N L}}, \quad (3.30)$$

$$N_{\text{free}} = N - M, \quad N = N_1 + L.$$

Если  $M = 1$ , правая часть (3.30) превысит  $\kappa$ , т.е. критерий (3.25) сработает, для  $L = 2$  — при  $N \geq 7$ , для  $L = 3$  — при  $N \geq 14$ .

Пункт 4 данного алгоритма является страховочным на те случаи, когда имеется единственный и очень сильный промах (при  $L = 1$  пункт 3 обходится) или когда при больших  $N$  имеются только несколько таких промахов, а остальные невязки следуют нормальному закону [тогда оставшиеся в выборке  $L'$  объектов удовлетворяют (3.26)]. Принят уровень значимости  $\gamma = 0.05$ , как и в предыдущей секции при выборе допустимых порядков модели. Используя (3.30) при  $M = 1 = L$ , легко убедиться, что критерий (3.26) действует при  $N \geq 10$ . Однако после исключений объектов в пункте 3 критерий (3.26) должен срабатывать очень редко, и,

действительно, в настоящей работе этого не произошло ни разу, даже при таком не очень малом  $\gamma$ .

В табл. 3.1 приведены величины  $\kappa$  и  $k_{0.05}$  для некоторых значений  $N$ . Для вычисления  $k_{0.05}$  использовано уравнение (3.27).

**Таблица 3.1.** Предельные относительные невязки  $\kappa$  и  $k_{0.05}$  в критериях исключения объектов (см. текст) для некоторых значений  $N$ , числа объектов в выборке

$N$	$\kappa$	$k_{0.05}$
50	2.326	3.284
100	2.576	3.474
150	2.713	3.581
200	2.807	3.656
250	2.878	3.713
300	2.935	3.758
500	3.090	3.885
1000	3.291	4.050

На практике при выполнении пункта 2 алгоритма в число  $L$  объектов включались только те, которые удовлетворяли условию (3.25) при всех допустимых порядках.

После исключения объектов находится новое решение задачи по оставшейся выборке. Затем снова применяется алгоритм этой секции. Итерации продолжаются, пока после очередного решения ни один объект не будет исключен. Обычно происходит от 0 до 3 серий исключений.

---

Класс этого метода —  $\text{pD}(\theta)I_1$ . Для ссылок в дальнейшем назовем метод „ $V_r$ -оптимизацией”. В следующих разделах главы он будет применен к галактическим молекулярным облакам (МО), излучающим в линиях CO. Для этих данных будут приведены примеры зависимостей  $\sigma_0^2(n)$ . Также будет показана методом численного моделирования обоснованность правила (3.18) и общая эффективность предложенного способа оптимизации сглаженности модели вращения. Метод применим к произвольной плоской подсистеме, но его легко обобщить и на сферические составляющие, введя зависимость  $\theta$  от  $|Z|$ ,  $Z$  — расстояние от галактической плоскости, и рассматривая вместо модели (3.2) соответствующий полином от  $R$  и  $|Z|$ .

### 3.4. Данные о молекулярных облаках

Здесь, как и во второй главе, привлечены данные о комплексах области Н II/молекулярные облака. Благодаря высокой светимости области Н II с известными  $r$  и  $V_r'$  занимают значительный промежуток  $\Delta R$  (в выборках настоящей работы  $-3 \lesssim \Delta R \lesssim 8$  кпк). Для полного использования такого материала оптимизация сглаженности модели вращения явно необходима. В работах по этим или сходным объектам [88, 131, 164, 179, 217, 227] традиционные попытки обойтись очень простыми или фиксированными (без свободных параметров) моделями нередко

приводили к очевидно искаженным, противоречивым результатам. Это вынуждало налагать во многом произвольные ограничения на  $\Delta R$  или вообще на положение объектов в плоскости Галактики.

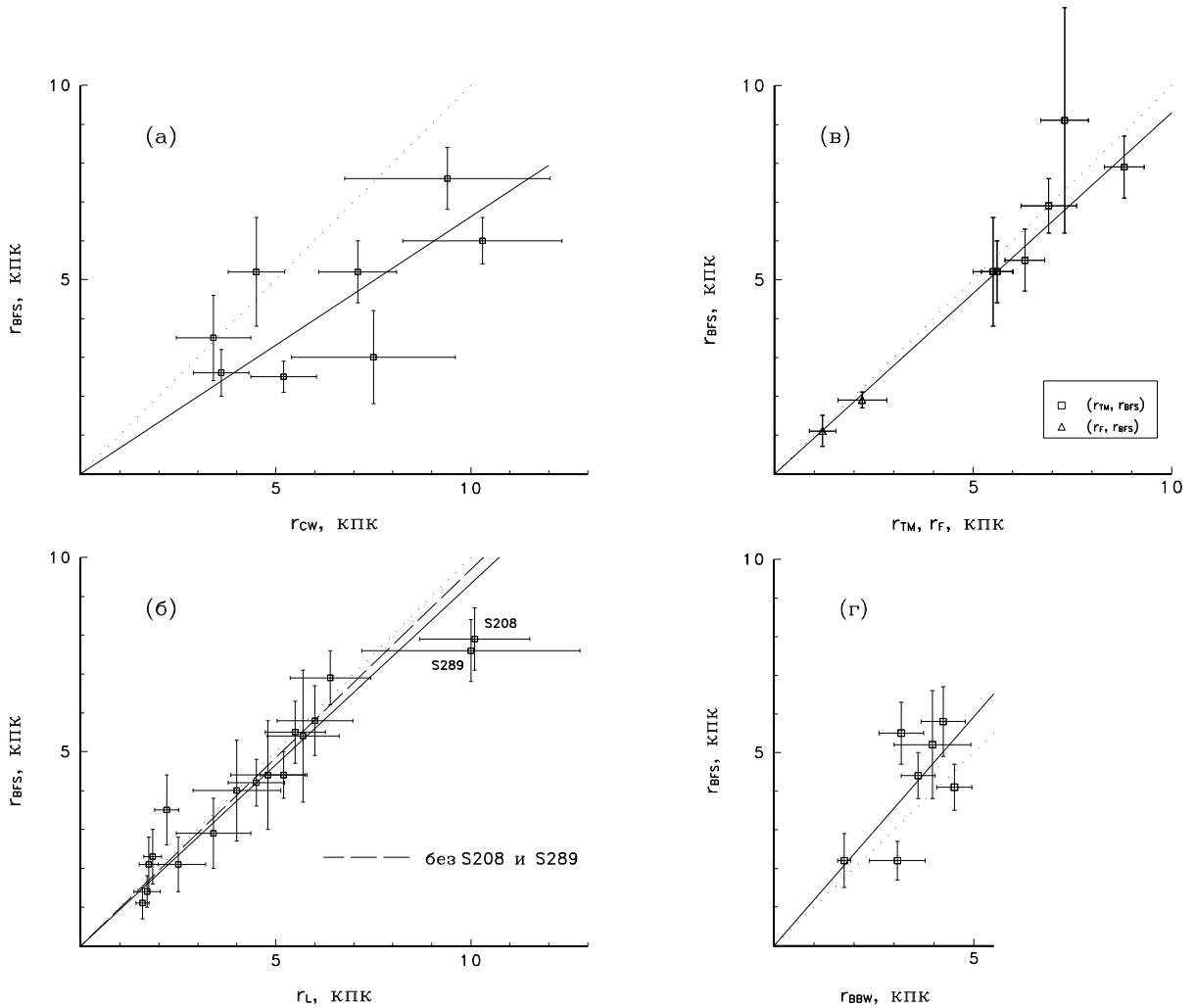
Расчеты выполнялись для двух каталогов данных о кинематически выделенных комплексах, включающих области Н II, из списка Блитца и др. [86] (BFS). Первый каталог BFS1 ( $N = 79$ ), описанный в разделе 2.2, нужен для возможности прямого сравнения с результатами применения во второй главе метода сопоставления с данными о вращении Н I. В отличие от BFS1 второй каталог (BFS2,  $N = 107$ ) содержит дополнительно объекты с  $|\sin l| < \sin 15^\circ$ , но включает только лучевые скорости по наблюдениям CO [86] [ $V_r'(\text{CO})$ ]. Скорости по рекомбинационным линиям не использованы в BFS2 из-за их вероятного смещения относительно скоростей центров масс комплексов, т.е., фактически, скоростей CO [132]; это соответствует требованию наибольшей однородности данных (правило 2 раздела 3.1). Кроме того, для выборки BFS2 взяты не только оценки  $r$  из каталога [86] и работы [103], как для BFS1, но и другие более поздние независимые измерения [136, 168–170, 244, 252]. Величины  $r$  из [136] пересчитаны в BFS2 для  $A_V/E_{B-V} = 3.1$ , чтобы лучше согласовать их с остальными данными (в [136] было принято  $A_V/E_{B-V} = 3.0$ ).

С целью сравнения шкалы каталога BFS со шкалами расстояний в других работах ( $\tilde{r}$ ) по общим объектам были определены соотношения

$$r_{\text{BFS}} = s\tilde{r}. \quad (3.31)$$

Коэффициенты  $s$  находились методом ортогональной регрессии с учетом ошибок  $\sigma_r$  по обеим координатам [264]. Использовались авторские величины  $\sigma_r$ , если они приводились в работах, или рассчитанные по формуле  $\sigma_r = 0.28r/\sqrt{n_*}$  [131], где  $n_*$  — число наблюдавшихся звезд в области Н II. Линии регрессии и соответствующие им данные представлены на рис. 3.1а–3.1в. В табл. 3.2 для каждой серии измерений расстояний приведено число общих с каталогом BFS объектов  $N_c$ , значение  $s$  со стандартной ошибкой  $\sigma_s$ , вычисленной после нормировки принятых ошибок наблюдений на среднюю ошибку единицы веса  $(\sigma_0)_r$  [по формулам, аналогичным (3.11)–(3.13)], величина  $(\sigma_0)_r$ , среднее стандартное отклонение по модулю расстояния от регрессии (3.31)  $\sigma_{\Delta d}$ , коэффициент линейной корреляции  $c$  между  $r_{\text{BFS}}$  и  $\tilde{r}$ . Эти результаты показывают, что расстояния из компилятивного каталога BFS, несмотря на его внутреннюю неоднородность, в целом хорошо согласуются с расстояниями из других независимых работ. Во всех случаях, кроме данных Чини и Винка [103], для введения поправок шкал расстояний нет видимых оснований: отличия наклона  $s$  от 1 не являются явно значимыми (на уровне  $3\sigma$ ), особенно, если учесть неопределенность самих величин  $\sigma_s$ ; корреляции с расстояниями  $r_{\text{BFS}}$  велики. Для расстояний  $r_{\text{TM}}$  [252] корреляция понижена только из-за одного объекта — для него в BFS дается завышенное расстояние с большой ошибкой, которую не учитывает коэффициент  $c$  (рис. 3.1в). Поэтому оценки  $r$  из разных работ, за исключением [103], просто усреднялись с весами  $\sigma_r^{-2}$ .

В случае расстояний Чини и Винка [103] ( $r_{\text{CW}}$ ) ситуация сложнее. Значительный разброс относительно линии регрессии [высокие  $\sigma_{\Delta d}$  и  $(\sigma_0)_r$ ], видимо, отражает большие случайные ошибки в  $r_{\text{CW}}$ , а сравнительно низкая корреляция с  $r_{\text{BFS}}$  — систематические ошибки, не сводимые только к разнице масштабов шкал [ср. рис. 3.1а с рис. 3.1б и 3.1в]. Поэтому данные Чини и Винка не использовались, если имелись другие оценки  $r$ . При этом распространение на оставшиеся 6



**Рисунок 3.1.** Сопоставление оценок расстояний до областей H II, приведенных в каталоге BFS [86], с расстояниями из других работ: а — из [103], б — из [168–170], в — из [136,252], г — из [89]; сплошные и штриховая линии — линии взвешенной ортогональной регрессии, пунктиры — линии единичного наклона, бары — авторские или принятые ошибки расстояний (см. текст).

величин  $r_{CW}$  поправочного множителя  $s = 0.66 \pm 0.07$ , пусть даже формально значимого, но полученного на малой статистике, не кажется достаточно обоснованным. Помимо того, рассматривая рис. 1а и 1б, можно заподозрить, что шкала BFS недооценивает расстояния до далеких ( $r \gtrsim 7$  кпк) объектов, которые в основном и составляют список [103]. В двух случаях (S208 и S228), когда есть расстояния и  $r_{CW}$ , и  $r_L$ , первые немного меньше вторых, а не больше. Кроме этих довольно косвенных данных существует более веский аргумент против коррекции — любое сокращение этих 6 расстояний  $r_{CW}$  уменьшает согласованность кинематики объектов Чини и Винка [103] с кинематикой других объектов выборки BFS2 (подробности см. в разделе 3.8). Исходя из всего этого, было решено не корректировать расстояния  $r_{CW}$ , в отличие от работ [89, 131], в которых шкала [103] сжата на 1/4.

Заметим, что результаты сопоставления  $r_{CW}$  с  $r_{BFS}$  и  $r_L$  можно объяснить следующим образом. Для значительной части общих объектов в каталоге BFS

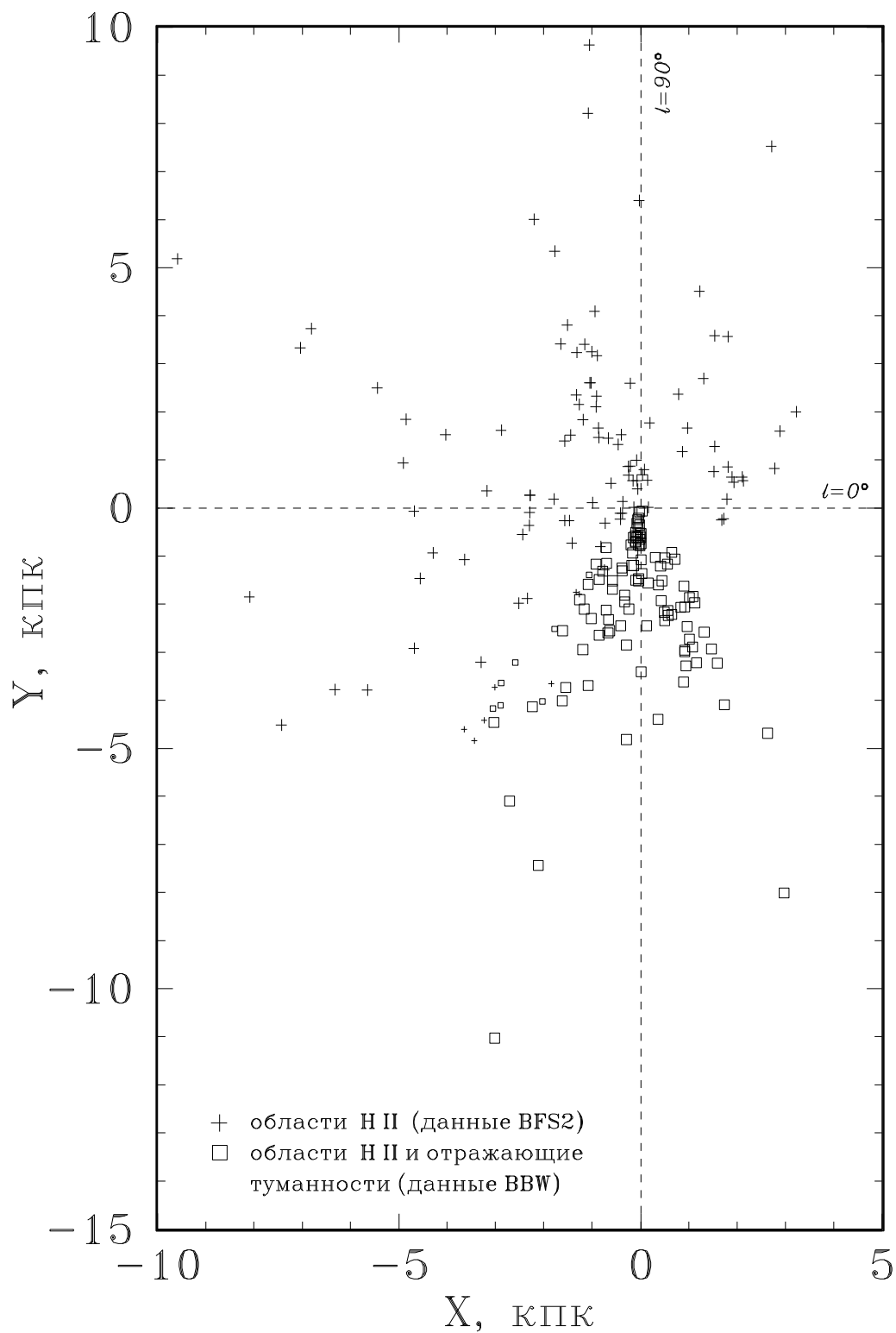
**Таблица 3.2.** Сравнение шкалы расстояний до комплексов с областями Н II в каталоге BFS [86] со шкалами в других работах

Серия измерений расстояний $\tilde{r}$	$N_c$	$s$	$\sigma_s$	$(\sigma_0)_r$	$\sigma_{\Delta d}$	$c$	Примечания
Чини и Винк [103]	8	0.66	$0.068 \pm 0.018$	1.03	$0^{m}79 \pm 0^{m}21$	0.69	В [131] получено $s = 3/4$
Лаулья [168–170]	17	0.93	$0.039 \pm 0.007$	0.66	$0.45 \pm 0.08$	0.96	Без S208 и S289
Лаулья [168–170]	15	0.97	$0.042 \pm 0.008$	0.62	$0.44 \pm 0.08$	0.95	
Тёрбайд и Моффат [252], Форбс [136]	8	0.93	$0.025 \pm 0.007$	0.41	$0.26 \pm 0.07$	0.95	
Тёрбайд и Моффат [252]	6	0.93	$0.030 \pm 0.009$	0.47	$0.30 \pm 0.09$	0.79	[89] — каталог областей Н II и отражающих туманностей
Бранд и Блитц [89]	7	1.18	$0.12 \pm 0.03$	1.16	$0.63 \pm 0.18$	0.66	

приведены измерения  $r$ , полученные методом совмещения с начальной ГП, который дает недооценку расстояния, если среди использованных возбуждающих звезд есть звезды классов светимости I–IV. Величины  $r_{\text{CW}}$  и большинство  $r_{\text{L}}$  найдены по расстояниям до отдельных звезд с учетом их класса светимости. Доля гигантов и сверхгигантов первом случае составляет  $1/3$ , а во втором — лишь  $1/7$  [168]; к тому же, некоторые  $r_{\text{L}}$  также были получены методом совмещения с ГП. Поэтому разница с  $r_{\text{BFS}}$  и оказалась существенно большей для  $r_{\text{CW}}$ , а не для  $r_{\text{L}}$ . Согласие же между  $r_{\text{CW}}$  и  $r_{\text{L}}$  в случае S208 и S228 объясняется использованием одних и тех же звезд и метода. Однако из всего этого нельзя сделать вывод, что шкала Чини и Винка более корректна в систематическом смысле, т.к. эти авторы применили старую, более яркую, калибровку для гигантов и сверхгигантов (старая калибровка для ГП новыми данными подтверждается). О способах определения  $r$  и калибровках для областей Н II более подробно см. в секции 1.1.7 (с. 63–65).

Выборка BFS2 охватывает лишь долготы  $-9^\circ \leq l \leq 243^\circ$ . Бранд и Блитц [89] представили внутренне однородные измерения  $r_{\text{phot}}$  и  $V_r'(\text{CO})$  для южных ( $229^\circ \leq l \leq 305^\circ$ ) газовых комплексов из каталога BBW [90], которые кроме МО имеют в своем составе области Н II или отражающие туманности (выборка BBW,  $N = 109$ ). В [89] данные BBW и BFS были объединены в один каталог и обрабатывались совместно. В этой работе результаты также получены и для объединенной выборки BFS2/BBW ( $N = 209$ ), хотя области Н II и отражающие туманности не являются, по мнению автора диссертации, совершенно однородными объектами для данной задачи. Как и в [89], в этой выборке для 7 общих объектов BFS2 и BBW было взято расстояние  $r_{\text{BBW}}$ . Сравнение  $r_{\text{BFS}}$  и  $r_{\text{BBW}}$  (последняя строка табл. 3.2, рис. 3.1г) дает некоторые основания сомневаться в однородности двух шкал расстояний (низкая корреляция между  $r_{\text{BFS}}$  и  $r_{\text{BBW}}$ , большой разброс  $\sigma_{\Delta d}$ , у 5 объектов  $r_{\text{BFS}} > r_{\text{BBW}}$ ), хотя разница масштабов шкал незначима.

Распределение МО в проекции на плоскость Галактики показано на рис. 3.2. Крестики представляют данные BFS2, квадратики — BBW. Символы меньшего



**Рисунок 3.2.** Распределение молекулярных облаков, связанных с областями H II или отражающими туманностями, в проекции на плоскость Галактики. Уменьшенные символы соответствуют объектам, общим для выборок BFS2 и BBW: крестики — положение по данным первой выборки, квадратики — по данным второй выборки.

размера обозначают объекты общие для обоих каталогов.

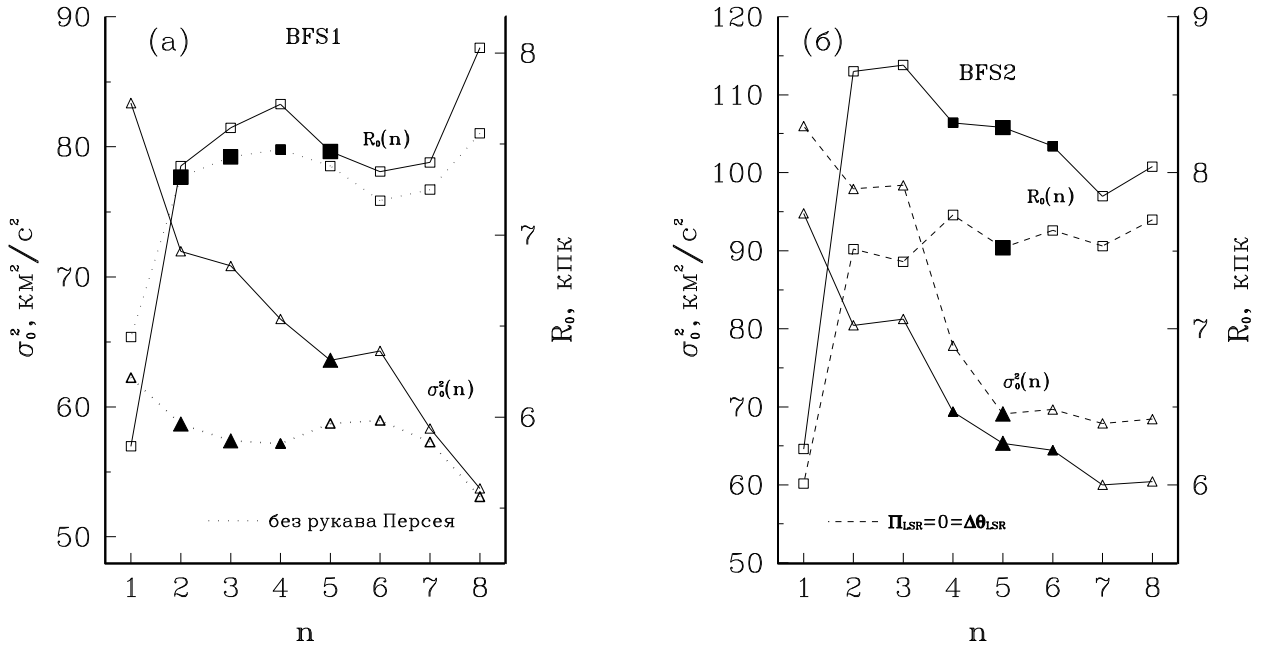
Вытянутые гелиоцентрические структуры на рис. 3.2 нельзя объяснить лишь случайными ошибками расстояний  $r_{\text{phot}}$ , „вытягивающими” любые концентрации объектов вдоль луча зрения (аналог FOG-эффекта в скоплениях галактик); наиболее существенно это явление для тех МО, которые тяготеют к спиральным рукавам. Более важным фактором является сильная неравномерность поглощения света в разных направлениях, в том числе на разных долготах. На это указывают сами наблюдатели, данные которых использованы в настоящей работе,— [136, с. 442], [252, с. 1832] и [86, с. 183],— основываясь на непосредственных исследованиях распределения межзвездного поглощения в Галактике (напр., [135, 183]). Так, Форбс [135] показал, что в I квадранте общее поглощение  $A_V$  различается на масштабах нескольких градусов на  $2^m$  (иногда — в соседних площадках), что приводит к различию в „прозрачности” в 2.5 раза и появлению « „тропинок” или „пальцев”, радиально тянущихся от Солнца» [135, с. 301]. Эти результаты дали основание отнести „пальцы” на  $l \sim 28^\circ \div 30^\circ$  и  $60^\circ \div 70^\circ$  к эффектам поглощения [136]. Более того, уверенность в большой селективной роли поглощения ведет к дополнительной „авторской” селекции — новые далекие объекты стараются искать именно в тех площадках, в которых они ранее уже были найдены [86, 252]. В пользу превалирующей роли эффектов поглощения и изначальной селекции площадок свидетельствует и то, что „пальцы” на рис. 3.2 часто прослеживаются на всем луче от Солнца до  $r \sim 6 \div 8$  кпк и что среднеквадратичный разброс модулей расстояния объектов в этих „пальцах”, как и в любых других направлениях, составляет  $\sim 1^m.5 \div 2^m$ . Этот разброс намного больше неопределенности расстояний даже до отдельных звезд ОВ  $0^m.6$  (напр., [131, с. 4]). Заметим, что случайные ошибки расстояний до МО должны быть в среднем меньше (в данной работе они получаются  $\sim 0^m.3$ , см. табл. 3.2 и раздел 3.11), т.к. в областях II наблюдались, как правило, несколько звезд, некоторые МО включали больше одной области II, а для отражающих туманностей в комплексах ВВW дополнительно использовались звезды более поздних классов. Все эти факты говорят в пользу того, что объекты в вытянутых структурах действительно находятся на существенно разных расстояниях. Аналогичные структуры получаются и для классических цефеид, причем примерно в тех же направлениях [213, рис. 6], хотя случайная неопределенность расстояний для них значительно меньше.

### 3.5. Оптимизация порядка модели вращения при определении $R_0$ на примере молекулярных облаков с областями II

На рис. 3.3а приведены значения наблюдаемой дисперсии скоростей  $\sigma_0^2$  и оценки  $R_0$  в зависимости от порядка  $n$  кинематической модели для двух подвыборок BFS1. Сплошные линии соответствуют выборке BFS1а ( без объектов с большими невязками,  $N = 75$ ), пунктирные линии — выборке BFS1б (исключены и объекты из рукава Персея,  $N = 58$ ); подробнее о выборках см. раздел 2.4. Зависимости  $\sigma_0^2(n)$  и  $R_0(n)$  для выборки BFS2 представлены на рис. 3.3б. Штриховые ломаные относятся к результатам для моделей без пекулярного движения МСП, сплошные ломаные — к результатам для общего случая (3.3).

Рис. 3.3 показывает, что по сравнению с  $R_0$  для допустимых порядков (темные символы)  $R_0$  для других  $n$  могут оказаться существенно искаженными. Это не обязательно происходит при любом  $n \notin \{\tilde{n}_0\}$ . В частности, при заниженных по-





**Рисунок 3.3.** Зависимости  $\sigma_0^2(n)$  (треугольники) и  $R_0(n)$  (квадратики): а — для выборки BFS1, б — для выборки BFS2. Темные символы относятся к допустимым значениям порядка модели ( $\tilde{n}_o$ ).

рядках систематические отклонения от модельного закона вращения  $\Theta_n(R)$  нередко случайно компенсируют друг друга в своем влиянии на  $R_0$ . Однако при  $n = 1$  величина  $R_0$  всегда получается заниженной для этих выборок. В любом случае зависимость  $R_0(n)$  заранее не известна, и при выведении итогового (среднего)  $R_0$  для рассматриваемой выборки корректнее использовать только результаты для допустимых порядков, т.е. для наиболее реалистичных сглаженных кривых вращения.

В секции 3.3.3 был предложен алгоритм выбора допустимых порядков ( $\tilde{n}_o$ ), при которых оценки  $R_0$  являются несмещенными систематически. Ключевая деталь этого алгоритма — предположение о примерном постоянстве  $\sigma_0^2(n)$  для  $n \in \{\tilde{n}_o\}$  благодаря достижению адекватного представления реального закона вращения; ниже мы проверим это предположение. Как практически находились порядки ( $\tilde{n}_o$ ), рассмотрим на примере выборки BFS2, т.к. результаты для нее использовались при выведении итоговой оценки  $R_0$ . В табл. 3.3 и 3.4 даны полученные параметры кинематических моделей от 1 до 8 порядка с пекулярным движением МСП и без него, соответственно. Для первого из этих семейств моделей участок  $\sigma_0^2(n) \approx \text{const}$  слабо выражен и дает не очень четкое ограничение  $\tilde{n}_o \geq 4$  или 5. Восьмой порядок здесь — очевидно завышенный, поскольку коэффициенты  $\theta_i$ ,  $i = 2, 8$  крайне неточны (табл. 3.3). При  $n \geq 7$  у сглаженной кривой вращения на больших  $R$  появляется явно нереальный „горб”, из-за которого невязки у далеких объектов получаются маленькими, и поэтому величина  $\sigma_0^2$  несколько снижается. Последний эффект может быть и гораздо сильнее, если в выборке нет объектов в направлениях на центр и антицентр Галактики (сплошная кривая на рис. 3.3а). Отсюда  $\tilde{n}_o < 7$ . Ниже при помощи численного моделирования будет показано, что при  $n = 4$  оценка  $R_0$  получается практически несмещенной. Поэтому для моделей с движением МСП принято:  $\tilde{n}_o = 4, 5, 6$ , оптимальный порядок

**Таблица 3.3.** Параметры моделей вращения системы комплексов области Н II/молекулярные облака (выборка BFS2<sup>1</sup>). Общий случай

$n$	$R_0,$ кпк	$A,$ км/с кпк	$\theta_2,$ км/с кпк <sup>2</sup>	$\theta_3,$ км/с кпк <sup>3</sup>	$\theta_4,$ км/с кпк <sup>4</sup>	$\theta_5,$ км/с кпк <sup>5</sup>	$\theta_6,$ км/с кпк <sup>6</sup>	$\theta_7,$ км/с кпк <sup>7</sup>	$\theta_8,$ км/с кпк <sup>8</sup>	$\Delta_{\text{LSR}},$ км/с	$\Pi_{\text{LSR}},$ км/с	$\sigma_0^2,$ км <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>
1	$6.23^{+0.64}_{-0.58}$	13.22 $\pm 0.63$	—	—	—	—	—	—	—	3.8 $\pm 1.7$	-5.5 $\pm 1.4$	94.80
2	$8.65^{+0.94}_{-0.86}$	14.56 $\pm 0.63$	1.48 $\pm 0.31$	—	—	—	—	—	—	6.5 $\pm 1.7$	-4.5 $\pm 1.3$	80.45
3	$8.69^{+1.04}_{-0.94}$	14.55 $\pm 0.64$	1.54 $\pm 0.65$	-0.007 $\pm 0.073$	—	—	—	—	—	6.6 $\pm 2.0$	-4.5 $\pm 1.4$	81.26
4	$8.32^{+0.82}_{-0.77}$	17.09 $\pm 0.85$	0.64 $\pm 0.63$	0.79 $\pm 0.20$	-0.073 $\pm 0.017$	—	—	—	—	3.7 $\pm 1.9$	-3.7 $\pm 1.3$	69.40
5	<b><math>8.29^{+0.80}_{-0.77}</math></b>	<b>8.89</b> $\pm 1.07$	<b>1.97</b> $\pm 0.79$	<b>1.34</b> $\pm 0.29$	<b>-0.260</b> $\pm 0.075$	<b>0.129</b> $\pm 0.049$	—	—	—	<b>3.8</b> $\pm 1.9$	<b>-3.4</b> $\pm 1.2$	<b>56.4</b>
6	$8.17^{+0.82}_{-0.77}$	19.36 $\pm 1.13$	4.1 $\pm 1.6$	1.21 $\pm 0.32$	-0.51 $\pm 0.18$	0.064 $\pm 0.034$	-0.0027 $\pm 0.0018$	—	—	4.8 $\pm 2.0$	-3.2 $\pm 1.2$	64.46
7	$7.85^{+0.89}_{-0.93}$	21.13 $\pm 1.31$	1.5 $\pm 1.9$	3.51 $\pm 0.90$	-0.46 $\pm 0.18$	-0.160 $\pm 0.089$	0.035 $\pm 0.014$	-0.00180 $\pm 0.00065$	—	2.8 $\pm 2.2$	-3.1 $\pm 1.2$	60.00
8	$8.04^{+0.85}_{-0.95}$	20.4 $\pm 1.7$	1.3 $\pm 1.9$	2.7 $\pm 1.6$	-0.21 $\pm 0.45$	-0.100 $\pm 0.12$	0.008 $\pm 0.048$	0.0016 $\pm 0.0058$	-0.00014 $\pm 0.00023$	3.0 $\pm 2.1$	-2.9 $\pm 1.2$	60.42

<sup>1</sup>Без S127 и S28,  $N = 510$

**Таблица 3.4.** Параметры моделей вращения системы комплексов области Н II/молекулярные облака (выборка BFS2<sup>1</sup>).  $\Delta\theta_{\text{LSR}} = 0 = \Pi_{\text{LSR}}$

$n$	$R_0,$ кпк	$A,$ $\frac{\text{км/с}}{\text{кпк}}$	$\theta_2,$ $\frac{\text{км/с}}{\text{кпк}^2}$	$\theta_3,$ $\frac{\text{км/с}}{\text{кпк}^3}$	$\theta_4,$ $\frac{\text{км/с}}{\text{кпк}^4}$	$\theta_5,$ $\frac{\text{км/с}}{\text{кпк}^5}$	$\theta_6,$ $\frac{\text{км/с}}{\text{кпк}^6}$	$\theta_7,$ $\frac{\text{км/с}}{\text{кпк}^7}$	$\theta_8,$ $\frac{\text{км/с}}{\text{кпк}^8}$	$\sigma_0^2,$ $\text{км}^2/\text{с}^2$
1	$6.01^{+0.61}_{-0.57}$	14.65 $\pm 0.52$	—	—	—	—	—	—	—	16.99
2	$7.52^{+0.82}_{-0.78}$	5.91 $\pm 0.63$	1.16 $\pm 0.35$	—	—	—	—	—	—	97.94
3	$7.43^{+0.83}_{-0.78}$	5.90 $\pm 0.63$	0.86 $\pm 0.56$	0.048 $\pm 0.069$	—	—	—	—	—	89.2
4	$7.73^{+0.69}_{-0.67}$	8.57 $\pm 0.75$	0.30 $\pm 0.50$	0.99 $\pm 0.19$	-0.091 $\pm 0.017$	—	—	—	—	77.86
5	<b><math>7.52^{+0.68}_{-0.65}</math></b>	<b>21.23</b> <b><math>\pm 1.02</math></b>	<b>2.27</b> <b><math>\pm 0.71</math></b>	<b>1.85</b> <b><math>\pm 0.30</math></b>	<b>-0.399</b> <b><math>\pm 0.087</math></b>	<b>0.0208</b> <b><math>\pm 0.0058</math></b>	—	—	—	<b>69.13</b>
6	$7.63^{+0.73}_{-0.70}$	21.03 $\pm 1.11$	1.7 $\pm 1.5$	1.87 $\pm 0.31$	-0.30 $\pm 0.20$	0.000 $\pm 0.037$	0.0009 $\pm 0.0020$	—	—	69.70
7	$7.53^{+0.82}_{-0.80}$	2.22 $\pm 1.28$	0.6 $\pm 1.5$	3.54 $\pm 0.94$	-0.36 $\pm 0.19$	-0.156 $\pm 0.093$	0.031 $\pm 0.016$	-0.00150 $\pm 0.00079$	—	67.86
8	$7.71^{+0.82}_{-0.91}$	21.6 $\pm 1.8$	0.29 $\pm 1.8$	-0.13 $\pm 1.7$	-0.10 $\pm 0.56$	0.007 $\pm 0.12$	0.002 $\pm 0.055$	-0.00013 $\pm 0.007$	$\pm 0.00030$	8.44

<sup>1</sup>Без S127 и BFS54,  $N = 105$ .

$n_o = 5$  (из-за более высокой точности коэффициентов  $\theta_i$ ). Для второго семейства моделей ситуация проще: по зависимости  $\sigma_0^2(n) - \tilde{n}_o \geq 5$ , уже при  $n = 6$  старшие коэффициенты  $\theta_i$  неопределенны (табл. 3.4), а при  $n \geq 7$  также появляется „горб” на модельной кривой вращения. Поэтому здесь  $\tilde{n}_o = n_o = 5$ . Заметим, что  $n = 2$  и  $3$  не могут считаться допустимыми, хотя обе ломаные  $\sigma_0^2(n)$  имеют на этом месте „ступеньку”, т.к. при больших  $n$  величина  $\sigma_0^2$  резко падает и появляются модели  $\Theta_n$  с приемлемо точными  $\theta_i$ , в отличие от результатов для подвыборки BFS1 без объектов из рукава Персея (рис. 3.3а), где  $\tilde{n}_o = 2, 3, 4$ .

В табл. 3.5 для примера приведены матрицы коэффициентов корреляции  $c(a_{m_1}, a_{m_2})$  для параметров моделей некоторых порядков с пекулярным движением МСП (величины параметров даны в табл. 3.3).  $R_0$  не коррелирует сильно ни с одним параметром. Умеренная корреляция возникает лишь с  $A$  при  $n = 1$  и  $8$  ( $c \gtrsim -0.5$ ) и с  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  при  $n \geq 3$  ( $c \sim 0.5$ ). Первое означает, что  $R_0$  и  $A$  определяются по допустимым порядкам в высокой степени независимо. Второе говорит в пользу того, что азимутальная компонента пекулярной скорости системы отсчета должна быть свободным параметром, хотя ее оценка получается умеренно связанной с оценкой  $R_0$  в случайном смысле. Параметры, представляющие закон вращения, —  $A$ ,  $\theta_i$  и, реже,  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  — могут сильно коррелировать друг с другом, особенно члены старших порядков и особенно при больших  $n$ . Так, коэффициент  $c(\theta_{n-1}, \theta_n)$  с ростом  $n$  быстро стремится к  $-1$ . Таким образом, решение системы (3.5) может дать лишь комбинацию этих параметров, обеспечивающую адекватное представление закона вращения, но не независимые оценки отдельных параметров (особенно при больших  $n$ ). Однако для корректного нахождения  $R_0$  важно именно первое, а не второе. Отметим также слабую корреляцию  $\Pi_{\text{LSR}}$  со всеми параметрами задачи при всех рассмотренных  $n$ . Если вместо  $A$  находить инвариант  $AR_0$ , то последний будет сильно коррелировать с  $R_0$  ( $c \sim 0.7 \div 0.93$ ). Т.е. хотя комбинация  $AR_0$  систематически не связана с  $R_0$  в смысле зависимости от шкалы расстояний, но в случайном смысле оценка  $AR_0$  в таких задачах фактически не получается независимой от оценки  $R_0$  (см. также [94]). С другой стороны, корреляции  $AR_0$  с  $\theta_i$  и  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  заметно слабее и даже уменьшаются с ростом  $n$ . Эти закономерности имеют место для всех выборок, рассмотренных в работе.

### 3.6. Тестирование алгоритма анализа методом численного моделирования

Приведенные в табл. 3.3 и 3.4 ошибки параметров зависят от дисперсии  $\sigma_0^2$  (см. процедуру их определения в секции 3.3.2). Проверим методом Монте-Карло для размера выборки BFS2 несмещенность использованной здесь оценки  $\sigma_0^2 = N_{\text{free}}^{-1} \min \sum_{j=1}^N (\delta V)_j^2$ , т.к. эта формула обоснована для нелинейной модели (3.3) лишь при  $N_{\text{free}} \rightarrow \infty$ . Для этого зафиксируем положение в пространстве объектов BFS2 и припишем им лучевые скорости  $V_r' = V_{\text{mod}} + v$ , где  $V_{\text{mod}}$  рассчитаны по моделям оптимального порядка  $n_o = 5$  (выделенные жирным шрифтом строки табл. 3.3 и 3.4), а  $v$  — нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и стандартами  $\sigma_0$ , найденными для тех же моделей. Для каждой модели было создано по 300 псевдослучайных каталогов скоростей, для каждого каталога были заново найдены  $\sigma_0^2$  и параметры моделей 5-ого порядка. Средние значения и стандартные отклонения величины  $\sigma_0^2$  и этих параметров приведены в табл. 3.6. Средние  $\sigma_0^2$  получились несмещенными: их отличия от модельных величин в табл. 3.3 и 3.4 находятся в пределах ошибок средних значений

**Таблица 3.5.** Матрицы коэффициентов линейной корреляции  $s$  для параметров моделей вращения системы комплексов области Н II/молекулярные облака (выборка VFS2<sup>1</sup>, общий случай)

$n = 1$				
	$R_0$	$A$	$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	$\Pi_{\text{LSR}}$
$R_0$	1.00	-0.46	0.23	-0.19
$A$	-0.46	1.00	-0.62	0.29
$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	0.23	-0.62	1.00	-0.22
$\Pi_{\text{LSR}}$	-0.19	0.29	-0.22	1.00

$n = 2$					
	$R_0$	$A$	$\theta_2$	$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	$\Pi_{\text{LSR}}$
$R_0$	1.00	-0.01	0.50	0.36	-0.03
$A$	-0.01	1.00	0.56	-0.34	0.32
$\theta_2$	0.50	0.56	1.00	0.27	0.20
$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	0.36	-0.34	0.27	1.00	-0.13
$\Pi_{\text{LSR}}$	-0.03	0.32	0.20	-0.13	1.00

$n = 4$							
	$R_0$	$A$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	$\Pi_{\text{LSR}}$
$R_0$	1.00	-0.16	0.55	-0.28	0.18	0.48	0.03
$A$	-0.16	1.00	-0.13	0.69	-0.72	-0.49	0.31
$\theta_2$	0.55	-0.13	1.00	-0.62	0.38	0.62	0.22
$\theta_3$	-0.28	0.69	-0.62	1.00	-0.95	-0.52	0.06
$\theta_4$	0.18	-0.72	0.36	-0.95	1.00	0.39	-0.15
$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	0.48	-0.49	0.62	-0.52	0.39	1.00	-0.05
$\Pi_{\text{LSR}}$	0.03	0.31	0.22	0.06	-0.15	-0.05	1.00

$n = 5$								
	$R_0$	$A$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	$\Pi_{\text{LSR}}$
$R_0$	1.00	-0.18	0.41	-0.29	0.15	-0.10	0.50	0.04
$A$	-0.18	1.00	0.30	0.83	-0.75	0.64	-0.39	0.29
$\theta_2$	0.41	0.30	1.00	0.09	-0.50	0.59	0.50	0.23
$\theta_3$	-0.29	0.83	0.09	1.00	-0.86	0.73	-0.38	0.10
$\theta_4$	0.15	-0.75	-0.50	-0.86	1.00	-0.97	0.11	-0.11
$\theta_5$	-0.10	0.64	0.59	0.73	-0.97	1.00	-0.02	0.08
$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	0.50	-0.39	0.50	-0.38	0.11	-0.02	1.00	-0.04
$\Pi_{\text{LSR}}$	0.04	0.29	0.23	0.10	-0.11	0.08	-0.04	1.00

$n = 8$											
	$R_0$	$A$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$	$\theta_7$	$\theta_8$	$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	$\Pi_{\text{LSR}}$
$R_0$	1.00	-0.42	0.11	-0.40	0.32	0.31	-0.33	0.31	-0.29	0.51	0.07
$A$	-0.42	1.00	0.18	0.84	-0.75	-0.65	0.74	-0.71	0.67	-0.40	0.09
$\theta_2$	0.11	0.18	1.00	-0.09	-0.53	0.37	0.06	-0.18	0.24	0.54	0.12
$\theta_3$	-0.40	0.84	-0.09	1.00	-0.76	-0.93	0.95	-0.89	0.84	-0.38	-0.12
$\theta_4$	0.32	-0.75	-0.53	-0.76	1.00	0.52	-0.86	0.91	-0.92	0.03	0.10
$\theta_5$	0.31	-0.65	0.37	-0.93	0.52	1.00	-0.87	0.77	-0.70	0.42	0.13
$\theta_6$	-0.33	0.74	0.06	0.95	-0.86	-0.87	1.00	-0.98	0.96	-0.25	-0.16
$\theta_7$	0.31	-0.71	-0.18	-0.89	0.91	0.77	-0.98	1.00	-0.99	0.18	0.17
$\theta_8$	-0.29	0.67	0.24	0.84	-0.92	-0.70	0.96	-0.99	1.00	-0.14	-0.17
$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	0.51	-0.40	0.54	-0.38	0.03	0.42	-0.25	0.18	-0.14	1.00	0.02
$\Pi_{\text{LSR}}$	0.07	0.09	0.12	-0.12	0.10	0.13	-0.16	0.17	-0.17	0.02	1.00

Таблица 3.5. Окончание

$n$	$AR_0$										
	$R_0$	$AR_0$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$	$\theta_7$	$\theta_8$	$\Delta\theta_{\text{LSR}}$	$\Pi_{\text{LSR}}$
1	0.88	1.00	—	—	—	—	—	—	—	-0.08	-0.06
2	0.92	1.00	0.68	—	—	—	—	—	—	0.20	0.09
3	0.93	1.00	0.61	-0.36	—	—	—	—	—	0.35	0.17
4	0.87	1.00	0.46	0.07	-0.18	—	—	—	—	0.21	0.18
5	0.83	1.00	0.56	0.20	-0.29	0.27	—	—	—	0.25	0.20
6	0.82	1.00	0.32	0.06	-0.12	0.07	-0.05	—	—	0.28	0.20
7	0.85	1.00	0.27	-0.005	-0.14	0.06	-0.03	0.01	—	0.33	0.17
8	0.70	1.00	0.25	0.25	-0.26	-0.20	0.25	-0.24	0.23	0.21	0.14

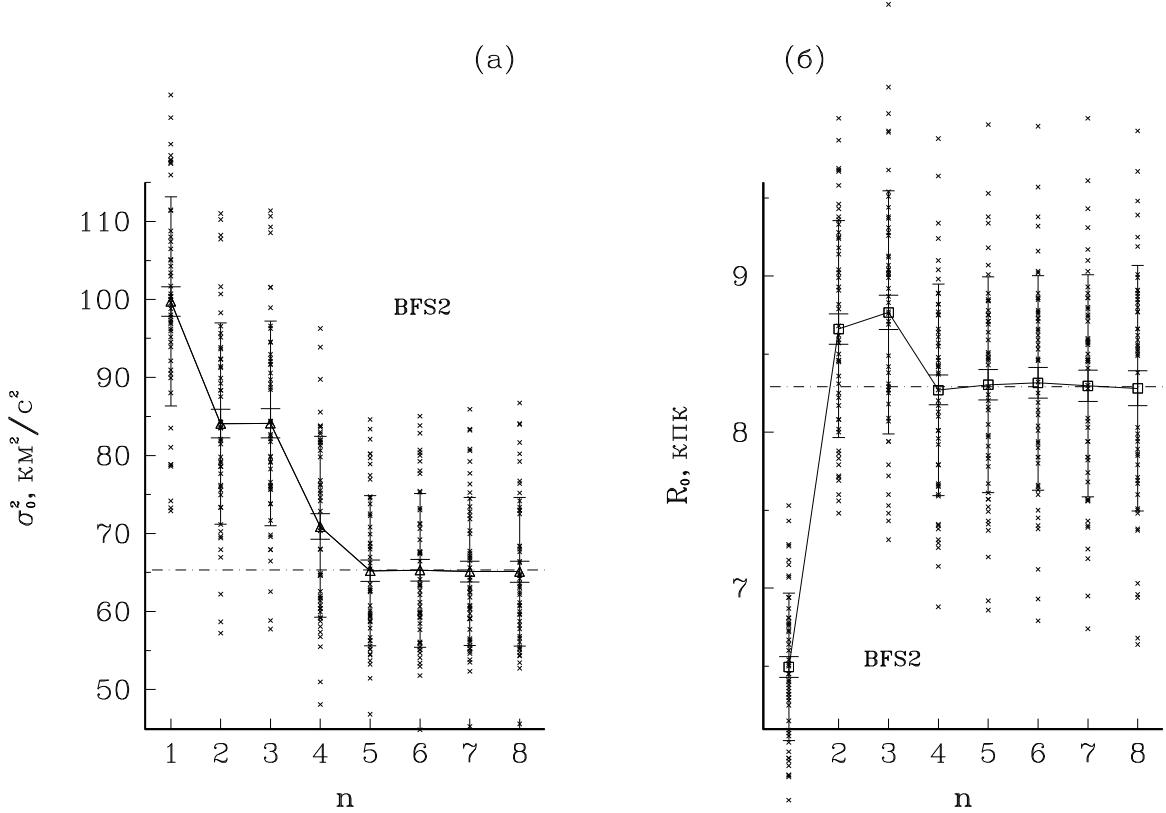
<sup>1</sup>Без S127 и S288,  $N = 105$ .

Таблица 3.6. Результаты численных экспериментов для оптимальных моделей (выборка BFS2)

$\sigma_0^2$ , км <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	$R_0$ , кпк	$A$ , км/с кпк	$\theta_2$ , км/с кпк <sup>2</sup>	$\theta_3$ , км/с кпк <sup>3</sup>	$\theta_4$ , км/с кпк <sup>4</sup>	$\theta_5$ , км/с кпк <sup>5</sup>	$\Delta\theta_{\text{LSR}}$ , км/с	$\Pi_{\text{LSR}}$ , км/с
65.29	8.27	18.94	1.94	1.37	-0.271	0.0131	3.6	-3.3
$\pm 9.4$	$\pm 0.71$	$\pm 1.05$	$\pm 0.80$	$\pm 0.29$	$\pm 0.076$	$\pm 0.0049$	$\pm 2.0$	$\pm 1.3$
69.25	7.52	21.24	2.26	1.87	-0.403	0.0209	—	—
$\pm 9.9$	$\pm 0.53$	$\pm 1.05$	$\pm 0.73$	$\pm 0.30$	$\pm 0.088$	$\pm 0.0058$	—	—

$\sigma_0^2$  ( $\pm 0.54$  и  $0.57$  км<sup>2</sup>/с<sup>2</sup> для моделей с и без остаточного движения МСП, соответственно). Также хорошо воспроизводятся остальные параметры моделей и их ошибки (ср. табл. 3.6 и соответствующие строки табл. 3.3 и 3.4). Только неопределенность  $R_0$  в численных экспериментах оказалась меньше формальных ошибок метода. Видимо, это результат некоторой идеализации условий экспериментов (строго говоря, величина  $\sigma_0$  не совсем одинакова для разных объектов). Поэтому доверительные интервалы  $R_0$ , найденные по действительной зависимости  $\zeta^2(R_0)$  (см. секцию 3.3.2), а не методом Монте-Карло, представляется более реалистичными. В любом случае они не занижены.

Чтобы проверить предположение о постоянстве  $\sigma_0^2(n)$  при порядках  $n \gtrsim n_0$  [см. (3.18)], для описанных выше модельных полей скоростей, по 50 для каждой начальной модели, были получены решения для  $n = 1, \dots, 8$ . Результаты представлены на рис. 3.4. Средние значения  $\sigma_0^2$  и  $R_0$  при  $n \geq n_0 = 5$  действительно оказываются постоянными с высокой точностью, а при  $n < n_0$  ведут себя очень сходно с оригинальными зависимостями  $\sigma_0^2(n)$  и  $R_0(n)$  (ср. рис. 3.4а–3.4г и рис. 3.3б). Последнее означает, что смещения  $R_0$  при  $n < n_0$  являются в большой степени систематическими. Для отдельных полей скоростей отклонения  $\sigma_0^2$ , как и  $R_0$ , от средних значений при разных  $n$  заметно коррелированы: у каждого модельного поля — свое значение отклонения, не сильно зависящее от  $n$ . Поэтому характер смещений оценок  $\sigma_0^2$  и  $R_0$  при  $n > n_0$  лучше проследить по зависимостям  $\Delta\sigma_0^2(n) \equiv \sigma_0^2(n) - \sigma_0^2(n_0)$  и  $\Delta R_0(n) \equiv R_0(n) - R_0(n_0)$ , где значения  $\sigma_0^2$  и  $R_0$  берутся для одного и того же модельного поля. На рис. 3.4д и 3.4е такие зависимости представлены для начальной модели с движением МСП. Легко заметить, что при  $n > n_0$  дисперсия значений  $\Delta R_0$  и  $\Delta\sigma_0^2$  возрастает, а распределения этих величин стано-



**Рисунок 3.4.** Результаты численного моделирования: а, б — соответственно  $\sigma_0^2(n)$  и  $R_0(n)$  для исходной модели 5-ого порядка с пекулярным движением МСП; в, г — то же для модели 5-ого порядка без пекулярного движения МСП; д, е — соответственно  $\Delta\sigma_0^2(n)$ ,  $\Delta R_0(n)$  (см. текст) для первой из этих моделей; ж, з — соответственно  $\sigma_0^2(n)$  и  $R_0(n)$  для той же модели при использовании неполных аппроксимирующих полиномов. Крестики — результаты для индивидуальных полей скоростей; треугольники и квадратики — средние значения  $\sigma_0^2$  и  $R_0$  для данного  $n$ , соответственно; штрих-пунктирная линия — значение в исходной модели. На графиках а–г, ж, з большие бары — стандартные отклонения, малые бары — ошибка среднего; бары на графиках д, е — стандартные отклонения.

вятся более скошенными с „хвостами” в сторону меньших значений. Поэтому при  $n > n_0$ , несмотря на постоянство  $\langle R_0 \rangle$  и  $\langle \sigma_0^2 \rangle$ , в каждой конкретной реализации  $R_0$  и  $\sigma_0^2$  могут быть ощутимо смещенными. Это обстоятельство заставляет налагать разумные ограничения сверху на значения  $\tilde{n}_0$ , типа предложенных в секции 3.3.3, и объясняет наблюдаемое в отдельных случаях небольшое снижение  $\sigma_0^2$  при явно завышенных порядках кинематической модели (сплошная ломанная на рис. 3.3б).

На рис. 3.4ж и 3.4з для начальной модели с движением МСП приведены результаты численного моделирования при использовании *неполных* аппроксимирующих полиномов, т.е. в которых оставлены лишь члены с коэффициентами, не удовлетворяющими (3.21) (такие полиномы строились во второй главе). Эти зависимости  $R_0(n)$  и  $\sigma_0^2(n)$  — в целом сходны с полученными для полных полиномов (рис. 3.4а и 3.4б). Однако неполные полиномы не дают какого-либо дополнительного выигрыша, скорее наоборот, можно заподозрить наличие смещений в некоторых случаях — для средних  $R_0(4)$  и  $\sigma_0^2(8)$ . Такие смещения могут возникнуть из-за сильных корреляций между коэффициентами при старших членах (см. табл. 3.5): исключение некоторых из них (кроме  $\theta_n$ ), пусть формально неточных,

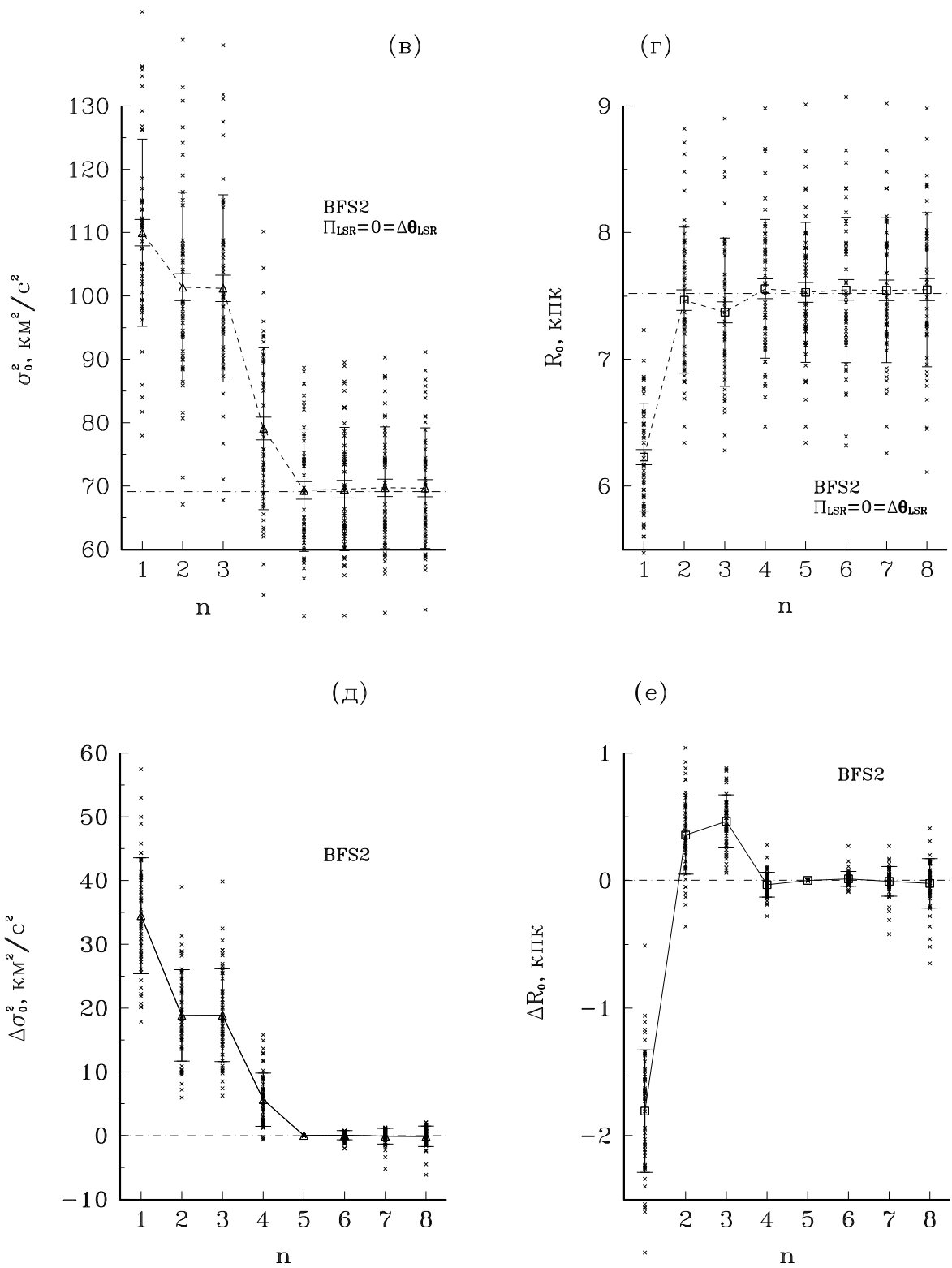


Рисунок 3.4. Продолжение.



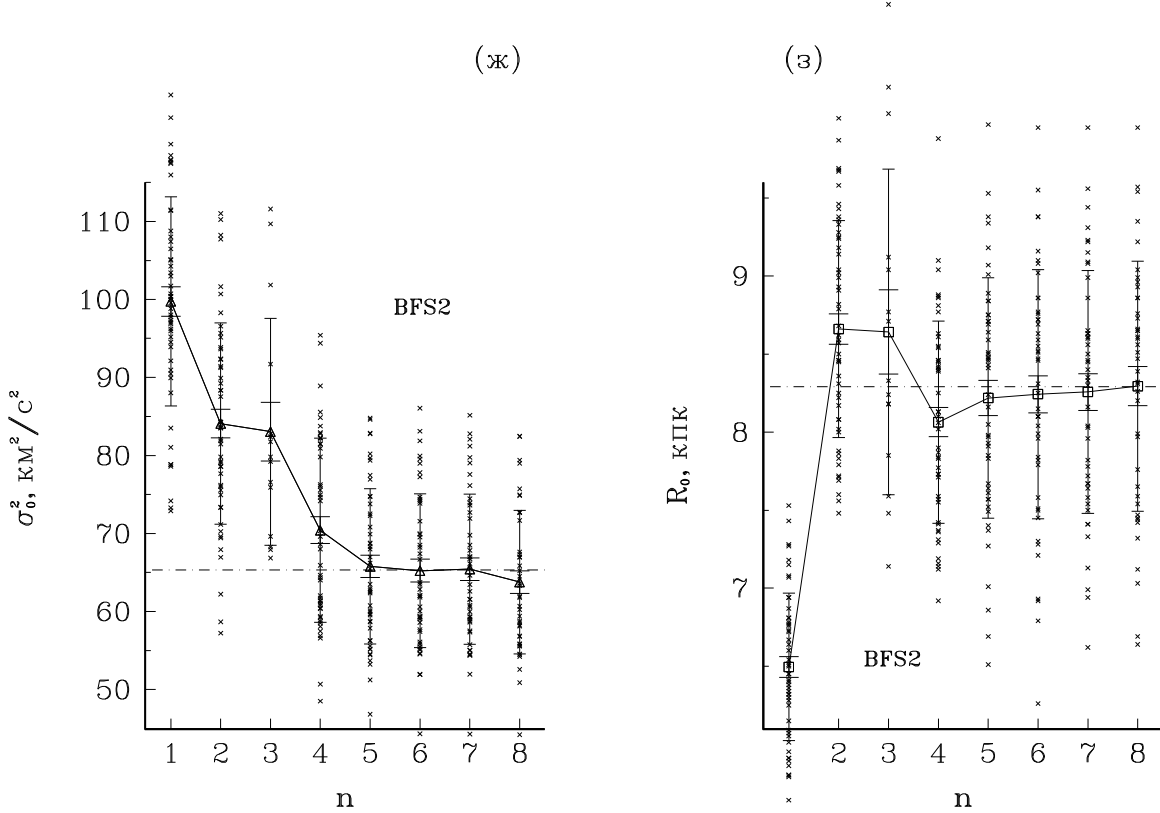


Рисунок 3.4. Окончание.

приводит в общем случае к менее адекватным моделям закона вращения, т.к. комбинация коэффициентов, если часть их принудительно обнулена, менее оптимальна (см. также предыдущий раздел). Таким образом, более сложная процедура с построением неполных полиномиальных моделей не является более эффективной. Поэтому в дальнейшем она не применялась (см. также мотивацию в секции 3.3.3).

Начальный 5-ый порядок хорошо восстанавливается в результате применения правил выбора  $\{\tilde{n}_o\}$  и  $n_o$ , сформулированных в секции 3.3.3, к „случайным” полям скоростей. Так, для модели с движением МСП  $\tilde{n}_o$  получаются от 4 до 6, причем единственный  $\tilde{n}_o = 5$  определен в 52% случаев, в 88% —  $n_o = 5$ . Формальное усреднение дает:  $\langle \max \tilde{n}_o \rangle = 5.1 \pm 0.4$  (стандартный разброс),  $\langle \min \tilde{n}_o \rangle = 4.6 \pm 0.5$ ,  $\langle n_o \rangle = 4.8 \pm 0.3$ . Небольшое смещение в сторону  $n = 4$  естественно, т.к. дисперсия скоростей „сглаживает” особенности истинного закона вращения. Это показывает, что данный метод во всяком случае не завышает в среднем порядок кинематической модели.

Что касается модели 4-ого порядка с пекулярным движением МСП, то для нее численное моделирование не выявило заметного систематического смещения  $R_0$  (рис. 3.4б и 3.4е), поэтому порядок  $n = 4$  и был признан допустимым при выведении окончательных результатов по выборке BFS2.

### 3.7. Оценивание $R_0$

#### 3.7.1. Результаты по данным BFS1 и BFS2. Влияние на величину $R_0$ азимутальной компоненты пекулярного движения Местного стандарта покоя

В табл. 3.7 дана сводка результатов для разных выборок. Приведены усредненные по допустимым порядкам значения  $R_0$ ,  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  и  $\Pi_{\text{LSR}}$ .

Расчеты для данных BFS1 показывают, что настоящий метод ( $V_r$ -оптимизация) менее чувствителен к локальным кинематическим аномалиям, чем метод второй главы [ $W(\text{CO}+\text{HI})$ ]. Полином  $\Theta_5$  описывает аномалию Персея, как локальное понижение скорости вращения. Этим воздействие аномалии на результат нейтрализуется: исключение рукава Персея оставляет  $R_0$  практически тем же, хотя сильно изменяет и упрощает сглаженную кривую вращения. Подобного не происходит при сопоставлении вращения HI и рассматриваемой подсистемы, т.к. модельная кривая вращения из-за принятой во второй главе системы весов в большей степени определяется HI-данными, и объекты из рукава Персея, мало воздействуя на модель вращения, заметно влияют на  $R_0$  (см. примечания в табл. 3.7). Для определения  $R_0$  в рамках осесимметричной модели типа (3.3) важно выделить всю существенную структуру среднего закона вращения, в том числе и вызванную локальными потоками. Если данные не вполне однородны по этой структуре, как в методе  $W(\text{CO}+\text{HI})$ , то модель вращения может оказаться упрощенной, и неучтенные особенности, существенные для части данных, могут исказить результат. Поэтому оценки  $R_0$  двумя методами оказались более близкими для выборки BFS1b. Однако для более полной выборки BFS1a метод  $W(\text{CO}+\text{HI})$  дает явно заниженный результат даже при игнорировании движения МСП относительно подсистемы МО. Здесь положено  $\Pi_{\text{LSR}} = 0 = \Delta\theta_{\text{LSR}}$  для большей корректности сравнения с методом  $W(\text{CO}+\text{HI})$ : по результатам последнего величина  $w_0 = -\Delta\theta_{\text{LSR}}$  получалась небольшой и незначимой ( $\sim 0.3 \pm 1.5$  км/с), т.к. движение МСП мало относительно HI; параметр  $\Pi_{\text{LSR}}$  в  $W(\text{CO}+\text{HI})$  явно полагался равным нулю. С другой стороны, отметим, что статистическая ошибка  $R_0$  при  $V_r$ -оптимизации заметно больше, чем в методе  $W(\text{CO}+\text{HI})$ .

Дополнение и изменение базы данных (выборка BFS2) мало повлияли на значение  $R_0$ . Но включение в модель остаточного движения МСП увеличило  $R_0$  до  $\sim 8.3$  кпк за счет существенной азимутальной компоненты  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  (табл. 3.7, ср. табл. 3.3 и 3.4). Освобождение последнего параметра приводит к росту  $R_0$  и по старым данным (выборка BFS1a). Некоторое представление о сути этого эффекта могут дать производные

$$\frac{\partial R_0}{\partial(\Delta\theta_{\text{LSR}})} = \frac{R}{2A(\Delta R + r \cos l \cos b)}, \quad \frac{\partial R_0}{\partial\Pi_{\text{LSR}}} = \frac{\partial R_0}{\partial(\Delta\theta_{\text{LSR}})} \text{ctg } l, \quad (3.32)$$

полученные для простейшей линейной модели

$$V_{\text{mod}} = -2A\Delta R \sin l \cos b - \Pi_{\text{LSR}} \cos l \cos b - \Delta\theta_{\text{LSR}} \sin l \cos b.$$

Поскольку  $\partial R_0/\partial(\Delta\theta_{\text{LSR}}) > 0$ , положительное значение  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  должно увеличивать  $R_0$ , особенно сильно при малых  $r$  и  $\Delta R$  (см. численный пример в [126] для  $\Delta R = 0$ ). Величина же  $\partial R_0/\partial\Pi_{\text{LSR}}$  мала в направлениях, близких к  $l = 90^\circ$  и  $270^\circ$  и наиболее важных для определения  $R_0$ , и главное, меняет знак в зависимости от квадранта. Поэтому итоговое влияние  $\Pi_{\text{LSR}}$  на  $R_0$  может оказаться ничтожным, как и в случае данных BFS2. Однако так бывает не всегда: например, в [63] получено

Таблица 3.7. Основные результаты

Каталог данных	Ограничения	$N$	$\tilde{n}_o$	$n_o$	$\langle R_0 \rangle$ , кпк	$\langle \Delta\theta_{\text{LSR}} \rangle$ , км/с	$\langle \Pi_{\text{LSR}} \rangle$ , км/с	Примечания
BFS1	–	75	5	5	$7.46 \pm 0.81$	–	–	Выборка BFS1a. По методу $W(\text{CO+HI})$ $\langle R_0 \rangle = 7.0^{+0.4}_{-0.3}$ кпк
	Без рукава Персея	58	2–4	2, 3	$7.41^{+0.71}_{-0.68}$	–	–	Выборка BFS1б. По методу $W(\text{CO+HI})$ $\langle R_0 \rangle = 7.3^{+0.5}_{-0.4}$ кпк
<b>BFS2</b>	–	105	5	5	$7.52^{+0.69}_{-0.67}$	–	–	
	–	<b>105</b>	<b>4–6</b>	<b>5</b>	$8.26^{+0.82}_{-0.77}$	$4.1 \pm 2.1$	$-3.43 \pm 1.29$	
			5	5	$8.37^{+0.83}_{-0.79}$	$3.6 \pm 2.2$	–	
			5	5	$7.51^{+0.68}_{-0.66}$	–	$-3.31 \pm 1.27$	
			4, 5	5	$7.94^{+0.85}_{-0.80}$	$3.8 \pm 2.2$	$-2.79 \pm 1.32$	Поправка $r = 0.7r_{\text{CW}}$
BFS1	–	75	5	5	$7.97^{+0.91}_{-0.90}$	$2.7 \pm 2.2$	–	Выборка BFS1a
BFS2/BBW	–	204	4–6	4	$9.31^{+0.68}_{-0.64}$	$1.0 \pm 1.1$	$-2.96 \pm 1.15$	
	$0^\circ < l < 180^\circ$	74	4–6	5	$8.37 \pm 0.96$	$3.8 \pm 2.4$	$-2.5 \pm 2.6$	Подвыборка BFS2
	$180^\circ < l < 360^\circ$	126	2–4	2	$14.5^{+1.8}_{-1.5}$	$1.0 \pm 1.0$	$+0.6 \pm 1.9$	
BBW	–	102	2, 3	2	$14.6^{+2.0}_{-1.6}$	$0.9 \pm 1.1$	–	$229^\circ \leq l \leq 305^\circ$
BFS2	$55^\circ \leq l \leq 131^\circ$	43	2, 3	2	$8.64^{+1.31}_{-1.30}$	$5.8 \pm 2.6$	–	
<b>BFS2/BBW</b>	–	<b>204</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	$8.87^{+0.57}_{-0.54}$	$1.71 \pm 1.16$	$-3.13 \pm 1.00$	$p_{\text{BBW}}=43/109, p_{\text{BFS2}}=1$

$R_0 = 8.2$  кпк, а после введения  $\Pi_{\text{LSR}} = 7$  км/с —  $R_0 = 8.5$  кпк [29]. Хотя чувствительность любых кинематических оценок  $R_0$  к принятому пекулярному движению Солнца замечено давно (впервые — Тэкерейем (1964) [248], влияние азимутальной компоненты подробнее рассмотрено в [126]), его параметры зачастую не являлись свободными даже в некоторых недавних работах (см., например, [8, 9, 40, 85, 227]), в том числе и по молодым объектам. Это может приводить к ощутимым систематическим ошибкам результатов безотносительно истинного физического смысла „остаточного движения МСП”. Реальное влияние его компонент на  $R_0$  конечно гораздо сложнее, чем описываемое приближением (3.32), в частности, из-за их воздействия и на другие параметры. Например, в уменьшение параметра Оорта  $A$  на 2.3 км/с/кпк для  $n = 5$  в табл. 3.3 по сравнению с табл. 3.4 введение  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  или  $\Pi_{\text{LSR}}$  вкладывает по  $\sim 0.6$  км/с/кпк, изменение  $R_0$  — всего  $\sim 0.1$  км/с/кпк, взаимовлияние параметров —  $\sim 0.2$  км/с/кпк; остальная разница  $\sim 0.8$  км/с/кпк вызвана исключением из выборки другого объекта (S288, а не BFS54).

### 3.7.2. Результаты по данным BFS2/BBW. Различие „север-юг”

Для объединенной выборки BFS2/BBW, включающей южные и северные объекты, получено большее значение  $R_0 = 9.3 \pm 0.7$  кпк. Это — следствие очень низкой наблюдаемой кривизны поля лучевых скоростей южных объектов при  $R \sim R_0$  (см. рис. 2а в [89], построенный по почти тем же данным). Взятые отдельно южные МО или только объекты BBW приводят к величине  $R_0 \sim 14.5 \pm 2$  кпк, совершенно нереальной в современных шкалах расстояний.

Столь же значительное различие кинематических оценок расстояния до галактического центра по северным  $[(R_0)_N]$  и южным  $[(R_0)_S]$  объектам обнаружили по ОВ-звездам Тэкерей (1972) [250] и Крэмpton и др. (1976) [109]:  $(R_0)_S/(R_0)_N = 1.5 \div 1.8$ . В [109] показано, что этот эффект не согласуется со схемой общего расширения Галактики. В [92] для моделей вращения со спиральной волной плотности удалось получить сходные по порядку величины различия „север-юг”, но для большинства объектов [109] они оказались противоположными по знаку („северные” значения  $R_0$  больше „южных”). Если идея связи со спиральными возмущениями верна в принципе, то это несоответствие могло быть вызвано неоднородностью данных (звезды О7–А2, цефеиды и рассеянные скопления), использованных в [92] для построения модели, и предположением, что спираль двухрукавная. Последнее не согласуется со свидетельствами в пользу четырехрукавной структуры Галактики (см., например, [68, 177, 193, 258]). Проблему осложняет противоречивость данных о самом эффекте. По цефеидам он не обнаружен —  $(R_0)_S/(R_0)_N = 0.92 \div 0.99$  [54]. Согласно [206] области Н II имеют асимметрию поля лучевых скоростей, отвечающую эффекту, но для звезд ОВ она очень мала и имеет обратный знак; последнее противоположно выводам [109, 250]. Близкие значения  $(R_0)_N$  и  $(R_0)_S$ , найденные в [227] по общей выборке областей Н II и молодых рассеянных скоплений, а также выведенные методом сравнения кинематических и фотометрических расстояний до областей Н II в I [164] и IV квадрантах [217], противоречит результатам [89, 206] и данной работы. Предварительные расчеты  $V_r$ -методом [191] для планетарных туманностей выявляют асимметрию север-юг  $(R_0)_S/(R_0)_N \sim 1.3 \div 1.9$ , которая вряд ли может быть вызвана спиральными волнами. Видимо, в настоящее время природу некруговых движений, объясняющих всю совокупность приведенных результатов, нельзя считать выясненной. Эта проблема заслуживает отдельного исследования.

Некоторые из указанных расхождений объяснятся, если принять, что различие север-юг не существует для дисковых объектов промежуточного возраста, а наиболее аномальной является именно область  $l \gtrsim 270^\circ$  [89, рис. 2a]. В пользу этого говорит: 1) более сильное отличие значений  $(R_0)_S$ , а не  $(R_0)_N$ , от величины  $R_0$  по всей выборке BFS2/BBW несмотря на то, что южных объектов больше (табл. 3.7); 2) при наложении ограничения  $l \leq l_{\max}$  на эту выборку резкий рост  $R_0$  начинается при  $l_{\max} \gtrsim 290^\circ$ . Возможно, эта аномалия связана со спиральным рукавом Киля.

### 3.7.3. Итоговые оценки $R_0$ $V_r$ -методом

Для сглаживания влияния кинематических аномалий на результаты, если предполагается чисто цилиндрическое вращение, важно, чтобы данные покрывали бóльшую площадь диска Галактики и как можно равномернее [76, 109]. Объединенная выборка BFS2/BBW хуже, чем BFS2, отвечает второму требованию, поскольку имеется явный избыток объектов BBW ( $N_S = 109$ ) по отношению к симметричным северным долготам ( $N_N = 43$ ), усиливающий воздействие на решение одной из аномалий. Избыток южных объектов отчасти объясняется меньшим поглощением света на южных долготах (см. колор-индексы, например, в [212]) и, возможно, реальными различиями в пространственном распределении молодых объектов, связанных со спиральными рукавами: избыток наблюдается и для ОО других типов, например, для классических цефеид в тех же секторах долгот  $N_S/N_N = 2.02$  для выборки [212] (см. также рис. 6 в [213]) и  $N_S/N_N = 1.33$  — для выборки [23]. Большой избыток для выборки BFS2/BBW ( $N_S/N_N = 2.53$ ) вызван, видимо, тем, что каталог BBW включает и отражающие туманности — объекты более старые и многочисленнее по сравнению с областями II. Введение для облаков BBW весов  $p_{\text{BBW}} = 43/109$ , сглаживающее эту неоднородность, дает более надежный результат по выборке BFS2/BBW —  $R_0 = 8.9 \pm 0.6$  кпк. Разница с  $R_0$  по BFS2 уменьшается, но остается заметной (табл. 3.7).

Выборка BFS2/BBW менее однородна по типу объектов. Две ее части — BBW и BFS2 — возможно, имеют отличные средние шкалы расстояний (см. раздел 3.4), хотя расстояния в BBW — внутренне однородные. Большинство объектов со значительными остаточными скоростями ( $|\delta V| \gtrsim 20$  км/с) принадлежит каталогу BBW. Кроме того, выборка BFS2/BBW требует дополнительных предположений о весах объектов. С другой стороны, выборка BFS2 меньше и представляет, в основном, северные долготы, т.е. покрывает меньшую часть диска; статистическая значимость результатов по BFS2 ниже. Поскольку каждая из двух выборок имеет свои преимущества и недостатки, при выведении итоговой оценки  $R_0$  в четвертой главе будут использованы результаты по обеим выборкам (выделенные жирным шрифтом строки в табл. 3.7):

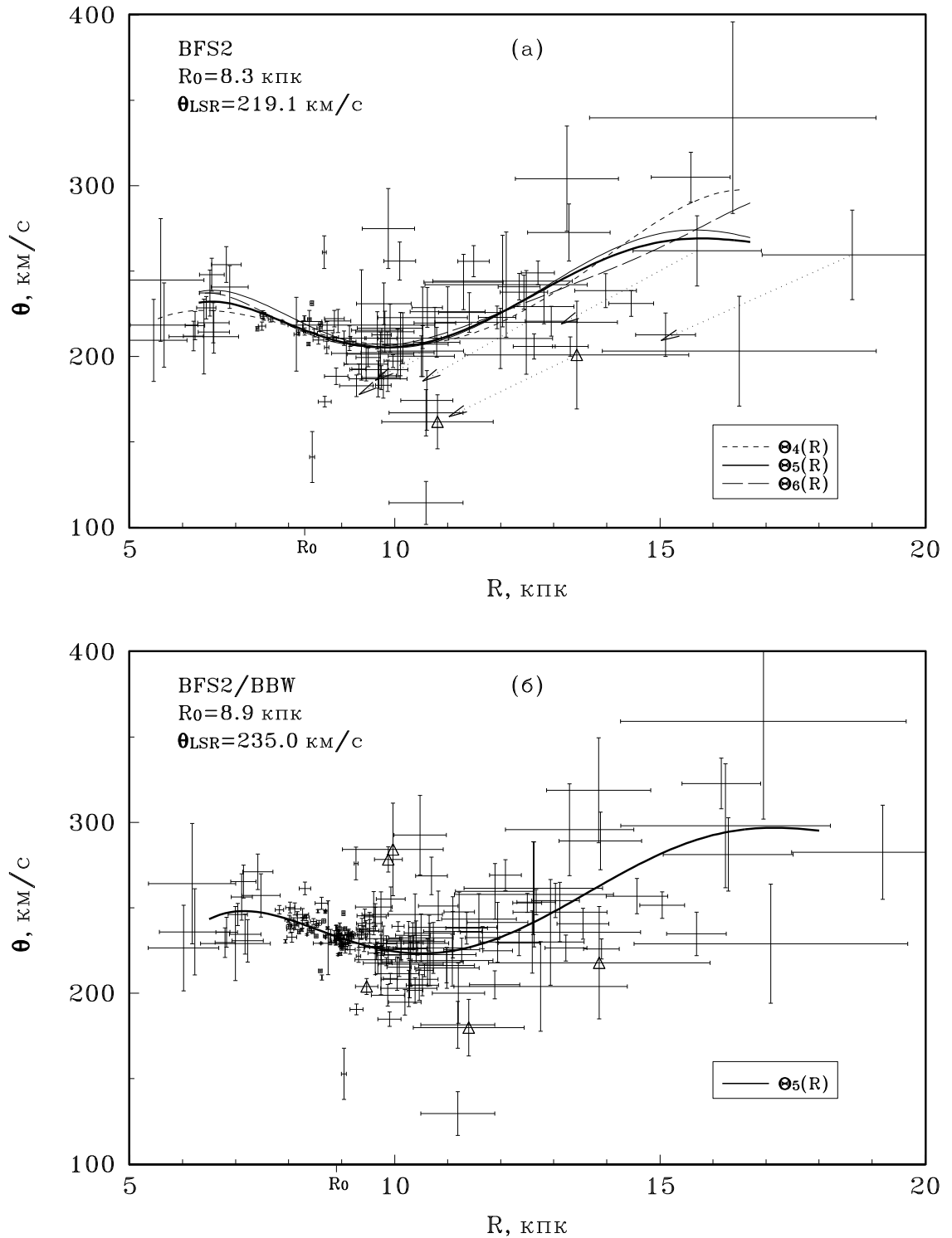
$$\text{BFS2:} \quad R_0 = 8.26_{-0.77}^{+0.82} \text{ кпк,} \quad (3.33)$$

$$\text{BFS2/BBW:} \quad R_0 = 8.87_{-0.54}^{+0.57} \text{ кпк.} \quad (3.34)$$

Приведенные ошибки  $R_0$  не включают неопределенность шкалы расстояний.

## 3.8. Кривые вращения подсистемы молекулярных облаков

На рис. 3.5 представлены кривые вращения по данным BFS2 и BFS2/BBW для  $R_0 = 8.3$  и  $8.9$  кпк, соответственно. Линейная скорость вращения МСП  $\theta_{\text{LSR}}$



**Рисунок 3.5.** Кривые вращения подсистемы молекулярных облаков по данным BFS2 и BFS2/BBW. Представлены сглаженные кривые  $\Theta_{\tilde{n}_o}(R)$ . Бары отображают ошибки наблюдений  $V_r$  и  $r$  отдельных объектов; треугольниками отмечены объекты с большими невязками  $|\delta V|$ , исключенные из выборок. Для данных BFS2 приведены две кривые  $\Theta_5$  — с учетом и без учета пекулярного движения МСП (сплошные толстая и тонкая линии, соответственно). Пунктирные стрелки указывают смещение положения объектов с  $r_{\text{CW}}$  при введении поправки  $r = 0.7r_{\text{CW}}$ .

принималась равной  $R_0 \times 26.4$  [км/с]. Положение объектов на рис. 3.5а соответствует значению  $\Pi_{\text{LSR}}$ , полученному при  $n = n_0$ . Неопределенность положения каждого объекта на рис. 3.5 показана, исходя из принятых величин случайных ошибок измерений  $V_r$  и  $r$  (см. раздел 3.4). Объекты с расстояниями  $r_{\text{CW}}$  [103] находятся ниже средней кривой вращения оптимального порядка  $\Theta_5$  (рис. 3.5а). Поэтому формальное применение поправки  $r = 0.7r_{\text{CW}}$ , найденной в разделе 3.4, смещает эти объекты еще ниже, увеличивая разногласие с другими данными. Наоборот, уменьшение  $\sigma_0^2$  происходит при поправочном множителе больше единицы. Это оправдывает использование нескорректированных величин  $r_{\text{CW}}$ . Заметим, что для объектов с  $r_{\text{CW}}$ , по которым была получен коэффициент  $s = 0.7$ , коррекция требуется и по данным кинематики. Видимо, расстояния  $r_{\text{CW}}$  неточны скорее в случайном, а не в систематическом смысле. В табл. 3.7 приведены результаты и для случая внесения поправки.

По данным BFS2 найдено значение  $A = 18.2 \pm 1.7$  км/с/кпк (средняя величина для  $n = 4, 5, 6$  в табл. 3.3), по данным BFS2/BBW —  $A = 18.5 \pm 0.74$  км/с/кпк ( $n = 5$ ). Эти оценки заметно выше стандартного значения  $A = 14.4 \pm 2.7$  км/с/кпк [163], в основном, по причине их аппроксимационной локальности: модели допустимых порядков воспроизводят локальное падение  $\theta$  на  $0.8 \lesssim x \lesssim 1.1$  (его физическая природа будет обсуждаться в следующих главах), при заниженных  $n \leq 3$  значения  $A$  близки к стандартному (табл. 3.3). Большие величины  $A$  не могут быть здесь следствием занижения шкалы расстояний, т.к. полученные оценки  $R_0$  не малы. Отметим, что такие значения  $A$  не являются отражением лишь аномалии в области рукава Персея, поскольку добавление данных о южных объектах (BBW) не уменьшило оценку  $A$ , несмотря на то, что  $R_0$  при этом увеличилось.

### 3.9. Остаточное движение Местного стандарта покоя и Вращательный стандарт

МСП явно имеет небольшое движение в направлении антицентра Галактики по отношению к рассматриваемым объектам:  $\Pi_{\text{LSR}} = -3.4 \div -2.5$  км/с в табл. 3.7. Нулевое значение  $\Pi_{\text{LSR}}$  по южной подвыборке BFS2/BBW непоказательно из-за малости  $|\cos l|$  для основной ее части (рис. 3.2). Для азимутальной компоненты картина менее определенная, но тенденция превышения скорости МСП  $\theta_{\text{LSR}}$  над средней скоростью молекулярных облаков на солнечном круге  $\theta_0$  все же наблюдается:  $\Delta\theta_{\text{LSR}} = 1 \div 6$  км/с в табл. 3.7. При изменении промежутка  $|\Delta R|$ , из которого берутся данные, обе компоненты пекулярного движения МСП испытывают умеренные вариации, и найденные их оценки приемлемо описывают ситуацию в целом. Так, для данных BFS2 при сокращении  $|\Delta R|$  величина  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  колеблется от 2.5 до 4.5 км/с, а  $\Pi_{\text{LSR}}$  постепенно достигает значения  $-5.6$  км/с при  $|\Delta R|_{\text{max}} = 1.6$  кпк и затем резко переходит на уровень  $-2.9 \div -2.7$  км/с. Такое поведение  $\Pi_{\text{LSR}}$  очевидно отражает аномальность области рукава Персея.

Остаточное движение МСП относительно Вращательного стандарта было предложено Шутером (1982) [238] для объяснения некоторых особенностей кинематики Н I и CO и пространственного распределения Н I. Попытки измерения этого движения по газовым и молодым звездным составляющим привели к неоднозначным результатам:  $\Pi_0 \equiv -\Pi_{\text{LSR}} = 0 \div 10$  км/с,  $\Delta\theta_{\text{LSR}} = 0 \div 8.5$  км/с. Отдельно по данным об областях Н II и связанных с ними объектах согласие лучше: обычно  $\Pi_0 \sim 4$  км/с ( $2.5 \div 5$  км/с) [89,131,153,206,243], компонента  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  не искалась или по-

лучалась незначительной [206,243]. Результат настоящей работы, не противореча этим определениям, имеет перед ними некоторые преимущества: он получен с учетом основной структуры кривой вращения (обе компоненты оказываются заметно большими при  $n < n_0$ , как показывает табл. 3.3), без предположений о галактических константах и с использованием всех данных (не только в направлениях на центр и антицентр Галактики, как, например, в [89,131]), которые представляют большую часть галактического диска. Последнее важно из-за наличия местных кинематических особенностей [105, с. 434], которые могут приводить к нулевым  $\Pi_0$  и  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  в близких окрестностях Солнца [78].

Если рассматривать только результаты по крупномасштабным данным о HI, CO и OH, то  $\Pi_0 \approx \Delta\theta_{\text{LSR}} \sim 7$  км/с [29,105,238], что превосходит движение МСП относительно рассмотренной подсистемы МО —  $\Pi_0 \sim 3$  км/с,  $\theta_{\text{LSR}} \sim 2 \div 4$  км/с. В соответствии с недавними исследованиями кинематики цефеид движение МСП по отношению к ним иное:  $\Pi_0 = 1.0 \pm 0.8$  км/с,  $\Delta\theta_{\text{LSR}} = -4.1 \pm 0.7$  км/с по данным [212],  $\Pi_0 = 0.2 \pm 1.3$  км/с,  $\Delta\theta_{\text{LSR}} = -2.3 \pm 1.4$  км/с по данным [23],  $\Pi_0 = -0.5 \pm 1.9$  км/с по данным [213]. Здесь предположено остаточное движение Солнца  $u_{\odot} = 10.3$  км/с,  $v_{\odot} = 15.3$  км/с ( $V_{\odot} = 20$  км/с,  $\alpha_{\odot} = 270^\circ$ ,  $\delta_{\odot} = +30^\circ$  на эпоху 1900), принятое для МО в [86]. По планетарным туманностям  $\Pi_0$  получается незначимо положительным [191].

Эти результаты показывают, что  $\Pi_0$  и  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  (как и  $u_{\odot}$  и  $v_{\odot}$ ) являются функциями не только гелиоцентрического расстояния, но и типа (возраста) объектов. Поэтому компоненту  $\Pi_0$  нельзя напрямую рассматривать как радиальное движение МСП относительно инерциальной системы отсчета — барицентра Галактики. Скорее  $\Pi_0$  отражает преобладающие некруговые движения в изучаемой подсистеме (ср. предположение [213, с. 427] о существовании зависимости  $\Pi_0$  от возраста объектов). Также затруднительно ввести некий единый Вращательный стандарт покоя, т.к. в общем случае для каждого типа объектов он свой, хотя бы из-за асимметричного сдвига, и его нужно определять заново. В отдельности найденное здесь движение МСП относительно газовых комплексов хорошо согласуется с предсказаниями теории волн плотности: внутри радиуса коротации молодые объекты вблизи внутреннего края рукавов должны участвовать в потоковых движениях, направленных против вращения Галактики и, в небольшой степени, к ее центру [58]. Однако тогда остается непонятным, почему по цефеидам, сравнительно молодым объектам, не получается такая же или большая компонента  $\Pi_0$ , хотя  $\Delta\theta_{\text{LSR}} = -2 \div -4$  км/с соответствует их среднему сдвигу поперек рукава. Действительно, после непосредственного учета в [182] возмущений от (двухрукавной) спиральной волны плотности азимутальная компонента, как и можно было ожидать, стала почти нулевой ( $\theta_{\text{LSR}} = -0.6 \pm 1.8$  км/с), но радиальная, наоборот, возросла ( $\Pi_0 = 2.6 \pm 1.9$  км/с). Однако совместный анализ лучевых скоростей и собственных движений цефеид в [43] дает несколько иные результаты: учет возмущений от волны плотности также увеличивает  $\Pi_0$  с  $1.7 \pm 0.9$  до  $(2.7 \div 2.8) \pm 1$  км/с, но не приводит к нулевой  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$ , а лишь уменьшает эту компоненту по модулю с  $-5.8 \pm 0.8$  до  $(-4.5 \div -4.2) \pm 0.9$  км/с. Таким образом, следует признать, что этот эффект пока не имеет надежной интерпретации. Очевидно лишь, что *остаточное движение МСП нельзя считать характеристикой самого МСП или универсальной характеристикой локальной кинематики*, т.к. это движение сильно варьируется для разных подсистем диска, видимо, отражая, в основном, особенности их кинематики и особенности используемых данных.



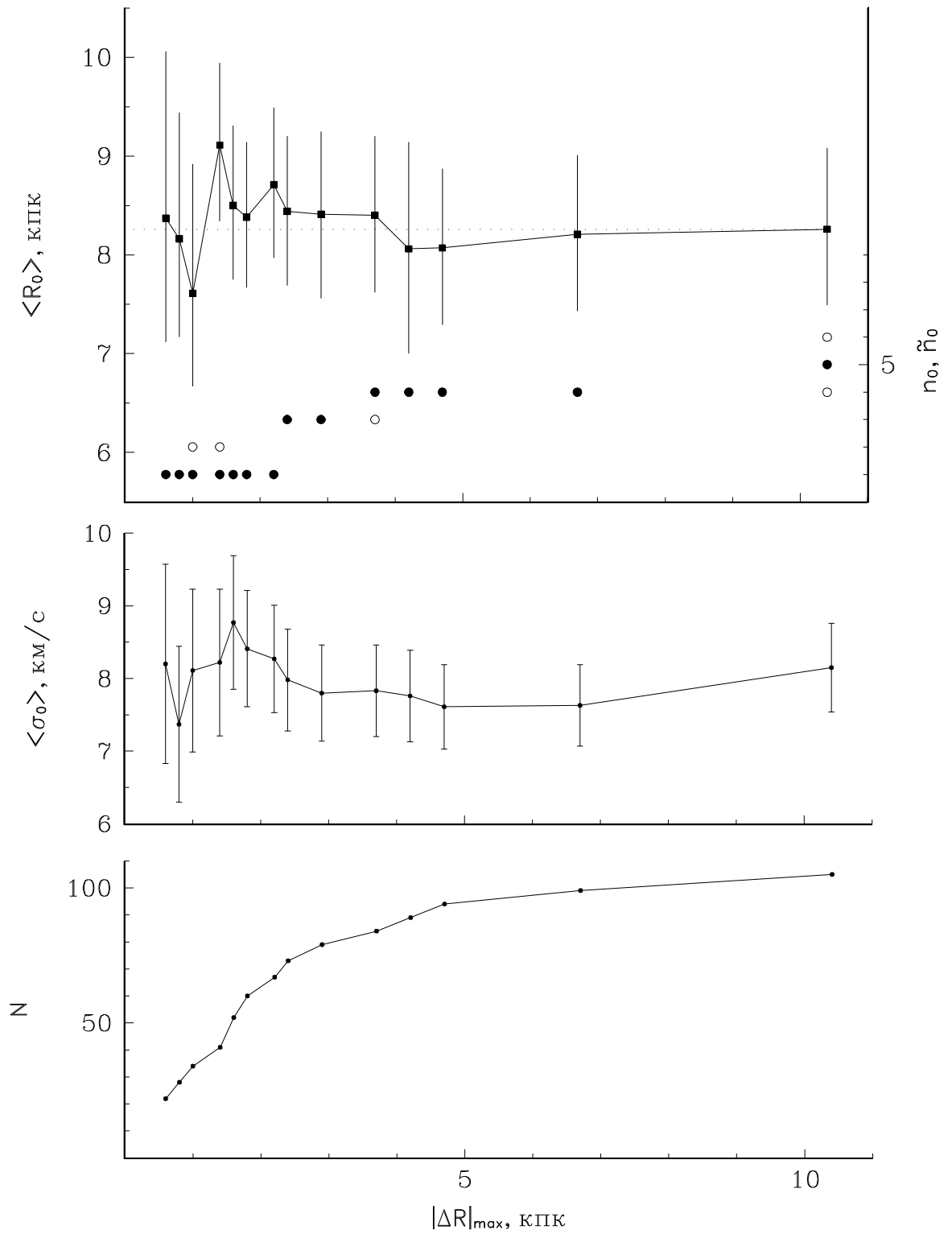
### 3.10. Замечания о методе моделирования

Оптимизация сглаженности модели вращения при определении  $R_0$  уменьшает влияние на результат локальных потоковых движений и позволяет практически отказаться от ограничений на расстояние объектов от круга  $R = R_0$ . Покажем это, построив зависимость оценки  $R_0$  от  $|\Delta R|_{\max}$  при наложении на выборку BFS2 ограничения  $|\Delta R| \leq |\Delta R|_{\max}$  (рис. 3.6, верхний график). С сокращением промежутка  $\Delta R$  модели кривой вращения, конечно, упрощаются (уменьшаются  $\tilde{n}_o$ ), но величина  $R_0$  почти во всех случаях несущественно отклоняется от значения по полной выборке. Более резкие колебания имеются лишь при прохождении границы выборки через аномальную зону рукава Персея ( $\Delta R_{\max} \sim 1 \div 1.5$  кпк), которая проявляется и в росте дисперсии скоростей с уменьшением  $|\Delta R|_{\max}$ , сменяющимся падением по мере исключения объектов рукава (средний график на рис. 3.6). Таким образом, благодаря оптимизации порядка модели далекие объекты не искажают решение и сглаживают влияние локальных аномалий. К тому же, удается избежать произвола при выборе ограничений на выборку и, следовательно, снижения объективности результатов (см. раздел 3.1). Вновь напомним о систематических вариациях оценок  $R_0$  со временем опубликования [222, 223], хорошо иллюстрирующих значимость проблемы объективности.

Влияние отклонений от осесимметричного вращения, прежде всего вызываемых волной плотности („локальные аномалии” могут быть ее проявлениями), должно сглаживаться, если выборка покрывает большие промежутки  $R$  и галактоцентрических долгот  $l_G$ . Однако те же условия, плохо выполняющиеся для большинства объектов, требуются и для надежного моделирования волны плотности, в идеале — совместно с другими параметрами модели (3.3). Например, при узком промежутке  $l_G$  трудно выбрать между вариантами модели волны (двух- или четырехрукавная) [43], а также разделить волновые эффекты и локальные вариации закона вращения, тем более — при тугой закрутке спиралей. С другой стороны, в настоящем случае (например, для выборки BFS2) волновые возмущения частично воспроизводятся моделью (3.3), если ее порядок оптимизируется, а следовательно, и частично компенсируется их влияние на  $R_0$ . В любом случае без такой оптимизации нельзя уверенно моделировать и волну плотности. Верхним пределом воздействия одной аномалии на  $R_0$  могут служить соответствующие колебания  $R_0$  при  $|\Delta R|_{\max}$  вблизи рукава Персея (рис. 3.6), а об общем эффекте может говорить разница  $R_0$  по полным выборкам BFS2 и BFS2/BBW ( $\sim 0.6$  кпк). Напомним, что в кинематических методах оценивания  $R_0$  неоднородное распределение объектов на плоскости Галактики (рис. 3.2) само по себе не искажает результат — важно лишь, чтобы из-за неоднородности некоторые аномалии не получили избыточный вес. Когда такое происходит (выборка BFS2/BBW), можно вводить корректирующие веса (см. секцию 3.7.3).

В этой работе модельные параметры искались при помощи одномерной оптимизации — минимизировались лишь невязки лучевых скоростей  $\delta V_j$ . Поскольку расстояния  $r$  известны с ошибками, более корректной в принципе была бы примененная в [212] двумерная оптимизация — по лучевой скорости и модулю расстояний — при помощи статистики

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \min \left[ (\delta V_j / \sigma_{V_j})^2 + (\delta d_j / \sigma_{d_j})^2 \right]. \quad (3.35)$$



**Рисунок 3.6.** Зависимость оценки  $R_0$  (квадратики) по данным BFS2 от наибольшего значения  $|\Delta R|$  у объектов выборки (верхний график); светлые кружки — величины допустимых порядков, темные кружки — оптимальные порядки. Средний и нижний графики — соответственно среднеквадратичный разброс лучевых скоростей и объем выборки в зависимости от  $|\Delta R|_{\max}$ .

Однако при таком подходе от абсолютных величин ошибок  $\sigma_{V_j}$  и  $\sigma_{d_j}$  зависят не только ошибки параметров, но и сами их значения, т.е. точечные оценки. Последняя зависимость может быть сложной — речь идет даже об изменении знака поправки  $R_0$  при малых  $\sigma_d$  (см. результаты численных экспериментов в [227]). Поэтому без независимого определения истинных масштабов ошибок  $\sigma_V$  и  $\sigma_d$  из самих данных, как это сделано здесь для  $\sigma_V$  в предположении ошибочности только  $V'_r$  (см. секцию 3.3.2), преимущественность двумерной оптимизации представляется сомнительной. Это оправдывает применение здесь оптимизации только по невязкам  $\delta V_j$ , тем более что случайные ошибки расстояний до газовых комплексов оказались относительно небольшими — в среднем  $\sigma_d \lesssim 0^m3$  для каталога BFS, как можно судить по значениям  $\sigma_{\Delta d}$  в табл. 3.2, т.к.  $\sigma_d = \sigma_{\Delta d}/\sqrt{2}$  в предположении, что обе серии измерений  $r$  имеют равные средние ошибки. (Для BBW величина  $\sigma_d \approx 0^m45$  непоказательна, т.к. она получена по очень маленькой статистике.) При этом задание весов отдельным объектам

$$\sigma_j^2 = \sigma_{V_j}^2 + \sigma_{d_j}^2 (\partial V_{\text{mod}}/\partial d)_j^2, \quad (3.36)$$

примененное в [93, 94, 181], помимо проблемы с  $\sigma_V$  и  $\sigma_d$ , для данных о МО также неэффективно из-за подъема кривой вращения на участке  $R \gtrsim 10$  кпк (рис. 3.5) — производная угловой скорости здесь мала, и веса у далеких объектов выходят неоправданно большими несмотря на значительные  $\sigma_{d_j}$ . К тому же, в случае выборки BFS2 объекты с большими весами покрывают более узкий промежуток  $l_G$ , что снижает надежность результата. Заметим также, что оба варианта учета ошибок измерений — (3.35) и (3.36) — требуют изначального задания дисперсии скоростей подсистемы ОО, а вариант (3.36) — еще и модели закона вращения. Поэтому для получения хотя бы первого приближения и того, и другого в любом случае придется применять одномерную оптимизацию с равными весами уравнений.

$K$ -член не включался в модель (3.3), т.к. для всех выборок средняя невязка  $\langle \delta V \rangle$  получилась незначимо отличной от нуля при допустимых порядках модели. Величина  $\langle \delta V \rangle$  возрастает при меньших порядках и при задании нулевых компонент движения МСП. Например, по данным BFS2 при допущении этого движения для  $n = 5 = n_o$  найдено  $\langle \delta V \rangle = 0.1 \pm 0.8$  км/с, при  $\Delta\theta_{\text{LSR}} = 0 = \text{PLSR}$  для  $n = 2 < n_o$  получено  $\langle \delta V \rangle = -2.6 \pm 0.9$  км/с. Для этой подсистемы  $K$ -член очевидно отражает лишь неадекватности модели галактической кинематики.

### 3.11. Разложение на составляющие наблюдаемой дисперсии лучевых скоростей молекулярных облаков

Поскольку для перехода к более совершенной двумерной оптимизации требуется заранее знать дисперсию скоростей и случайные ошибки расстояний, более корректной была бы следующая схема вычислений: 1) сначала используется одномерная оптимизация, 2) из анализа остаточных скоростей находятся дисперсия и ошибки расстояний, 3) применяется двумерная оптимизация; потом можно снова выполнить пункты 2 и 3, сделав несколько итераций. Чтобы эта схема была возможна в принципе, нужно разработать методы для пункта 2. В данной секции рассматриваются возможные подходы в задаче разложения „наблюдаемой” дисперсии лучевых скоростей с учетом ошибок измерений скоростей на „истинную” дисперсию подсистемы, не искаженную ошибками измерений, и вклад ошибок расстояний.

Заметим, что подобное разложение также дало бы новое решение проблемы определения дисперсий скоростей галактических подсистем — важных характеристик для многих задач моделирования Галактики (например, динамического). Обычно дисперсию вычисляют непосредственно по отклонениям скоростей отдельных объектов от их средней скорости в данном месте Галактики (скорости центроида объектов). Однако такая „наблюдаемая” дисперсия в общем случае завышена за счет ошибок наблюдений. В близких окрестностях Солнца лишь ошибки измерений скоростей могут повлиять на результат. В этом случае для большинства подсистем искажения невелики, но околосолнечное значение дисперсии не обязательно хорошо описывает подсистему в масштабах Галактики. С другой стороны, при нахождении дисперсии по неблизким объектам необходим учет дифференциального галактического вращения, поэтому в наблюдаемую дисперсию вносят вклад и случайные ошибки измерений гелиоцентрических расстояний  $r$  до объектов. Еще один побочный результат разложения наблюдаемой дисперсии — независимое оценивание ошибок расстояний в используемом каталоге.

### 3.11.1. Постановка задачи

Наблюдаемой дисперсией в рассмотренной выше задаче моделирования вращения является традиционная оценка дисперсии

$$(\sigma_{\delta V})_{\text{obs}}^2 = \frac{1}{N_{\text{free}}} \min \sum_{j=1}^N (\delta V)_j^2. \quad (3.37)$$

„Истинной” дисперсией  $(\sigma_{\delta V})_0$  подсистемы будем считать ту составляющую наблюдаемой дисперсии относительно среднего (модельного) закона движения, которая не вызвана случайными ошибками измерений.

Любые систематические ошибки модельного закона движения подсистемы увеличивают наблюдаемую дисперсию скоростей, и это завышение бывает существенным (см. табл. 3.3 и 3.4). Поэтому искать истинную дисперсию осмысленно лишь для моделей, детально описывающих хотя бы дифференциальное вращение. В качестве последних здесь использованы модели (3.3) допустимых порядков, найденные в разделе 3.7 для каталогов молекулярных облаков BFS2 и BFS2/BW.

Заметим, что при определении истинной дисперсии относительно осесимметричной модели (3.3) подразумевается, по сути, что в качестве случайных отклонений от усредненного по радиусу закона вращения рассматриваются и отклонения, создаваемые локальными потоковыми движениями, в том числе и вызванными волнами плотности. Найденную так дисперсию можно назвать *глобальной*, противопоставляя ее *локальной* дисперсии, которая характеризует отклонения от среднего движения в локальном центре объектов в данном месте Галактики. В общем случае глобальная дисперсия превышает локальную. Очевидно, что ставить задачу о нахождении локальной дисперсии можно лишь при наличии кинематической модели, которая уверенно воспроизводит возмущения хотя бы от регулярной спиральной структуры Галактики. Пока такой модели нет, можно получить только глобальную истинную дисперсию.

Для упрощения задачи не станем определять параметры эллипсоида скоростей, а будем считать распределение остаточных скоростей сферическим. Помимо недостатка статистики это оправдано и тем, что для наиболее молодых и горячих звезд, с которыми связаны молекулярные облака, радиальная и азимуталь-

ная дисперсии мало отличаются друг от друга, по крайней мере в окрестности Солнца (см., например, [79]), а  $z$ -дисперсия практически не влияет на  $(\sigma_{\delta V})_{\text{obs}}$  для плоской подсистемы, рассматриваемой на больших масштабах. Непосредственный анализ в [26] подтверждает примерное равенство радиальной и азимутальной дисперсий для подсистемы МО.

Ошибки  $l$  и  $b$  дают ничтожный вклад в наблюдаемую дисперсию, поэтому принято  $\sigma_l = 0 = \sigma_b$ . Ошибки измерений лучевых скоростей  $\sigma_V$  и истинную дисперсию нельзя разделить в данной постановке задачи, т.к. обе составляющие не зависят от пространственных координат. Эти ошибки можно лишь учесть, используя оценки  $\sigma_V$  из каталогов данных.

После всех упрощений задача об интерпретации наблюдаемой дисперсии скоростей фактически сводится к разделению вкладов истинной дисперсии подсистемы  $(\sigma_{\delta V})_0$  и ошибок расстояний  $\sigma_r$ .

### 3.11.2. Методы

В предположениях, сформулированных выше, индивидуальная дисперсия (неопределенность) остаточной скорости  $j$ -ого объекта имеет вид

$$\sigma_{\delta V_j}^2 = \sigma_{V_j}^2 + (\sigma_{\delta V})_0^2 + \sigma_{r_j}^2 \left( \frac{\partial V_{\text{mod}}}{\partial r} \right)_j^2, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (3.38)$$

Можно предложить по крайней мере три способа использования этого уравнения. Рассмотрим их.

*Первый метод.* Суммируем уравнения (3.38), поделим результат на  $N$  и заменим индивидуальные дисперсии на среднюю дисперсию:

$$\sigma_{\delta V_j}^2 = (\sigma_{\delta V})_{\text{obs}}^2. \quad (3.39)$$

Тогда получим следующую оценку истинной дисперсии:

$$(\sigma_{\delta V})_0^2 = (\sigma_{\delta V})_{\text{obs}}^2 - \frac{1}{N} \sum_j^N \left[ \sigma_{V_j}^2 + \sigma_{r_j}^2 \left( \frac{\partial V_{\text{mod}}}{\partial r} \right)_j^2 \right]. \quad (3.40)$$

В рамках такого „интегрального” подхода можно найти только  $(\sigma_{\delta V})_0$ , при этом приходится принять за известные величины оценки  $\sigma_r$ , приведенные авторами наблюдений. Этот метод применим, если авторские  $\sigma_r$  известны надежно. Предположение (3.39) не является слишком сильным, т.к. оно фактически сводится к тому, что в качестве оценки средней величины дисперсий  $\sigma_{\delta V_j}^2$  берется известный средний квадрат остаточной скорости  $(\sigma_{\delta V})_{\text{obs}}^2$ . Эти две величины относятся друг к другу как математическое ожидание среднего к выборочному среднему.

*Второй метод.* Воспользуемся в качестве оценки индивидуальной дисперсии остаточной скорости объекта значением этой скорости, т.е. положим

$$\sigma_{\delta V_j}^2 = (\delta V)_j^2. \quad (3.41)$$

Этот прием применялся при определении эллипсоида скоростей по лучевым скоростям локальных объектов (см., например, [65,111]). Конечно, замена (3.41) верна

лишь в среднем и может быть оправдана только при достаточно большой статистике. Используя (3.41) и предполагая, что относительная ошибка расстояния одинакова для всех объектов, получаем из (3.38) следующее условное уравнение:

$$(\delta V)_j^2 - \sigma_{V_j}^2 = (\sigma_{\delta V})_0^2 + \nu_r^2 r_j^2 \left( \frac{\partial V_{\text{mod}}}{\partial r} \right)_j^2, \quad \nu_r \equiv \left\langle \frac{\sigma_r}{r} \right\rangle. \quad (3.42)$$

Таким образом, авторские величины ошибок расстояний, приведенные в каталогах, здесь игнорируются. Систему (3.42) можно решить методом наименьших квадратов относительно  $(\sigma_{\delta V})_0^2$  и квадрата относительной ошибки расстояний  $\nu_r^2$ . Таким образом, этот метод позволяет дополнительно оценивать среднюю случайную ошибку расстояний в каталоге, независимо от начальных представлений об их точности.

*Третий метод.* Если, используя (3.41), представить ошибки расстояний в виде

$$\sigma_{r_j} = (\sigma_0)_r \tilde{\sigma}_{r_j}, \quad (3.43)$$

где  $\tilde{\sigma}_{r_j}$  — авторское значение ошибки, а  $(\sigma_0)_r$  — поправочный множитель, одинаковый для всех объектов, то выражение (3.38) можно записать так:

$$(\delta V)_j^2 - \sigma_{V_j}^2 = (\sigma_{\delta V})_0^2 + (\sigma_0)_r^2 \tilde{\sigma}_{r_j}^2 \left( \frac{\partial V_{\text{mod}}}{\partial r} \right)_j^2. \quad (3.44)$$

Систему этих условных уравнений можно решить методом наименьших квадратов относительно  $(\sigma_{\delta V})_0^2$  и  $(\sigma_0)_r^2$ . При таком подходе дополнительно определяется средний поправочный множитель для величин ошибок расстояний, приведенных в каталоге.

### 3.11.3. Результаты

Табл. 3.8 содержит результаты разложения наблюдаемой дисперсии, полученные тремя методами для двух выборок МО. Величины, найденные по данным выборки BFS2/BBW, приведены для всех допустимых порядков  $n$  сглаженной модели. В случае выборки BFS2 результаты даны только для модели оптимального порядка, т.к. для других  $n$  они получились ненадежными.

Модельная кривая вращения, задаваемая в полиномиальном виде [см. выражение (3.2)], может иметь большой наклон вблизи края области, охваченной данными, в нашем случае — на больших  $R$ . Такой по сути фиктивный наклон, вызванный недостатком данных, приводит к очень большой по модулю формальной величине производной  $\partial V_{\text{mod}}/\partial r$  для объектов в этом месте Галактики и к существенной недооценке ошибок расстояний в целом. Поэтому при разложении наблюдаемой дисперсии следует выявлять и отбрасывать те объекты, для которых значение этой производной явно выбивается из общего ряда. Для обеих выборок такой объект (S209) оказался единственным. В табл. 3.8 вычитание единицы при указании результирующего объема выборки  $N$  обозначает исключение этого объекта.

Как показывает табл. 3.8, реальные случайные ошибки  $r$  МО меньше их каталожных оценок, поэтому величины истинной дисперсии больше по результатам второго и третьего методов, чем по результатам первого. При использовании первого метода всегда есть опасность получить заметно смещенный результат, если каталожные ошибки  $r$  систематически недооценены или переоценены.

**Таблица 3.8.** Результаты разложения наблюдаемой дисперсии лучевых скоростей для системы молекулярных облаков

$n$	$(\sigma_{\delta V})_{\text{obs}}$ , км/с	Метод 1	Метод 2		Метод 3	
		$(\sigma_{\delta V})_0$ , км/с	$(\sigma_{\delta V})_0$ , км/с	$\nu_r$	$(\sigma_{\delta V})_0$ , км/с	$(\sigma_0)_r$
Выборка BFS2 ( $N = 105 - 1$ , $-9^\circ \leq l \leq 243^\circ$ )						
5	8.08	$5.81 \pm 0.42$	$7.33 \pm 0.60$	$0.109 \pm 0.038$	$7.42 \pm 0.57$	$0.36 \pm 0.12$
Выборка BFS2/BBW ( $N = 204 - 1$ , $-9^\circ \leq l \leq 305^\circ$ )						
4	8.68	$6.82 \pm 0.34$	$8.06 \pm 0.58$	$0.119 \pm 0.038$	$8.32 \pm 0.53$	$0.29 \pm 0.17$
5	8.68	$6.93 \pm 0.35$	$8.06 \pm 0.58$	$0.117 \pm 0.039$	$8.32 \pm 0.53$	$0.28 \pm 0.19$
6	8.64	$6.87 \pm 0.35$	$7.93 \pm 0.60$	$0.124 \pm 0.039$	$8.20 \pm 0.54$	$0.34 \pm 0.16$

Любой добавочный случайный „шум”, вызванный неучтенными ошибками, при решении уравнений (3.42) или (3.44) фактически интерпретируется как часть истинной дисперсии, и, следовательно, приводит к ее завышению и к занижению вклада ошибок расстояний. В третьем методе используются каталожные величины ошибок расстояний  $\tilde{\sigma}_r$ , которые известны много хуже, чем сами расстояния, как и ошибки любой измеряемой величины. Т.к. во втором методе используются оценки расстояний, а не их ошибок, эффект „шума” для него должен быть значительно меньше. Это объясняет, почему третий метод по сравнению со вторым дает завышенную оценку истинной дисперсии и заниженный поправочный множитель для ошибок расстояний (табл. 3.8).

Полученные результаты и приведенные выше соображения позволяют заключить, что для решения поставленной задачи предпочтительнее использовать второй метод. Если основываться на его результатах, можно сделать следующие выводы о подсистеме молекулярных облаков и о точности расстояний до этих объектов.

1. Истинная дисперсия лучевых скоростей подсистемы МО составляет  $8.0 \pm 0.6$  км/с (выбран результат по более представительной выборке BFS2/BBW).
2. Средняя случайная ошибка расстояний в использованных каталогах —  $12\% \pm 4\%$ . Соответствующая величина средней ошибки модулей расстояния —  $\sigma_d = 0^m.25 \pm 0^m.085$ .
3. Полученная оценка ошибок  $r$  и вычисленные средние отношения  $\tilde{\sigma}_r/r$  приводят к поправочным множителям для каталожных ошибок расстояний  $(\sigma_0)_r = 0.55 \pm 0.18$  и  $0.69 \pm 0.23$  для выборок BFS2 и BFS2/BBW, соответственно.

В соответствии с этими результатами наблюдаемая дисперсия лучевых скоростей МО  $8.67 \pm 0.44$  км/с (средняя величина для BFS2/BBW по трем допустимым порядкам), следующим образом распадается на вклады истинной дисперсии, ошибок измерений лучевых скоростей и случайных ошибок расстояний:

$$(8.7)^2 = (8.0)^2 + (1.3)^2 + (3.1)^2.$$

Несмотря на большие формальные ошибки полученные здесь оценки неопределенности расстояний хорошо согласуются с результатами прямого сравнения

величин  $r$ , найденных независимо разными авторами для одних и тех же МО. Такие сравнения, выполненные в разделе 3.4 (табл. 3.2), дают сходные значения  $(\sigma_0)_r \sim 0.6$  и  $\sigma_d \lesssim 0^m 3$ . Последнее говорит в пользу того, что второй метод, позволяющий оценивать по остаточным лучевым скоростям глобальную истинную дисперсию подсистемы и среднюю ошибку расстояний до объектов, может дать удовлетворительные результаты.

#### 3.11.4. Тестирование методом численного моделирования

Замена (3.41), использованная при получении уравнения второго метода, не вполне корректна — распределение невязок для системы (3.42) более широкое по сравнению с нормальным законом. Проверим при помощи численного моделирования, как это влияет на надежность результатов. В отличие от сходного тестирования в разделе 3.6, здесь варьировались по нормальному закону и модули расстояния объектов, а дисперсия псевдослучайной компоненты лучевой скорости  $v$  принималась равной  $(\sigma_{\delta v})_0^2 + \sigma_{V_j}^2$ . Вычисления выполнены для 15000 псевдослучайных каталогов данных. Результаты численного моделирования представлены в табл. 3.9 для данных BFS2/BBW, порядок модели вращения — оптимальный ( $n = 5$ ). Каждому исходному значению  $\nu_r$  соответствуют три строки, в которых для точечных оценок и формальных ошибок параметров, полученных в численных экспериментах, указаны: в первой строке — средние значения, во второй строке — реальные среднеквадратичные отклонения от среднего, в третьей — ошибки среднего.

Табл. 3.9 показывает, что второй метод дает практически несмещенные оценки параметров при  $\nu_r \lesssim 0.20$ . Однако при больших ошибках расстояний смещения начинают быстро расти; при  $\nu_r \gtrsim 0.4$  смещения становятся настолько значительными, что возникают сомнения в состоятельности оценок. Кроме того, реальная дисперсия оценки  $\nu_r$ , к сожалению, оказалась значительно больше формальной, что делает эффективность оценок этим методом невысокой, особенно при малых ошибках расстояний. Принимая во внимание оба фактора, можно заключить, что метод осмысленно применять лишь при  $0.1 \lesssim \nu_r \lesssim 0.3$ , по крайней мере если  $N \sim 200$ . (Большинство популярных типов ОО, однако, удовлетворяет этому условию на  $\nu_r$ .)

Таким образом, простой анализ остаточных скоростей на основе уравнения (3.38), даже при использовании более надежного второго метода, может дать лишь приблизительные оценки. Неопределенность результатов секции 3.11.3, касающихся ошибок расстояний, в реальности выше примерно вдвое. Для получения надежных оценок, видимо, нужно использовать более трудоемкий метод наибольшего правдоподобия [26].



**Таблица 3.9.** Результаты тестирования второго метода разложения наблюдаемой дисперсии лучевых скоростей (выборка BFS2/BBW,  $n = 5$ )

Исходные значения		Результаты численные экспериментов			
$(\sigma_{\delta v})_0$ , км/с	$\nu_r$	$(\sigma_{\delta v})_0$ , км/с		$\nu_r$	
		Точечная оценка	Формальная ошибка	Точечная оценка	Формальная ошибка
8.0	0.05	7.998	0.4485	0.0504	0.07039
		0.470	0.0545	0.0943	0.00977
		0.004	0.0005	0.0008	0.00008
	0.10	7.995	0.4760	0.1004	0.03809
		0.565	0.0610	0.0807	0.00697
		0.005	0.0005	0.0007	0.00006
	0.15	8.005	0.5266	0.1483	0.02888
		0.702	0.0824	0.0819	0.00739
		0.006	0.0007	0.0007	0.00006
	0.20	8.089	0.5983	0.1886	0.02552
		0.820	0.1172	0.0802	0.00847
		0.007	0.0010	0.0007	0.00007
	0.25	8.297	0.6829	0.2202	0.02364
		0.954	0.1561	0.0811	0.00947
		0.008	0.0013	0.0007	0.00008
	0.30	8.673	0.7790	0.2427	0.02204
		1.155	0.2236	0.0896	0.01112
		0.009	0.0018	0.0007	0.00009
	0.40	10.040	1.065	0.2593	0.01886
		2.113	1.186	0.1376	0.01653
		0.017	0.010	0.0011	0.00013

## Глава 4. Моделирование вращения нейтрального водорода и молекулярных облаков как двух кинематически различных подсистем. Система галактических постоянных

### 4.1. Свидетельства в пользу различия законов вращения подсистемы Н I и подсистемы молекулярных облаков

Оценки  $R_0$  методом сопоставления с вращением Н I [ $W(\text{CO}+\text{HI})$ -оптимизация] и методом моделирования вращения только подсистемы опорных объектов ( $V_r$ -оптимизация) существенно отличаются: по одной и той же выборке BFS1a первый метод дает значение  $R_0 = 7.0$  кпк (раздел 2.4), а второй —  $R_0 = 8.0$  кпк (табл. 3.7). Метод  $W(\text{CO}+\text{HI})$  исходит из того, что Н I и молекулярные облака (МО) образуют *единую* галактическую подсистему с *единым* законом вращения. Неадекватность этих *дополнительных* предположений может быть причиной расхождения результатов. Различие скоростей вращения Н I и МО в области рукава Персея является одним из признаков несовпадения законов вращения этих двух подсистем (раздел 2.5). Кроме того, в секции 3.7.1 было показано, что значительная часть расхождения между оценками  $R_0$  двумя методами появляется после освобождения при  $V_r$ -оптимизации параметра  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  — азимутальной компоненты движения МСП, — которая получается для МО  $\sim (2 \pm 1) \div (4 \pm 2)$  км/с (табл. 3.7). Решение системы (2.5) только для данных Н I дает  $-w_0 = \Delta\theta_{\text{LSR}} = -2.1 \pm 3.7$  км/с. Разность между  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  относительно МО и Н I  $\sim (4 \div 6) \pm 4$  км/с, хотя и не является значимой, вполне может объяснить занижение  $R_0$  в методе  $W(\text{CO}+\text{HI})$  на  $\sim 1$  кпк (см. секцию 3.7.1). Эта разность позволяет предположить существование небольшого сдвига между средними скоростями вращения  $\theta$  подсистем Н I и МО, по крайней мере на  $R \sim R_0$ . О возможности сдвига этого знака говорит превышение дисперсии лучевых скоростей МО ( $\approx 8$  км/с) над дисперсией скоростей тангенциальных точек Н I (4.5 км/с [91]).

В этой главе разрабатываются и применяются методы сопоставления с вращением Н I, в которых подсистемы МО и Н I рассматриваются как *различные* подсистемы, могущие иметь *отличающиеся* кривые вращения. Предположена самая простая форма этого отличия — постоянный сдвиг между законами вращения МО и Н I, который можно рассматривать как дифференциальный асимметричный сдвиг. При таком подходе достигается большее соответствие правилам совершенствования методов пространственно-кинематического моделирования, предложенным в разделе 3.1: введение сдвига позволяет находить  $R_0$  на последнем этапе только по однородным данным об опорных объектах (здесь — по МО), что лучше согласуется с правилом 2, а также заменяет упрощающее предположение (о полном совпадении законов вращения) более общим, что лучше согласуется с правилом 3. Отметим, что величина сдвига, в соответствии с правилом 1, должна не задаваться, а находиться.

## 4.2. Согласование данных о HI и молекулярных облаках в предположении постоянного сдвига между законами вращения этих подсистем

В рамках настоящего подхода разработано два метода, каждый из которых включает два шага. Первый шаг совпадает в обоих методах.

### 4.2.1. Первый шаг: средняя модель вращения по HI и молекулярным облакам

На первом шаге выполняется  $W(\text{CO}+\text{HI})$ -оптимизация, близкая к использованной во второй главе. Рассматривается система условных уравнений (2.5), которая в силу очевидных соотношений

$$w_0 = -\Delta\theta_{\text{LSR}}, \quad w_1 = -2AR_0 - \Delta\theta_{\text{LSR}}, \quad (4.1)$$

может быть переписана в виде

$$W = -\Delta\theta_{\text{LSR}}x - 2AR_0(x-1) + \sum_{i=2}^n w_i(x-1)^i. \quad (4.2)$$

При заданных  $n$  и  $R_0$  система (4.2) решается МНК относительно  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$ ,  $AR_0$ , and  $w_i$ ,  $i = 2, \dots, n$ , с весами  $p_j$ , т.е. минимизируется статистика

$$\sum_{j=1}^{N_T} p_j (\delta W)_j^2, \quad (4.3)$$

где  $\delta W \equiv [W - W_n(x)]$ ,  $W = x\Omega$  — наблюдаемая величина,  $W_n(x)$  — модельная величина, определяемая правой частью уравнения (4.2),  $N_T$  — общее количество измерений  $(x, \Omega)$  по HI и MO.

Для молекулярных облаков использованы соотношения

$$\Omega = \frac{V_r'}{\sin l \cos b} + \tilde{\Pi}_{\text{LSR}} \text{ctg} l, \quad (4.4)$$

$$x = R/R_0, \quad R = (R_0^2 + r^2 \cos^2 b - 2R_0r \cos l \cos b)^{1/2}, \quad (4.5)$$

В (4.4)  $\tilde{\Pi}_{\text{LSR}}$  — начальное приближение радиальной пекулярной скорости МСП относительно подсистемы MO (положительная в направлении  $l = 0^\circ$ ). Индивидуальным MO назначались веса

$$p = C_{\text{CO}}/\sigma_W^2, \quad \sigma_W^2 = \Omega^2 \sigma_x^2 + x^2 \sigma_\Omega^2, \quad (4.6)$$

$$\sigma_x = \frac{|r \cos b - \tilde{R}_0 \cos l|}{\tilde{R}_0 R} \cos b \tilde{\sigma}_r(\sigma_0)_r, \quad R = R(\tilde{R}_0), \quad (4.7)$$

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{\sigma_{\delta V}^2}{\sin^2 l \cos^2 b} + \sigma_{\tilde{\Pi}_{\text{LSR}}}^2 \text{ctg}^2 l, \quad \sigma_{\delta V}^2 = \sigma_V^2 + (\sigma_{\delta V})_0^2, \quad (4.8)$$

где  $C_{\text{CO}}$  — весовой множитель, общий для всех MO,  $\sigma_V$  и  $\tilde{\sigma}_r$  — каталожные величины случайных ошибок измерений  $V_r'$  и  $r$ , соответственно (см. раздел 3.4). На основании результатов, полученных в секции 3.11.3, корректирующий множитель  $(\sigma_0)_r$  для величин  $\tilde{\sigma}_r$  был взят равным 0.55 для расстояний из каталога BFS2 и 0.7 для расстояний из каталога BBW и принята истинная дисперсия скоростей MO

$(\sigma_{\delta V})_0 = 8.0$  км/с. HI и MO рассматриваются здесь как потенциально различные подсистемы. Поскольку на этом шаге находится *средняя* модель вращения для них, общие веса данных о HI и MO в системе уравнений (4.2) приняты равными. В этом случае не возникает проблема зависимости общего веса данных о MO от  $R_0$ , в отличие от процедуры второй главы. Поэтому коэффициент  $C_{CO}$  находился как отношение

$$C_{CO} = \sum_{k=1}^6 p_{s,k} \bigg/ \sum_{j=1}^{N_{CO}} \sigma_{W_j}^{-2}, \quad (4.9)$$

где  $p_{s,k}$  — общий вес  $k$ -ой серии HI-данных,  $N_{CO}$  — количество MO в выборке. Величины  $\tilde{P}_{LSR}$ ,  $\tilde{\sigma}_{\tilde{P}_{LSR}}$  и  $\tilde{R}_0$  в выражениях (4.4), (4.7), (4.8) постоянны в течение итерации (однократной оптимизации  $R_0$ ), поэтому вес  $p$  каждого MO также постоянен в течение итерации. В первой итерации величины  $\tilde{P}_{LSR}$ ,  $\tilde{\sigma}_{\tilde{P}_{LSR}}$  равны нулю.

Для *HI-данных* использовались те же формулы, что и во второй главе (см. раздел 2.3).

Решение системы (4.2) совместно для HI-данных и MO дает сглаженный закон вращения, средний для этих двух подсистем, при постоянном  $R_0$ . Отличия на этом шаге от  $W(CO+HI)$ -оптимизации во второй главе: учтено радиальное пекулярное движение МСП относительно подсистемы MO, введены равные веса для подсистем HI и MO, использована новая оценка дисперсии скоростей MO и скорректированы величины ошибок  $\sigma_r$ .

#### 4.2.2. Второй шаг: учет сдвига и оценивание $R_0$

Первый шаг [ $W(CO+HI)$ -оптимизация] представляет собой способ использования HI-данных для установления параметров модели вращения, общих для обеих подсистем — HI и опорных объектов (ОО), — при фиксированных  $R_0$  и  $n$ . Собственно оценивание  $R_0$  происходит на втором шаге, который нужен для учета возможного различия законов вращения подсистем HI и ОО (МО). Здесь предполагается наиболее простая форма этого различия — постоянный сдвиг между законами вращения. При таком сдвиге найденные на первом шаге параметры  $AR_0$  и  $w_i$ ,  $i = 2, \dots, n$ , на втором шаге можно рассматривать как известные функции  $R_0$ . В рамках данного подхода предлагаются два метода, реализующие разные варианты второго шага:

1.  *$W(CO)$ -оптимизация.* Система (4.2) с известными  $AR_0(R_0)$  и  $w_i(R_0)$  решается отдельно для MO относительно  $R_0$  и  $\Delta\theta_{LSR}$ . При этом минимизируется статистика (4.3), вычисляемая лишь для MO:

$$\sum_{j=1}^{N_{CO}} p_j (\delta W)_j^2. \quad (4.10)$$

Различие между величинами  $\Delta\theta_{LSR}$ , найденными в результате минимизации (4.10) и (4.3), представляет средний сдвиг между кривой вращения MO и средней кривой вращения для двух подсистем, полученной при помощи  $W(CO+HI)$ -оптимизации.

2.  *$W/V_r$ -оптимизация.* Аналогично, известные  $AR_0(R_0)$  и  $w_i(R_0)$  можно использовать для моделирования на втором шаге поля лучевых скоростей  $V_r'$  MO. Переход в общем виде модели для этого поля (3.1) от  $\omega(R)$  к  $W(x)$  [формула (2.2)],

замена  $W(x)$  на разложение (2.4) и подстановка (4.1) приводят при  $\Upsilon_{\text{LSR}} = 0$  к условным уравнениям

$$V'_r = \left[ -2AR_0(x-1) + \sum_{i=2}^n w_i(x-1)^i \right] x^{-1} \sin l \cos b - \Delta\theta_{\text{LSR}} \sin l \cos b - \Pi_{\text{LSR}} \cos l \cos b. \quad (4.11)$$

Система (4.11) решается МНК относительно  $R_0$ ,  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  и  $\Pi_{\text{LSR}}$ . При этом минимизируется статистика

$$S^2 = \sum_{j=1}^{N_{\text{CO}}} (\delta V_j)^2. \quad (4.12)$$

Таким образом, вариант 2 позволяет дополнительно находить и учитывать радиальное движение МСП,  $\Pi_{\text{LSR}}$ , относительно подсистемы МО. Смысл различия величин  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$ , получаемых на первом и втором шагах, остается тем же, что и в варианте 1.

Наличие двух возможных вариантов второго шага естественно вытекает из факта использования принципиально разных типов входных данных о вращении двух подсистем: 1) измерений лучевых скоростей  $V'_r$  в „пробных” точках  $(r, l, b)$  для ОО и 2) заданной таблично наблюдаемой зависимости  $\Omega(x)$ , пересчитанной в зависимость  $W(x)$ , для Н I. Чтобы сопоставить и согласовать эти данные, необходимо привести их к какому-нибудь единому виду, т.е. выбрать плоскость или пространство оптимизации. Можно 1)  $V'_r(r, l, b)$  для ОО пересчитать в  $\Omega(x)$ , или в  $W(x)$  [ $W(\text{CO}+\text{HI})$ - и  $W(\text{CO})$ -оптимизации], или в другую сходную характеристику либо 2) рассчитать, каким  $V_{\text{mod}}$  в точках  $(r, l, b)$  соответствует модель вращения, найденная по зависимости  $\Omega(x)$  или  $W(x)$  ( $W/V_r$ -оптимизация). Соответственно, в первом случае данные об ОО и Н I согласовываются по отклонениям от модели величин  $W$ , во втором — величин  $V'_r$ .

### 4.2.3. Процедуры методов в целом

Допустимые порядки  $\tilde{n}_o$ , при которых полиномы  $W_n(x)$  воспроизводят основные значимые детали реального закона вращения, находились таким же образом, как и в третьей главе. Оценка  $R_0$  для каждой выборки выводилась как взвешенное среднее  $R_0$  для допустимых порядков (см. секцию 3.3.3). Стандартные ошибки  $R_0$  находились способом, описанным в секции 3.3.2.

Оценки  $R_0$  и  $\Pi_{\text{LSR}}$ , полученные в результате однократного применения процедуры к фиксированной выборке МО, использовались как начальные приближения ( $\tilde{R}_0$ ,  $\tilde{\Pi}_{\text{LSR}}$  и  $\sigma_{\tilde{\Pi}_{\text{LSR}}}$ ) в следующей итерации. Во всех случаях итерации сходились быстро по обоим параметрам. После завершения итеративной процедуры, если необходимо, отбрасывались объекты с большими невязками (секция 3.3.4), и все вычисления повторялись.

Суммируем сказанное о процедурах предложенных методов. На первом шаге, одинаковом для обоих методов, Н I-данные используются для нахождения при фиксированном  $R_0$  среднего закона вращения для подсистем Н I и МО. Его форма, описываемая параметрами  $AR_0$  и  $w_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , но не параметром  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$ , предполагается одинаковой для обеих подсистем и используется на втором шаге при решении только для МО системы (4.2) или (4.11). Учет потенциального

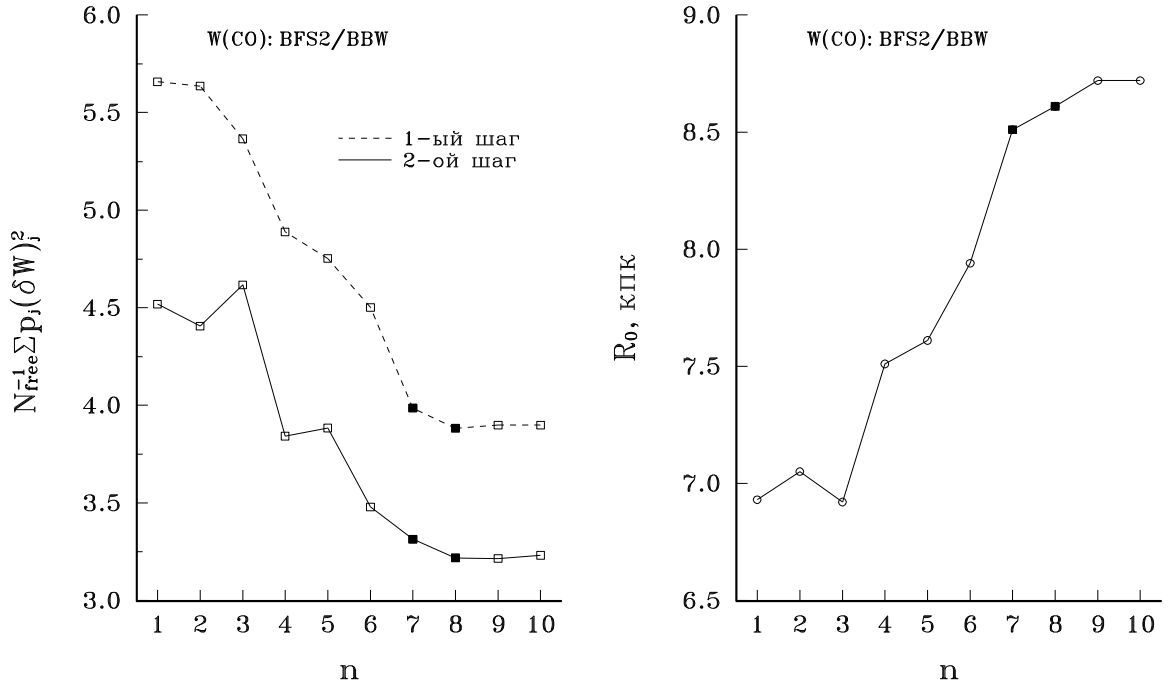
сдвига между законами вращения Н I и М O происходит благодаря тому, что на втором шаге [при  $W(\text{CO})$ - или  $W/V_r$ -оптимизации]  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  является свободным параметром, который характеризует только подсистему М O. Если закон вращения последней имеет (в среднем) сдвиг относительно закона вращения Н I, величины  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$ , найденные на первом и втором шагах, окажутся различными, что и происходит для использованных здесь данных. В результате второго шага находится  $R_0$ , согласующееся с движением МСП относительно М O, что важно из-за сильного влияния азимутальной компоненты этого движения на оценку  $R_0$  (секция 3.7.1). Согласование с вращением Н I происходит благодаря первому шагу. На этом шаге можно было бы, в принципе, вместо средней модели для Н I и М O, строить модель только по Н I и с ней сравнивать М O-данные на втором шаге. Но это означало бы принять предположение, от которого было решено отказаться еще во второй главе, — о том что закон вращения по Н I известен точно. На практике, кроме того, построение средней модели сглаживает влияние различий между законами вращения Н I и М O, не сводимых к постоянному сдвигу.

Таким образом, предложенные методы дают оценки  $R_0$  с учетом как основных деталей закона галактического вращения, определяемого по Н I и М O, так и среднего сдвига между скоростями вращения этих подсистем.

Следует заметить, что подробно моделировать различие кривых вращения Н I и М O (например, разлагать его в ряд, не ограничиваясь первым членом, как фактически сделано здесь) в рамках задачи нахождения  $R_0$  бессмысленно, т.к. по сути это то же, что допустить полное несовпадение двух законов вращения. Тогда величина  $R_0$  будет определяться только по наибольшему внутреннему согласию М O-данных, что практически эквивалентно  $V_r$ -методу. Нужно принять, что у двух подсистем совпадают хотя бы какие-нибудь характеристики вращения, иначе метод сопоставления невозможен. В принципе, можно освободить на втором шаге и параметр  $AR_0$ , что эквивалентно более общему линейному сдвигу, но тогда влияние Н I-данных на решение должно резко уменьшиться, т.к.  $AR_0$  определяется намного точнее остальных параметров (табл. 2.2). При таком подходе сопоставление с Н I почти потеряло бы смысл, т.к. эффективность метода (статистическая точность оценки  $R_0$ ) снизилась бы почти до уровня  $V_r$ -оптимизации.

### 4.3. Кинематические оценки $R_0$ разными методами. Итоговая оценка $R_0$ по молекулярным облакам

Описанные выше методы сопоставления с Н I были применены к выборкам М O BFS2 и BFS2/BBW (веса объектов BBW домножались на 43/109, см. раздел 3.7.3); для Н I использованы те же данные, что и во второй главе (см. раздел 2.2). Для примера, на рис. 4.1 показаны результаты последней итерации метода  $W(\text{CO})$ . Здесь, как и во всех остальных вариантах, получилось:  $\{\tilde{n}_o\} = \{7, 8\}$ ,  $n_o = 7$ ; при бóльших  $n$  — коэффициенты  $w_i$  неточные. Оценки  $R_0$  этими методами представлены в табл. 4.1 во втором и третьем столбцах. В четвертом столбце приведены результаты, полученные в третьей главе  $V_r$ -методом. В пятом столбце для каждой выборки дано взвешенное среднее  $R_0$  из оценок тремя методами [ $W(\text{CO})$ ,  $W/V_r$  и  $V_r$ ]. Последняя строка содержит взвешенные средние для разных методов. Поскольку оценки  $R_0$  в табл. 4.1 не являются независимыми, в качестве среднеквадратичных ошибок средних  $R_0$  указаны средние ошибки одного измерения  $R_0$ , которые вычислялись по ошибкам отдельных измерений,  $(\sigma_{R_0})_i$ , по формуле



**Рисунок 4.1.** Зависимости от  $n$  средних ошибок единицы веса и оценки  $R_0$  на последней итерации метода  $W(CO)$  для выборки BFS2/BBW. Темные квадратики относятся к допустимым порядкам модели ( $\tilde{n}_0$ ).

гармонического среднего:

$$\sigma_{(R_0)}^2 = N_{R_0} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_{R_0}} (\sigma_{R_0})_i^{-2}}, \quad (4.13)$$

где  $N_{R_0}$  — число оценок  $R_0$  ( $= 2, 3, 6$  в табл. 4.1). [При дисперсии измерений (4.13) формальная ошибка среднего для того же числа измерений получается равной ошибке до уравнивания.]

Как показывает табл. 4.1, оценки  $R_0$  методами  $W(CO)$  и  $V_r$  в целом согласуются друг с другом, но они превышают оценки методом  $W/V_r$ . Разногласия между методами  $W(CO)$  и  $W/V_r$  можно было ожидать, т.к. в них минимизируются разные статистики — (4.10) и (4.12), соответственно; в первой из них вынужденно вводятся веса, во второй они, как и в  $V_r$ -методе, единичные. В табл. 4.2 приведены результаты тестирования методов  $W(CO)$  и  $W/V_r$  для разных предположений о законах  $W(x)$  подсистем МО и НІ: 1) законы совпадают ( $W_{CO} = W_{HI}$ ), 2)  $W_{CO} = W_{HI} - 5$  км/с, 3) различие между законами не сводится к постоянному сдвигу ( $W_{CO} \neq W_{HI} + \text{const}$ ). В случаях 1 и 2 в качестве исходной использовалась модель, средняя для МО и НІ; в случае 3 для МО и НІ брались модели, найденные для этих данных по отдельности. Во всех случаях исходное  $R_0 = 8.2$  кПК. Модельные  $W$  варьировались по нормальному закону с дисперсиями, взятыми в соответствии с весам  $p_j$  и средней ошибкой единицы веса. В табл. 4.2 для каждого среднего значения  $R_0$  указаны стандартное уклонение (справа) и ошибка среднего (снизу). Эта таблица показывает, что метод  $W/V_r$  дает систематически меньшую оценку  $R_0$  (на  $\sim 0.3 \div 0.4$  кПК), чем метод  $W(CO)$ , но нельзя сказать заранее, какая из этих оценок меньше смещена относительно истинной величины. В

**Таблица 4.1.** Оценки  $R_0$  (в кпк) по молекулярным облакам с использованием и без использования HI-данных

Каталог	$W(\text{CO})$ -	$W/V_r$ -	$V_r$ -	Средняя оценка	$W(\text{CO}+\text{HI})$ -
	оптимизация	оптимизация	оптимизация		оптимизация
BFS2	$8.52^{+0.57}_{-0.54}$	$7.59^{+0.50}_{-0.46}$	$8.26^{+0.82}_{-0.77}$	$8.03 \pm 0.57$	$7.12^{+0.31}_{-0.25}$
BFS2/BBW	$8.56^{+0.36}_{-0.34}$	$7.92^{+0.35}_{-0.34}$	$8.87^{+0.57}_{-0.54}$	$8.34 \pm 0.39$	$7.93^{+0.34}_{-0.30}$
Средние оценки	$8.55 \pm 0.42$ $7.81 \pm 0.40$ $\underbrace{\hspace{10em}}_{8.16 \pm 0.41}$		$8.67 \pm 0.64$	<b><math>8.24 \pm 0.46</math></b>	$7.48 \pm 0.30$

**Таблица 4.2.** Результаты численных экспериментов для методов  $W(\text{CO})$  и  $W/V_r$ .  $N_{\text{мс}}$  — количество экспериментов. Исходное значение  $R_0 = 8.2$  кпк.

Исходные модели	Каталог МО	$W(\text{CO})$		$W/V_r$	
		$N_{\text{мс}}$	$R_0$ , кпк	$N_{\text{мс}}$	$R_0$ , кпк
$W_{\text{CO}} = W_{\text{HI}}$	BFS2/BBW	50	$8.56 \pm 0.41$ $\pm 0.06$	50	$8.14 \pm 0.43$ $\pm 0.06$
$W_{\text{CO}} = W_{\text{HI}} - 5$ км/с	BFS2/BBW	50	$8.64 \pm 0.43$ $\pm 0.06$	50	$8.20 \pm 0.44$ $\pm 0.06$
$W_{\text{CO}} \neq W_{\text{HI}} + \text{const}$	BFS2/BBW	100	$8.18 \pm 0.31$ $\pm 0.03$	100	$7.91 \pm 0.31$ $\pm 0.03$
$W_{\text{CO}} \neq W_{\text{HI}} + \text{const}$	BFS2	200	$8.09 \pm 0.40$ $\pm 0.03$	100	$7.75 \pm 0.50$ $\pm 0.05$

предположениях 1 и 2 несмещена оценка  $W/V_r$ , в предположении 3 ближе к исходному значению оценка  $W(\text{CO})$ ; видимо, возможны промежуточные случаи. Если не считать закон вращения МО известным, а только тогда осмысленно применение согласования с HI, то лучше использовать результаты обоих методов, чтобы не получить сильного смещения. Кроме того, на тесты в предположении 3 нельзя полностью полагаться, т.к. исходные модели для МО, очевидно, заметно искажены некруговыми движениями (см. раздел 4.5), а в экспериментах эти модели считались осесимметричными. Поскольку методы сопоставления с HI точнее в случайном, а  $V_r$ -метод — в систематическом смысле, оценка  $R_0$  для заданного каталога ОО, по-видимому, будет более надежной, если ее выводить по результатам всех трех методов. Т.к. каждый из двух каталогов МО имеет свои преимущества и недостатки (секция 3.7.3), лучше использовать оценки  $R_0$  по обоим каталогам. Исходя из всех этих соображений, итоговая оценка  $R_0$  по МО была найдена как взвешенное среднее из шести результатов (тремя методами для двух каталогов):

$$R_0 = 8.2 \pm 0.7 \text{ кпк.}$$

Здесь к средней формальной ошибке методов (0.46 кпк) добавлен в квадратах среднеквадратичный разброс шести значений  $R_0$  относительно средней величины (0.47 кпк), который может рассматриваться как оценка систематической ошибки собственно методов. Отклонения отдельных оценок  $R_0$  от средней не превышают 1.4 разброса (при шести измерениях предельное отклонение — 2.0 разброса [1]). Веса при усреднении брались обратно пропорциональными квадратам длин формальных доверительных интервалов.



В последней колонке табл. 4.1 для сравнения приведены результаты, полученные методом  $W(\text{CO}+\text{HI})$  — минимизируется (4.3), второго шага нет,— т.е. в предположении полного совпадения законов вращения HI и MO. Эти оценки явно заниженные, особенно для BFS2. Учет среднего сдвига MO относительно закона вращения HI в методах  $W(\text{CO})$  и  $W/V_r$  уменьшил расхождение с результатами  $V_r$ -метода в  $\sim 2$  раза. При этом сильно сократилось также различие  $R_0$  для каталогов BFS2 и BBW/BFS2, особенно в  $W(\text{CO})$ -методе, по сравнению как с  $V_r$ -, так и с  $W(\text{CO}+\text{HI})$ -методом. Это говорит в пользу того, что в методах  $W(\text{CO})$  и  $W/V_r$  сглаживание эффектов некруговых движений более эффективно.

Заметный разброс оценок  $R_0$  по одним и тем же данным в табл. 4.1 показывает, что метод оптимизации может сильно влиять на результат (даже при оптимальной сглаженности модели). Поэтому в рамках проблемы  $R_0$  важно продолжать исследование и совершенствование алгоритмов кинематического моделирования.

#### 4.4. Кинематические параметры подсистем HI и молекулярных облаков. Система галактических постоянных и средняя кривая вращения для газовых подсистем Галактики

В табл. 4.3 приведены оценки кинематических параметров по объединенной базе данных о HI и MO и для этих подсистем в отдельности. В последней строке таблицы для каждого параметра указана разность значений, полученных для MO и HI. Величины  $AR_0$  и  $A$ , а также оценка компоненты  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  движения МСП относительно двух подсистем в целом и относительно HI, получены при  $R_0 = 8.2$  кпк методом  $W(\text{CO}+\text{HI})$  по каталогу BFS2/BBW как представляющему больший промежуток долгот. Приведенные в табл. 4.3 компоненты движения МСП относительно подсистемы MO являются средними из результатов полных оптимизаций тремя (для  $\Pi_{\text{LSR}}$ ) или двумя методами (для  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$ ). Оценки  $\Pi_{\text{LSR}}$  и  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  для отдельных методов и каталогов представлены в табл. 4.4 (оценки  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  по BFS2, завышенные из-за большого веса аномалии в Персее, не были использованы).

**Таблица 4.3.** Оценки параметров галактического вращения по HI и молекулярным облакам (MO)

Подсистема	$AR_0$ , км/с	$A$ , км/с/кпк	$\Delta\theta_{\text{LSR}}$ , км/с	$\Pi_{\text{LSR}}$ , км/с	$\theta_0$ , км/с
MO и HI	$141.0 \pm 4.0$	$17.20 \pm 0.48$	$1.2 \pm 1.3$	—	$215 \pm 24$
MO	$155.1 \pm 6.2$	$18.91 \pm 0.76$	$2.6 \pm 1.3$	$-2.8 \pm 1.2$	$214 \pm 24$
HI	$130.0 \pm 5.9$	$15.86 \pm 0.72$	$-2.1 \pm 3.7$	—	$219 \pm 24$
Разность MO — HI	$25.1 \pm 8.6$	$3.05 \pm 1.05$	$4.7 \pm 3.9$	—	$-4.7 \pm 3.9$

Величины  $\theta_0$ , линейные скорости вращения подсистем на  $R = R_0$ , в табл. 4.3 найдены по угловой скорости  $\omega_{\text{LSR}} = 26.4 \pm 1.9$  км/с/кпк [163] и итоговым оценкам  $R_0$  ( $8.2 \pm 0.7$  кпк) и  $\Delta\theta_{\text{LSR}}$  (четвертый столбец):

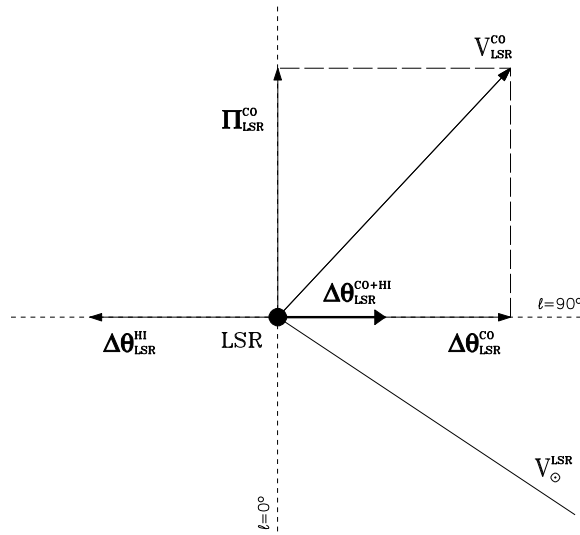
$$\theta_0 = \omega_{\text{LSR}} R_0 - \Delta\theta_{\text{LSR}}. \quad (4.14)$$

На систематическое отличие средних законов вращения подсистем MO и HI определенно указывает разница в полученных для них значениях  $A$  и  $AR_0$  — она

**Таблица 4.4.** Оценки компонент движения МСП относительно подсистемы молекулярных облаков

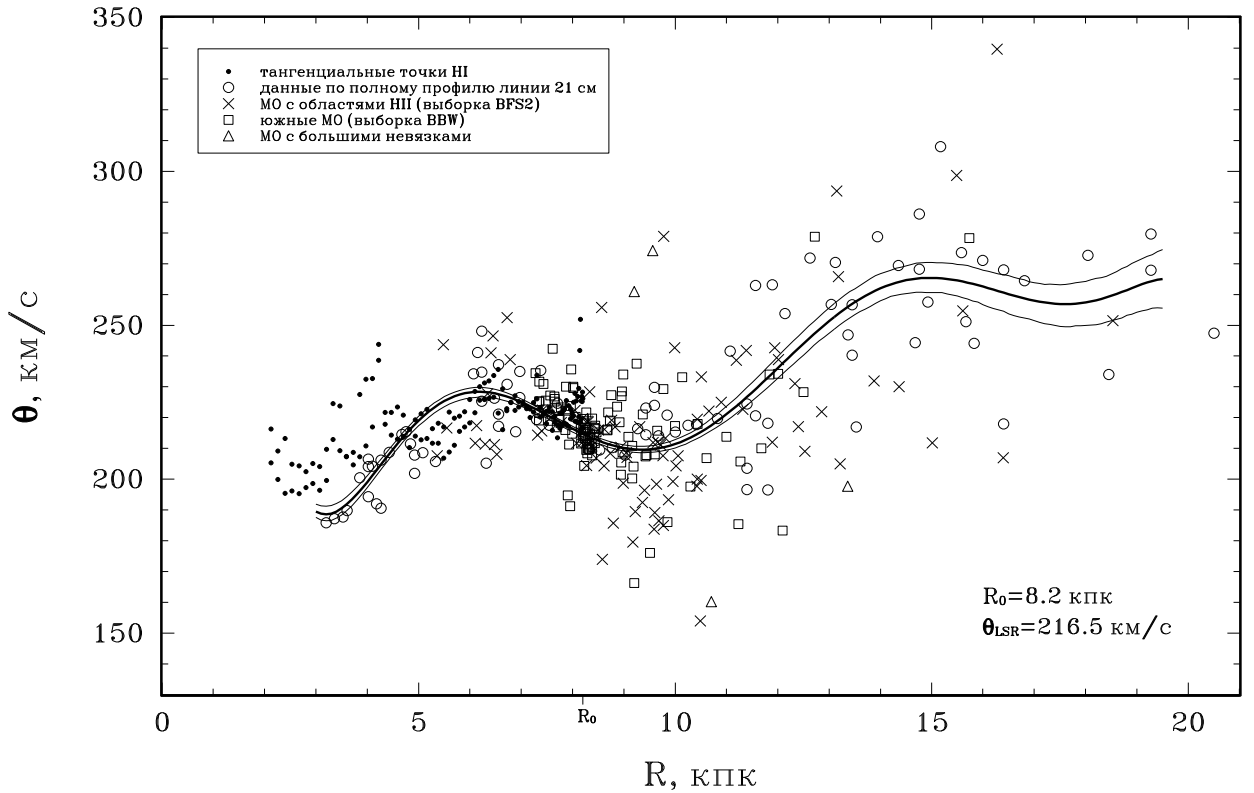
Каталог	Метод		
	$V_r$	$W(\text{CO})$	$W/V_r$
	$\Pi_{\text{LSR}}$ (в км/с)		
BFS2	$-3.43 \pm 1.29$	–	$-2.45 \pm 1.13$
BFS2/BW	$-3.13 \pm 1.00$	–	$-2.52 \pm 1.01$
	$\Delta\theta_{\text{LSR}}$ (в км/с)		
BFS2/BW	$1.71 \pm 1.16$	$3.12 \pm 1.02$	$2.78 \pm 1.03$

значима на уровне около  $3\sigma$ . Также могут различаться (на несколько км/с) азимутальные скорости МСП относительно МО и Н I, хотя по имеющимся данным разница не получилась значимой (только на уровне  $1.2\sigma$ ). К сожалению, радиальное движение МСП относительно Н I по использованным данным определить нельзя. На рис. 4.2 приведена векторная схема, изображающая компоненты движения МСП относительно разных систем отсчета, связанных с газовыми подсистемами.



**Рисунок 4.2.** Компоненты движения МСП в проекции на галактическую плоскость. Верхний индекс в обозначениях векторов указывает систему отсчета, относительно которой измерено это движение („CO” — МО). Направление  $V_{\odot}^{\text{LSR}}$  соответствует стандартному движению Солнца относительно МСП ( $u_{\odot} = 10.3$  км/с,  $v_{\odot} = 15.3$  км/с), принятому при пересчете скоростей Н I и МО к МСП.

Пока причина различий между законами вращения МО и Н I не установлена надежно, можно рекомендовать использовать кинематические параметры, определенные по объединенным данным об этих газовых подсистемах. Таким образом, по молекулярным облакам и нейтральному водороду получена следующая согла-



**Рисунок 4.3.** Кривая вращения Галактики по нейтральному водороду и молекулярным облакам (выборка BFS2/BBW). Толстая линия — сглаженная кривая  $\Theta_7(R)$ , полученная по всем данным. Тонкие линии ограничивают доверительную область для уровня значимости  $1\sigma$ .

сованная система галактических постоянных:

$$R_0 = 8.2 \pm 0.7 \text{ кпк}; \quad \theta_{\text{LSR}} = 216.5 \pm 24 \text{ км/с}, \quad \theta_0 = 215 \pm 24 \text{ км/с}$$

$$(\omega_{\text{LSR}} = 26.4 \pm 1.9 \text{ км/с/кпк});$$

$$AR_0 = 141 \pm 4 \text{ км/с}, \quad A = 17.2 \pm 0.5 \text{ км/с/кпк}.$$

Движение МСП относительно подсистемы МО:

$$\Delta\theta_{\text{LSR}} = 2.6 \pm 1.3 \text{ км/с}, \quad \Pi_{\text{LSR}} = -2.8 \pm 1.2 \text{ км/с}.$$

Применение второго метода раздела 3.11 к отклонениям  $V'_r$  МО от средней модели вращения по МО и НІ с учетом сдвига МО относительно нее привело к оценкам случайной неопределенности расстояний  $\nu_r = 0.11 \pm 0.06$  и  $0.17 \pm 0.04$  по данным BFS2/BBW и BFS2, соответственно. Эти результаты близки к полученным в секции 3.11.3.

Сглаженная кривая вращения (КВ) по НІ и МО, средняя для двух газовых подсистем Галактики, и данные о вращении представлены на рис. 4.3 для  $R_0 = 8.2$  кпк. Здесь и далее сглаженные КВ  $\Theta_n$  вычислялись по модельным полиномам  $W_n$ , полученным методом  $W(\text{CO}+\text{HI})$ :

$$\Theta_n(R) = W_n(R/R_0) + \omega_{\text{LSR}} R. \quad (4.15)$$

Средняя для Н I и М O модель  $\Theta_7$  применима на  $4 \lesssim R \lesssim 19$  кпк ( $0.5 \lesssim x \lesssim 2.3$ ). Границы доверительной области для этой и других кривых  $\Theta_n$  найдены методом Монте-Карло. При этом величины  $W_n(x_j)$  варьировались по нормальному закону со стандартами

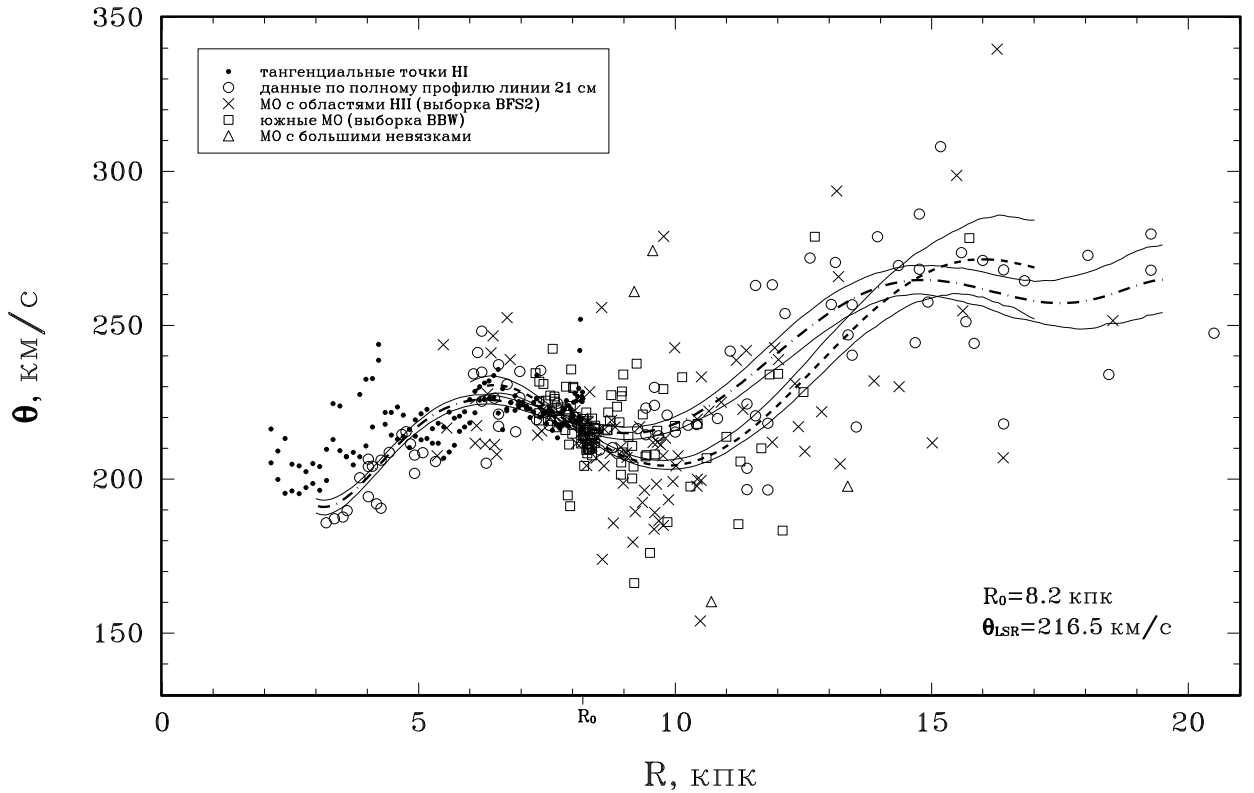
$$\sigma_{W_j} = C\sigma_0 / \sqrt{p_j}, \quad \sigma_0 = N_{\text{free}}^{-1} \min_{R_0=8.2} \sum_j p_j (\delta W)_j^2, \quad (4.16)$$

где  $C$  — поправочной множитель; веса  $p_j$  рассчитывались для Н I по формулам в разделе 2.3, для М O — по формулам в секции 4.2.1. Сравнение с моделями допустимых порядков  $W_7$  и  $W_8$  показало, что реальные отклонения для Н I-данных систематически отличаются от предсказаний (4.16) при  $C = 1$ . Для разных групп данных эти отличия существенно разные. Чтобы получить более надежные доверительные области для  $\Theta_n$ , были внесены поправки  $C$ , найденные по результатам анализа реальных невязок: для данных по полному профилю линии 21 см  $C = 0.75$  на  $x \leq 1.35$  и  $C = 2.25$  на  $x > 1.35$ , для тангенциальных точек  $C = 0.35$ . Для М O поправка не вводилась: величина  $C = (0.90 \div 0.91) \pm 0.05$  отличается от единицы мало и лишь на уровне  $\sim 2\sigma$ ; в любом случае ошибки  $\sigma_W$  для М O не занижены, поскольку  $C < 1$ . Для исходных моделей  $W_n$  генерировалось по 300 псевдослучайных каталогов данных, для каждого из которых определялась кривая  $\Theta_n(R)$ . На фиксированном  $R$  за доверительный принимался интервал, содержащий долю значений  $\Theta_n(R)$ , полученных в экспериментах, равную  $\psi(1) \approx 0.683$ . Верхняя и нижняя границы интервала находились по отдельности. Совокупность этих границ на промежутке  $R$  определяет две кривые, ограничивающие доверительную область для уровня  $1\sigma$ . Эти кривые и приводятся на рисунках. При определении доверительной области кривой  $\Theta_7$  на рис. 4.3 для каждой из двух подсистем бралась своя исходная модель  $W_n$ , построенная для М O или Н I в отдельности (см. раздел 4.5).

Отметим детали КВ, выявленные наиболее надежно:

1. *Прогиб* — локальное падение скорости вращения на  $R \gtrsim R_0$ : средняя скорость  $\Theta_7$  падает на  $18.8 \pm 1.9$  км/с на промежутке  $6.2 \leq R \leq 9.4$  кпк ( $0.76 \leq x \leq 1.15$ ) и возрастает на бóльших  $R$ .
2. Рост скорости во внешней Галактике:  $\Theta_7$  увеличивается на  $56 \pm 5$  км/с на промежутке  $9.4 \leq R \leq 15.0$  кпк ( $1.15 \leq x \leq 1.83$ ).
3. *Излом* на  $R \sim 14 \div 15$  кпк ( $x \sim 1.7 \div 1.8$ ) — точка, где рост КВ прекращается. На бóльших  $R_0$  скорость вращения примерно постоянная.
4. Рост скорости во внутренней Галактике на  $3 \lesssim R \lesssim 6$  кпк. Величина его определяется не очень уверенно ( $\sim 20 \div 30$  км/с), т.к. на левой границе указанного промежутка данные по тангенциальным точкам и по полному профилю 21 см заметно расходятся.

Отметим, что поскольку модели вращения допустимых порядков воспроизводят падение скорости  $\theta$  на  $R \sim R_0$ , все оценки  $A$  и  $AR_0$  в табл. 4.3 получились выше стандартных значений  $AR_0 = 124.5 \pm 17$  км/с,  $A = 14.4 \pm 2.7$  км/с/кпк [163]. Аналогичная „депрессия” кривой вращения обнаружена по цефеидам [23, 128] и по другим молодым объектам [172].



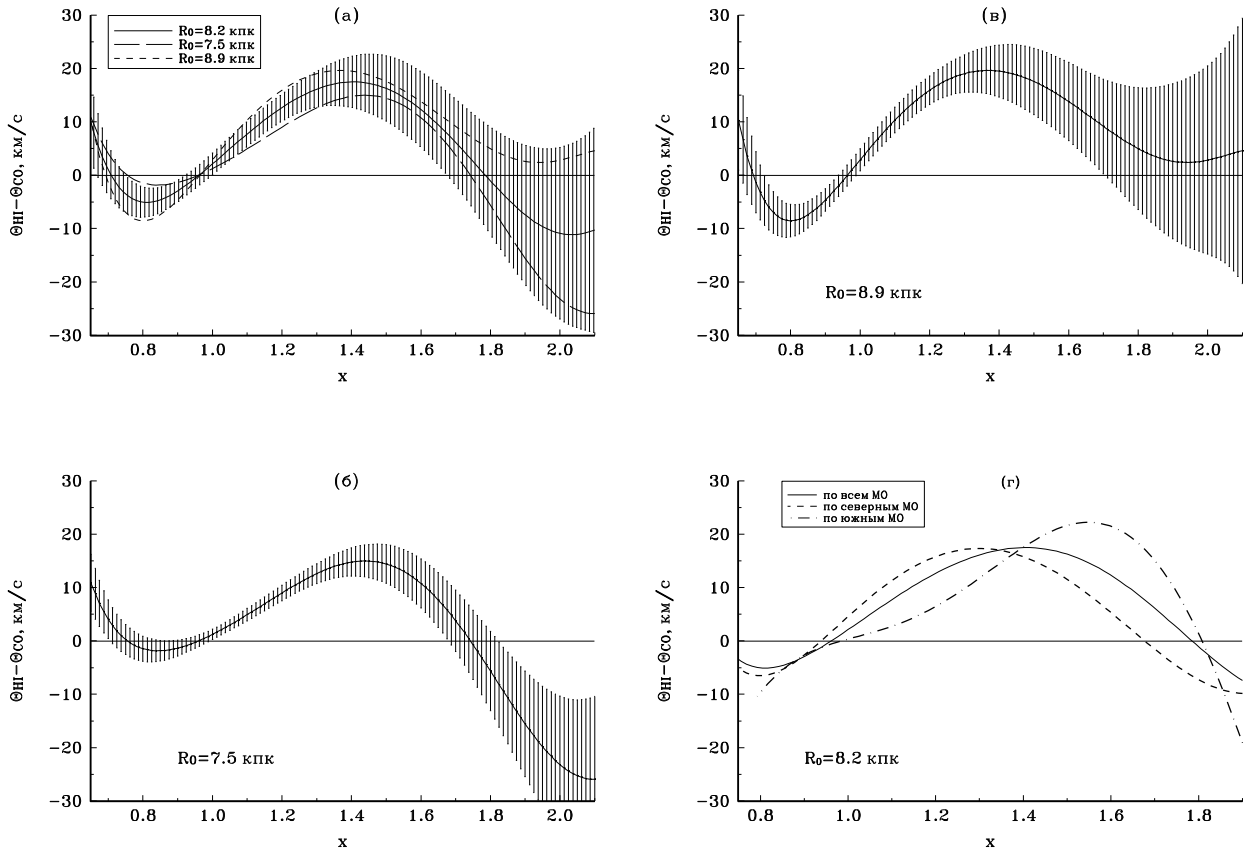
**Рисунок 4.4.** Сглаженные кривые вращения для подсистемы HI (штрих-пунктирная линия,  $n = 7$ ) и для подсистемы молекулярных облаков (пунктирная линия,  $n = 5$ ). Тонкие сплошные линии ограничивают доверительные области для уровня значимости  $1\sigma$ .

#### 4.5. Различие между кривыми вращения подсистемы HI и подсистемы молекулярных облаков

##### 4.5.1. Характер и значимость различия „HI-МО”

Сглаженные КВ оптимальных порядков, найденные для подсистем HI и МО по отдельности, сопоставлены на рис. 4.4. (Для HI  $\{\tilde{n}_o\} = \{7, 8\}$ ,  $n_o = 7$ ; для МО  $\tilde{n}_o = n_o = 5$ ). В среднем линейная скорость вращения МО на  $4.9 \pm 2.2$  км/с меньше скорости подсистемы HI (при  $n = 8$  для HI — на  $6.3 \pm 2.4$  км/с). Однако разность между сглаженными КВ  $\Theta_{HI} - \Theta_{CO}$  не является постоянной: на уровне  $3\sigma$  она значима лишь на промежутке  $1.09_{+0.08}^{-0.04} \leq x \leq 1.46_{-0.02}^{+0.02}$ , наибольшего значения  $17.5_{-2.5}^{+2.2} \pm (4.8_{-0.5}^{+0.2})$  км/с разность достигает на  $x = 1.40_{+0.04}^{-0.04}$  (см. также рис. 4.5а); здесь верхние и нижние индексы показывают изменения при, соответственно, увеличении и уменьшении  $R_0$  на 0.7 кпк. Все же, реальное различие между КВ HI и МО не находится в очень резком противоречии со схемой постоянного сдвига: указанный промежуток  $x$  протяженный, разность  $\Theta_{HI} - \Theta_{CO}$  в его пределах меняется медленно, и он включает в себя большинство МО. Поэтому предложенные выше методы  $W(CO)$  и  $W/V_r$  в целом учитывают эффект от различия „HI-МО”: смещение средней по двум методам оценки  $R_0$  вряд ли превышает 0.3 кпк (см. табл. 4.2).

Рис. 4.5б и 4.5в показывают, что значимое различие между КВ HI и МО сохраняется и при учете неопределенности полученной оценки  $R_0$ .

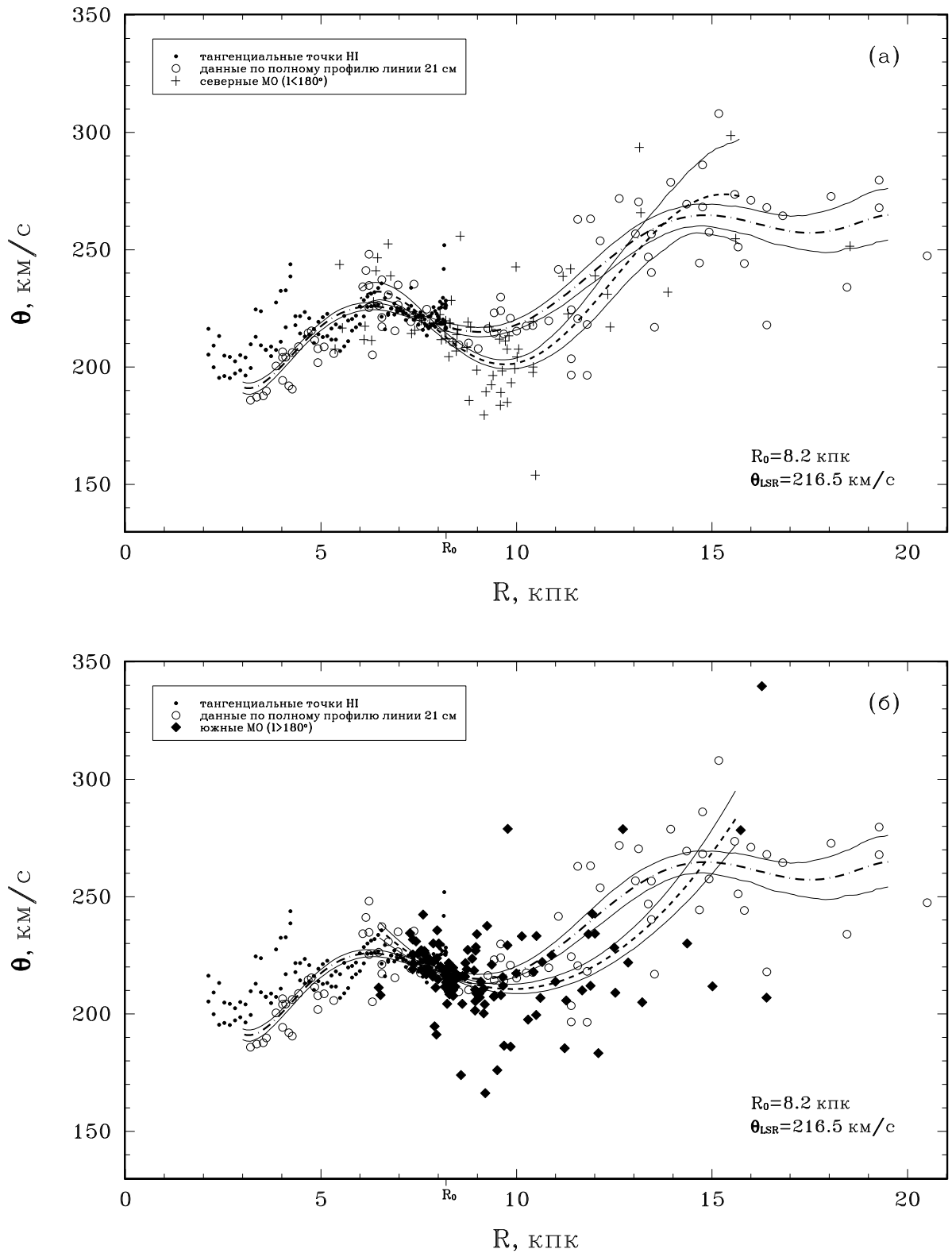


**Рисунок 4.5.** Разность между сглаженными кривыми вращения для подсистем HI ( $\Theta_7$ ) и молекулярных облаков ( $\Theta_5$ ). Графики а–в — при значениях  $R_0 = 8.2, 7.5$  и  $8.9$  кпк; бары ошибок — суммированные в квадратах  $1\sigma$ -неопределенности двух сглаженных кривых; на графике а бары даны для  $R_0 = 8.2$  кпк. График г — для северных ( $0^\circ \leq l < 180^\circ$ ) и южных ( $180^\circ \leq l < 360^\circ$ ) молекулярных облаков по отдельности при  $R_0 = 8.2$  кпк.

Несмотря на различие общий вид кривых вращения HI и МО — сходный. Детали, выявленные по средней КВ (раздел 4.4), прослеживаются и по каждой из подсистем в отдельности, хотя и отличаются по размерам. Так, падение скорости в области прогиба значимо и по МО ( $26.2 \pm 3.0$  км/с), и по HI ( $10.8 \pm 2.5$  км/с). Излом во внешней Галактике и рост скорости во внутренней на КВ МО не так отчетливы, как на КВ HI или средней, из-за недостатка данных о МО в этих областях.

#### 4.5.2. Возможная интерпретация различия „HI-МО” как проявления спиральной волны плотности

Как показывают рис. 4.5г, 4.6а и 4.6б, область, где МО существенно отклоняются от кривой  $\Theta_{HI}$ , при переходе от северных к южным долготам сильно смещается в сторону от центра Галактики: для северных МО отклонение на уровне  $\geq 3\sigma$  имеет место на промежутке  $1.04_{+0.06}^{-0.02} \leq x \leq 1.35_{-0.01}^{0.00}$ , для южных МО — на промежутке  $1.24_{+0.15}^{-0.04} \leq x \leq 1.62_{-0.02}^{0.00}$  (верхние и нижние индексы указывают изменения при увеличении и уменьшении  $R_0$  на 0.7 кпк). Т.е. область отрицательных отклонений от сглаженной КВ HI в проекции на плоскость Галактики



**Рисунок 4.6.** Сглаженные кривые вращения для северных ( $n_o = 5$ ) и южных ( $n_o = 2$ ) молекулярных облаков по отдельности (пунктирные линии): а, б — в сравнении со сглаженной кривой для HI (штрих-пунктирная линия,  $n = 7$ ); в — в сравнении друг с другом. Тонкие сплошные линии ограничивают доверительные области для уровня  $1\sigma$ .

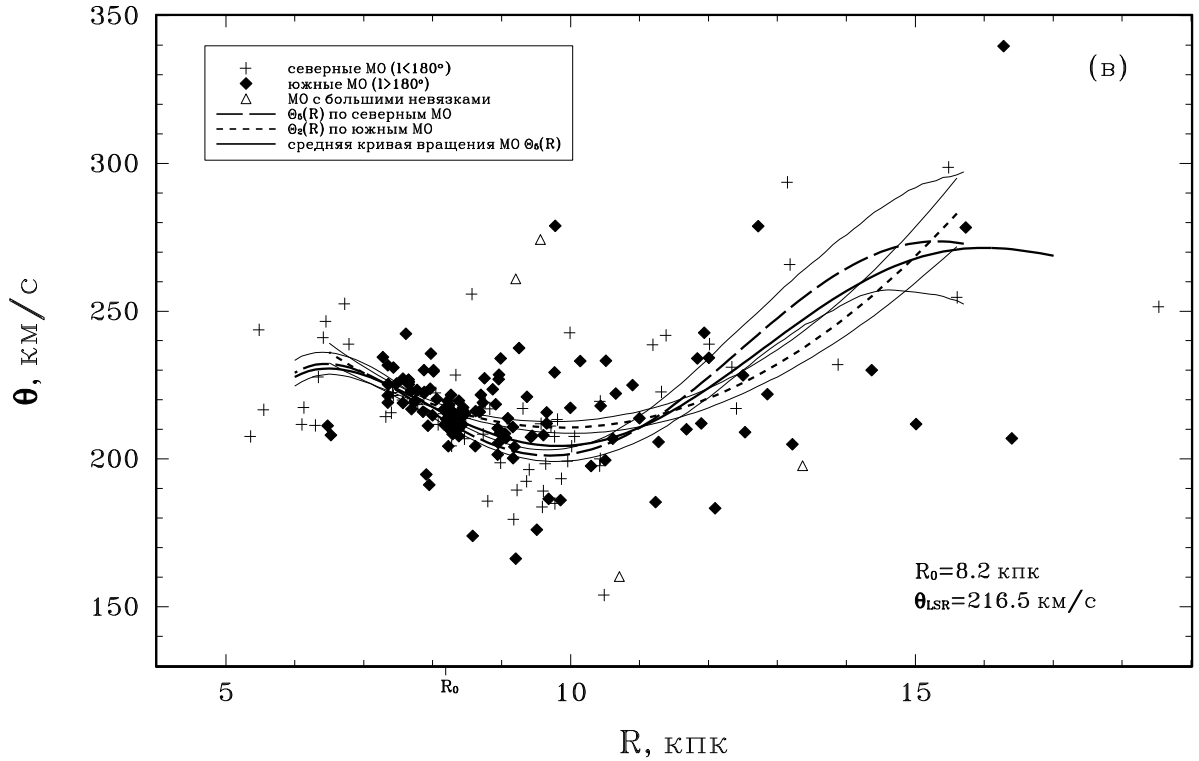


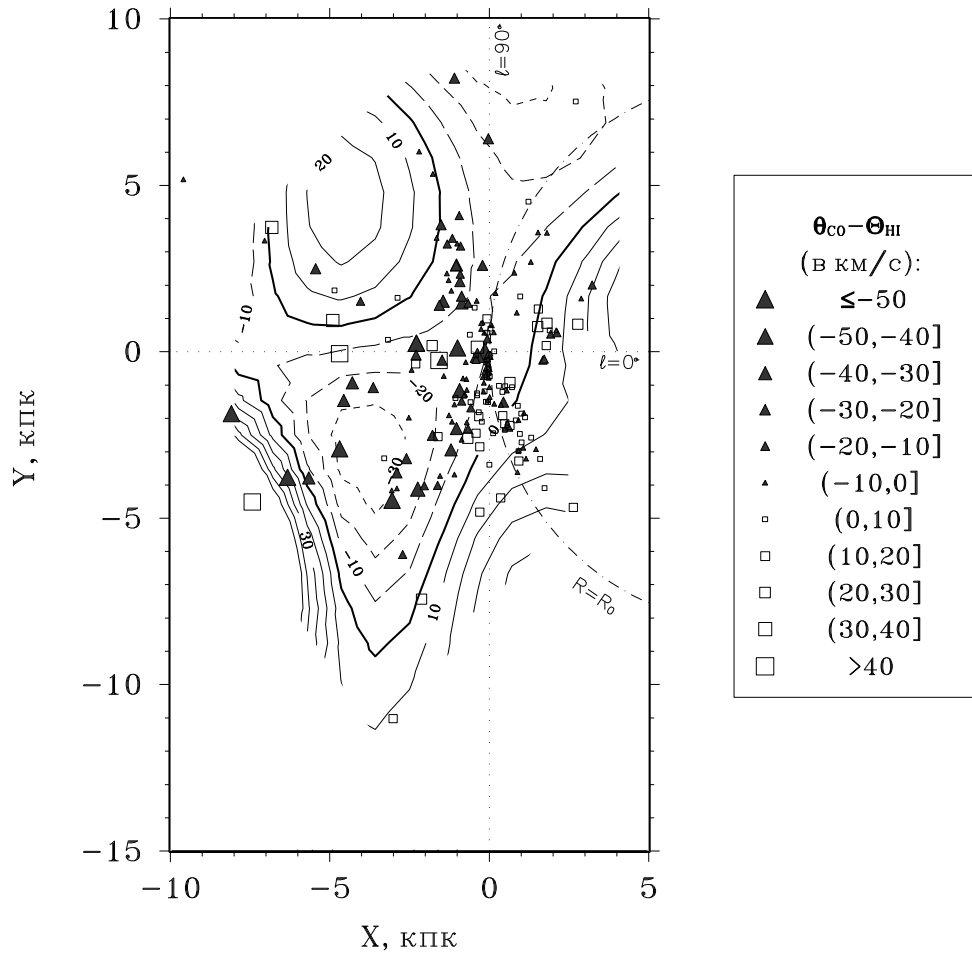
Рисунок 4.6. Окончание.

образует не круговой, а скорее спиралевидный сегмент (рис. 4.7). Ориентация этого сегмента соответствует направлению закрутки спирального узора Галактики [53]. Во II квадранте сегмент проходит через область спирального рукава Персея [53, 131, 179]. Амплитуда разности  $\Theta_{\text{НI}} - \Theta_{\text{СО}}$  при переходе от северных к южным долготам меняется незначимо: от  $17.3^{+2.5}_{-2.8} \pm (4.6^{+0.5}_{-0.2})$  на  $x = 1.31^{+0.05}_{+0.03}$  до  $22.2^{+2.7}_{-3.3} \pm (6.2^{+0.1}_{-0.3})$  км/с на  $x = 1.55^{+0.02}_{+0.01}$  (смысл верхних и нижних индексов тот же). Все это позволяет предположить, что различие „НI-МО” представляет собой проявление спиральной волны плотности.

Действительно, КВ НI была получена, в основном, по данным анализа полных профилей линии 21 см и по толщине слоя НI. Как указывалось в разделе 1.2, такие данные являются характеристиками вращения, усредненными по всем галактоцентрическим долготам  $l_G$  (кроме узкого сектора вдоль направления центра-антицентр Галактики). При этом, как можно ожидать, эффекты от периодических по  $l_G$  возмущений должны сглаживаться в том смысле, что средние по  $l_G$  значения  $\Omega(x)$  окажутся практически невозмущенными. Поэтому и КВ по НI можно в первом приближении считать невозмущенной. С другой стороны, МО с известными  $r$  и  $V_r$  представляют лишь галактоцентрический сектор шириной  $\sim 90^\circ$ , в пределах которого компенсация возмущений разных знаков не происходит. Поэтому КВ МО может быть возмущенной эффектами спиральной волны плотности.

Если эта интерпретация различия „НI-МО” верна, то область наибольших отрицательных отклонений МО от кривой  $\Theta_{\text{НI}}$  представляет окрестности внутреннего края рукава Персея. По геометрии этой области его угол закрутки получается равным  $-18.7^\circ \pm 2.0^\circ$ , а средняя амплитуда азимутального возмущения  $13.8 \pm 2.8$  км/с [193]. Большой угол закрутки соответствует четырехрукавной





**Рисунок 4.7.** Распределение и контурный план отклонений скоростей вращения отдельных МО ( $\theta_{CO}$ ) от сглаженной кривой подсистемы HI ( $\Theta_{HI}$ ,  $n = 7$ ) в проекции на плоскость Галактики. Центр Галактики — в точке  $(X, Y) = (8.2, 0)$  [кпк].

спиральной структуре, его величина согласуется с результатами по HI [83, 177], полученными другими методами, и некоторым результатам по кинематике молодых объектов (например, [68]). Область отрицательных отклонений от КВ HI в III квадранте (рис. 4.7) является продолжением рукава Персея, которое по концентрации объектов не выявляется (возможно, из-за сильной неоднородности поглощения света в этом квадранте). В отличие от II квадранта, где „аномалия” рукава Персея замечена давно из сравнения с плоскими или сильно сглаженными КВ (см., например, [131, 179]), аномалия в III квадранте, не могла быть таким образом обнаружена, т.к. она приходится на общий подъем КВ (рис. 4.6б). Последняя аномалия выявляется только при сопоставлении с КВ HI. При сравнении „северной” и „южной” КВ МО со средней КВ МО, обе аномалии получают незначительными и незначимыми (рис. 4.6в), что естественно, если сама средняя КВ является возмущенной.

#### 4.6. „Наилучшая” величина $R_0$ по совокупности результатов других работ

Чтобы сравнить полученную в этой главе оценку  $R_0$  с результатами других работ, найдем, используя обзор в разделе 1.1, средние значения этого параметра

**Таблица 4.5.** Принятые шкалы расстояний и калибровки, к которым приводились относительные оценки  $R_0$

Обозначение	Объекты калибровки	Шкала или калибровка	Неопределенность ( $\sigma_{\text{cal}}$ )
$M_V(\text{RR})$	Переменные типа RR Лиры	$M_V(\text{RR}) = 0.75$ на $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.3$	$0^{m}15$
$M_V(\text{HB})$	Звезды горизонтальной ветви шаровых скоплений	$M_V(\text{HB}) = 0.2[\text{Fe}/\text{H}] + 0.86$	$0^{m}15$
$M_K(o \text{ C}et)$	Мириды	$M_K(o \text{ C}et) = -7.45$ на $\lg P = 2.4$	$0^{m}15$
$M_V(\delta \text{ S}ct)$	Карликовые цефеиды	$M_V(\delta \text{ S}ct) = -3.725 \lg P - 1.933$	$0^{m}15$
$d_{\text{LMC}}$	Большое Магелланово Облако	$d_{\text{LMC}} = 18^{m}50$	$0^{m}2$
$M_I(\text{RC})$	Звезды красного сгущения (red clump stars)	$M_I(\text{RC}) = -0.24$ на $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{BW}} = -0.15$	$0^{m}15$
ОВ	ОВ-звезды	Поправка модулей расстояния: $-0^{m}15$	$0^{m}5$
Н II	Области Н II и подобные им объекты	Без поправки	$0^{m}4$
РС	Рассеянные скопления	Без поправки	$0^{m}4$
ОН	Облака ОН	Без поправки	$0^{m}7$

тра как для отдельных категорий оценок  $R_0$  из литературы, так и для всей их совокупности.

Заметим, что строгое решение последней задачи — выведения „наилучшей” величины  $R_0$  — вряд ли возможно, т.к. для этого нужно знать полную матрицу ковариаций для множества оценок  $R_0$ , учитывающую все виды случайных и систематических ошибок (см. [223]). Здесь делается попытка учесть лишь основные виды ошибок и корреляций, связанные с классами измерений  $R_0$ , которые были выделены в разделе 1.1.

Средние значения вычислялись по оценкам  $R_0$ , приведенным в табл. 1.1–1.3, 1.5 и 1.6. Не использовались: 1) оценки  $R_0$ , отвергнутые самими авторами или позднее пересмотренные по новым данным тем же методом; 2) оценки, основанные на „калибровке” вида  $\theta_{\odot} = \text{const}$  (см. мотивацию в секции 1.1.8); 3) оценки по комбинированным выборкам ОО (помимо несоответствия правилу 2 раздела 3.1 эти результаты нельзя непосредственно сопоставить с другими, т.к. разным типам ОО в комбинированной выборке соответствуют в общем случае разные поправки калибровки и разные величины систематических ошибок); 4) динамические оценки (см. мотивацию в секции 1.1.3); 5) косвенные измерения  $R_0$  (см. мотивацию в секции 1.1.8).

Относительные оценки  $R_0$  для каждого типа ОО были пересчитаны к единой шкале расстояний или калибровке. Данные о принятых шкалах и калибровках собраны в табл. 4.5. Обозначения калибровок, указанные в первой колонке, введены для удобства ссылок. Величина  $\sigma_{\text{cal}}$  в последней колонке — принятая систематическая неопределенность оценки  $R_0$ , обусловленная типом ОО, т.е., главным образом, неопределенностью принятой калибровки. Все принятые в дальнейшую обработку скорректированные оценки  $R_0$  выделены в табл. 1.1–1.3, 1.5 и 1.6 жир-

ным шрифтом. Затем эти оценки,  $R_{0j}$ , усреднялись (точнее, усреднялись соответствующие модули расстояний).

На первом этапе усреднение  $R_{0j}$  выполнялось в пределах *однородных групп*, в которых класс метода, класс опорных расстояний и тип ОО были одинаковыми, т.е. в пределах одного вида измерений  $R_0$  (см. классификацию на с. 22–25). Для каждой такой группы находилось взвешенное среднее  $\langle R_0 \rangle_{\text{hom}}$ . При этом веса отдельных оценок,  $p_j$ , принимались равными  $(\sigma_{\text{stat}j}^2 + \sigma_{\text{meth}}^2)^{-1} C_j$ , где  $\sigma_{\text{stat}j}^2$  — статистическая ошибка оценки  $R_{0j}$ ;  $\sigma_{\text{meth}}^2$  — систематическая ошибка метода, одинаковая для всех оценок  $R_0$ , полученных методами одного класса;  $C_j$  — поправочный множитель. Принималось авторское значение ошибки  $\sigma_{\text{stat}j}^2$ , или, если оно не было указано в работе, эта ошибка оценивалась из косвенных соображений (см. примечания к указанным выше таблицам сводок). Множитель  $C_j$  использовался для учета суммарного веса окон прозрачности  $p_{\text{if}}$  для оценок  $R_0$  по RR-лиридам (см. табл. 1.2) и для учета зависимости оценок  $R_0$ , полученных в одной работе (если оценки принадлежали к одной однородной группе); в остальных случаях  $C_j = 1$ .

Для опубликованных оценок  $R_0$  *кинематическими методами* принята ошибка  $\sigma_{\text{meth}} = 0^m 2$ . Она была оценена, в основном, по результатам третьей и четвертой глав диссертации. При  $R_0 = 8.2$  кпк систематическая ошибка после оптимизации сглаженности модели вращения  $\sim 0.5$  кпк (табл. 4.1). Примерно того же порядка ошибка за счет избыточной сглаженности при умеренных ограничениях на  $|\Delta R|$  (оценена при получении рис. 3.6) и ошибка за счет некруговых движений (ср. результаты для выборок BFS2 и BFS2/BBW в табл. 3.7 и 4.1, а также результаты с учетом и без учета дисторсии диска в [181]). Суммирование дает ошибку  $\sim 0.9$  кпк, или  $0^m 2$ . Для *пространственных методов* также принята  $\sigma_{\text{meth}} = 0^m 2$ : примерно такой ошибки можно ожидать при некорректном учете неполноты выявленности в методе Шепли (судя по вариациям  $R_0$  от  $|Z|_{\text{min}}$  [116, 150, 151]), для результата по отдельному окну прозрачности в методе Бааде (судя по разбросу оценок по разным окнам в [201]) и для оценок по конусу избегания в системе ШС [21]. Систематика *нефазовых методов* изучена слабо. Из общих соображений она должна быть схожей с систематикой кинематических методов (секция 1.1.4), но поскольку состоятельность самих нефазовых методов нуждается в подтверждении, для них принята несколько бóльшая ошибка  $\sigma_{\text{meth}} = 0^m 25$ . Заметим, что одинаковая  $\sigma_{\text{meth}}$  для всех методов одного класса введена для упрощения. В принципе, можно задавать дифференцированные веса в зависимости от особенностей (подкласса) метода.

На втором этапе усреднение проводилось внутри *групп калибровок* (термин заимствован из [223]), в которые объединялись однородные группы оценок  $R_0$ , приведенных к одинаковым шкалам или калибровкам. Взвешенное среднее  $\langle R_0 \rangle_{\text{cal}}$  для группы калибровки находилось из величин  $\langle R_0 \rangle_{\text{hom}}$  с весами  $p_j = \sigma^{-2}(\langle R_0 \rangle_{\text{hom}})$ . Приведение оценок  $R_0$  к единой системе независимых или согласованных калибровок и введение групп калибровок необходимо для учета корреляции между оценками, полученными по калибровкам одного типа.

На третьем этапе находилось „наилучшая” величина,  $\langle R_0 \rangle_{\text{best}}$ , как среднее взвешенное из  $\langle R_0 \rangle_{\text{cal}}$  с весами  $p = [\sigma^2(\langle R_0 \rangle_{\text{cal}}) + \sigma_{\text{cal}}^2]^{-1}$ .

На всех этапах ошибки среднего взвешенного,  $\sigma(\langle R_0 \rangle)$ , оценивались в соответствии с рекомендацией в [1] по ошибкам до уравнивания,  $\sigma'$ , и после уравнива-

ния,  $\sigma''$ :

$$\sigma(\langle R_0 \rangle) = \begin{cases} \frac{1}{2}(\sigma' + \sigma''), & \sigma' \geq \sigma'' \\ \sigma'', & \sigma' \leq \sigma''. \end{cases} \quad (4.17)$$

В табл. 4.6 приведены данные о группах оценок  $R_0$  и результаты все усреднений. В четвертом столбце таблицы указано количество оценок  $R_0$  в группе ( $N_{\text{est}}$ ), в пятом — количество публикаций ( $N_{\text{pap}}$ ), содержащих оценки  $R_0$ , которые были использованы при выведении  $\langle R_0 \rangle_{\text{hom}}$ . Прямой шрифт соответствует группам калибровок. Если группа калибровки включала две или больше однородных групп, то результаты приводились и для каждой из последних (даны курсивом). В качестве итоговых неопределенностей значений  $\langle R_0 \rangle$  для групп калибровок указаны величины  $[\sigma^2(\langle R_0 \rangle) + \sigma_{\text{cal}}^2]^{-1}$ . В конце табл. 4.6 для справки приведены результаты для двух групп оценок, не использованных при выведении „наилучшего” значения  $R_0$  (для динамических оценок условно принято  $\sigma_{\text{meth}} = 0^m4$ ).

Несмотря на большой разброс отдельных оценок  $R_0$ , их средние значения для разных групп калибровок относительных измерений  $R_0$  отличаются несильно:  $7.7 \leq \langle R_0 \rangle_{\text{cal}} \leq 8.55$  кпк. Особенно хорошее согласие между группами калибровок  $M_V(\text{RR})$ ,  $M_V(\text{HB})$  и  $d_{\text{LMC}}$ , в которые входят оценки по наиболее популярным типам ОО — ШС, RR-лиридам и классическим цефеидам:  $7.77 \leq \langle R_0 \rangle_{\text{cal}} \leq 7.96$  кпк. В принятой системе весов значимых различий между разными  $\langle R_0 \rangle_{\text{cal}}$  не получилось. Эти результаты говорят в пользу хорошей согласованности принятых калибровок — в самом худшем случае различие  $\sim 0^m2$  (если принять, что разница между  $\langle R_0 \rangle_{\text{cal}}$  вызвана исключительно рассогласованием калибровок). Для калибровок  $M_V(\text{RR})$ ,  $M_V(\text{HB})$  и  $d_{\text{LMC}}$  различие не превышает  $0^m1$ .

Средний масштаб современных шкал расстояний, по-видимому, также верен, поскольку средние величины по относительным ( $8.02 \pm 0.19$  кпк) и абсолютным ( $7.76 \pm 0.43$  кпк) измерениям  $R_0$  близки, разница между этими средними  $< 0^m1$  и незначима. Отметим, что итоговая точность  $R_0$  по абсолютным измерениям получается пока примерно вдвое ниже, чем по относительным.

„Наилучшее” значение  $\langle R_0 \rangle_{\text{best}} = 7.9 \pm 0.2$  кпк. Таким образом, оно не претерпело значительных изменений по сравнению с эпохой до появления каталога Hipparcos (см. начало раздела 1.1). Формальные средние из нескорректированных динамических и кинематических оценок  $R_0$ , которые не были учтены при выводе значения  $\langle R_0 \rangle_{\text{best}}$ , близки к последнему.

Полученная в этой работе оценка  $R_0 = 8.2 \pm 0.7$  кпк по молекулярным облакам согласуется как со средним  $\langle R_0 \rangle_{\text{cal}} = 8.0 \pm 0.4$  кпк для группы калибровки Н II, так и с величиной  $\langle R_0 \rangle_{\text{best}}$ . Это согласие, как и согласие между  $\langle R_0 \rangle_{\text{cal}}$  для разных групп оценок, не следует, однако, переоценивать: оно может быть, отчасти, следствием применения в разных работах близких методов (со сходными систематическими ошибками) к почти одним и тем же областям Галактики (со сходными особенностями), а также следствием „bandwagon effect” (внутренней предрасположенности к „правильному ответу”) [79, 223]. Отсеивание „неправильных результатов” в группе Н II (такие случаи приводились выше) во многом объясняет, почему среднее из оценок  $R_0$  этой группы, полученных без оптимизации сглаженности модели и без учета различия законов вращения Н I и ОО, оказалось близким к новой оценке  $R_0$  по МО, непосредственно учитывающей данные виды систематики (см. также раздел 4.7). Поэтому к согласию средних оценок  $R_0$  в табл. 4.6 следует относиться „со здоровой степенью скептицизма” [79, с. 434].

**Таблица 4.6.** Результаты усреднений для разных групп оценок  $R_0$  и „наилучшая” величина  $R_0$ .

Группа оценок $R_0$			$N_{\text{est}}$	$N_{\text{pap}}$	$\langle R_0 \rangle$ , кпк	$\sigma(\langle R_0 \rangle)$ , кпк	$\sigma_{\text{cal}}$ , кпк
Калибровка	Тип опорных объектов	Класс метода					
Относительные измерения $R_0$							
$M_V(\text{RR})$		Простран.	10	10	$7.77 \pm 0.55$	0.14	0.54
	<i>Звезды типа RR</i>		9	9	7.76	0.21	
	<i>Лиры</i>						
	<i>Звезды ГП вблизи точки поворота</i>	Простран.	1	1	8.20	1.54	
$M_V(\text{HB})$	Шаровые скопления		17	11	$7.87 \pm 0.70$	0.45	0.54
		Простран.	13	8	7.70	0.29	
		Кинемат.	1	1	7.00	1.54	
		Нефазов.	3	2	10.07	1.16	
$M_K(o \text{ Cet})$	Мириды	Простран.	1	1	$8.35 \pm 1.04$	0.87	0.58
$M_V(\delta \text{ Sct})$	Карликовые цефеиды	Простран.	2	2	$7.77 \pm 0.63$	0.33	0.54
$d_{\text{LMC}}$		Кинемат.	6	6	$7.96 \pm 0.75$	0.17	0.73
	<i>Классические цефеиды</i>		5	5	7.95	0.30	
	<i>Планетарные туманности</i>	Простран.	1	1	8.16	1.14	
$M_I(\text{RC})$	Звезды красного сгущения	Простран.	3	3	$8.55 \pm 0.66$	0.30	0.59
ОВ	ОВ-звезды	Кинемат.	5	5	$7.71 \pm 1.81$	0.34	1.78
Н П	Области Н П и подобные им объекты	Кинемат.	5	4	$8.04 \pm 1.53$	0.39	1.48
РС	Рассеянные скопления		2	2	$8.45 \pm 1.74$	0.78	1.56
		Кинемат.	1	1	8.40	2.05	
		Нефазов.	1	1	8.50	2.23	
ОН	Облака ОН	Кинемат.	1	1	$8.50 \pm 2.96$	1.12	2.74
Все относительные измерения $R_0$			52	45	$8.02 \pm 0.19$		
Теоретические измерения $R_0$							
–	Рентгеновские барстеры	Простран.	1	1	$7.00 \pm 1.31$	0.88	0.97
–	Планетарные туманности	Простран.	1	1	$7.60 \pm 1.83$	0.99	1.54

Таблица 4.6. Окончание

Группа оценок $R_0$			$N_{\text{est}}$	$N_{\text{пар}}$	$\langle R_0 \rangle$ , кпк	$\sigma(\langle R_0 \rangle)$ , кпк	$\sigma_{\text{cal}}$ , кпк
Калиб- ровка	Тип опорных объектов	Класс метода					
Абсолютные измерения $R_0$							
–	Скопления мазерных источников $\text{H}_2\text{O}$	Простран.	2	2	$6.82 \pm 0.73$	0.73	0
–	Центроид К- и М-гигантов	Простран.	1	1	$8.21 \pm 1.24$	1.24	0
–	Скопления мазерных источников $\text{H}_2\text{O}$	Кинемат.	1	1	$8.10 \pm 1.33$	1.33	0
–	Звезды ОН/ИК	Кинемат.	2	2	$8.31 \pm 0.80$	0.80	0
Все абсолютные измерения $R_0$			6	6	$7.76 \pm 0.43$		
<b>„Наилучшая” величина <math>R_0</math> по всем измерениям</b>			<b>60</b>	<b>53</b>	<b><math>7.93 \pm 0.17</math></b>		
<i>Динамические оценки <math>R_0</math></i>			<i>3</i>	<i>3</i>	<i><math>8.01 \pm 0.72</math></i>	<i>0.72</i>	–
<i>Кинематические оценки <math>R_0</math> по комбинированным выборкам</i>			<i>4</i>	<i>4</i>	<i><math>8.18 \pm 0.59</math></i>	<i>0.59</i>	–

#### 4.7. Заключение

Различие между средними КВ Н I и МО установлено на протяженном интервале  $R$ . Несмотря на то, что оно не сводится к постоянному сдвигу, предложенные методы определения  $R_0$  способом сопоставления с Н I, допускающие такой сдвиг, учитывают основной эффект от реального различия. Как показали численные эксперименты, средняя оценка по двум методам —  $W(\text{CO})$  и  $W/V_r$  — имеет для реалистичных предположений о КВ МО смещение в пределах 0.3 кпк. При этом статистическая точность оценок этими методами в  $\sim 1.5$  раза выше, чем  $V_r$ -методом. Поскольку различие „Н I-МО” не ведет себя линейно с  $x$ , освобождение параметра  $AR_0$  на втором шаге методов вряд ли улучшит их систематику (см. также секцию 4.2.3).

Полученные данные позволяют объяснить всю совокупность оценок  $R_0$ , полученных ранее по ОО сходного типа. В работах [164, 217] найдено  $R_0 \sim 8$  кпк, т.к. в них использовались области Н II на  $R < R_0$ , где сдвиг относительно КВ Н I незначителен и незначим. Близким оказался и результат [157] ( $R_0 = 7.9$  кпк), т.к. он был выведен по нескольким объектам на очень больших  $R$ , где сдвиг также незначим. Сильное занижение  $R_0$  в [179] получилось из-за использования всех областей Н II, в том числе из промежутка  $1.1 \lesssim x \lesssim 1.5$ , где сдвиг существенен. Значение  $R_0 = 6.2$  кпк в [131] также найдено по всем областям Н II, но оказалось низким не из-за этого (данные о Н I для внешней Галактики в работе не использовались), а из-за излишне гладкого модельного закона вращения. Аналогично, специальным

ограничением на выборку, видимо, можно объяснить, почему явно не занижена абсолютная оценка  $R_0 = 9.2 \pm 1.2$  кпк по звездам ОН/ИК [155]: в выборку вошли лишь объекты вблизи тангенциальных точек, где сдвиг мал.

Полученная по МО оценка  $R_0 = 8.2 \pm 0.7$  кпк согласуется с „наилучшей” величиной  $R_0 = 7.9 \pm 0.2$  кпк по совокупности оценок  $R_0$ , опубликованных с 1974 г.

Основные детали кривой вращения газовых подсистем Галактики по Н I и МО — прогиб и рост во внешней Галактике до излома — прослеживаются по данным о каждой подсистеме. Поскольку данные о вращении Н I — азимутально-усредненные, наличие этих деталей на КВ Н I говорит в пользу того, что последние отражают особенности глобального распределения масс в Галактике, а не локальные кинематические аномалии.

Заметим, что введение радиального градиента металличности (точнее, светимости) резко увеличит различие „Н I-МО”: на  $R > R_0$  оно будет расти с  $R$ , и в самых внешних частях Галактики КВ МО будет проходить на  $\sim 50$  км/с ниже КВ Н I (ср. рис. 14 в [252] с рис. 4.4 в настоящей работе); во внутренней Галактике должно увеличиться различие противоположного знака. Такое различие „Н I-МО” было бы труднообъяснимо. Это косвенно свидетельствует против существования радиального градиента светимости. К тому же, введение такого градиента приводит к существенному различию КВ по МО и КВ по классическим цефеидам [213]: даже после учета градиента во внешней Галактике между ними сохраняется различие  $\sim 30 \div 35$  км/с (ср. [252, рис. 14] и [213, рис. 8]), для объяснения которого требуется предположить, что у областей Н II одновременно высокая случайная ошибка расстояний ( $\sim 0^m 6$ ) и завышенная шкала (на  $\sim 0^m 3$ ) [213]. Первое не согласуется с результатами данной работы (раздел 3.11), второе — с результатами согласования шкал [26], согласно которым шкала областей Н II скорее несколько занижена.

## Глава 5. Многокомпонентная модель распределения масс в Галактике

В этой главе выполняется детальное динамическое моделирование кривой вращения (КВ) Галактики, построенной в предыдущей главе по данным о нейтральном водороде и молекулярных облаках (МО).

### 5.1. Введение

#### 5.1.1. Детали кривой вращения и их моделирование

Детали КВ, надежно выявляемые по данным о Н I и МО,— прогиб, последующий рост и излом (раздел 4.4, рис. 4.3) — обычно игнорируются при динамическом моделировании распределения масс в Галактике (см. ссылки в разделе 1.6).

*Прогиб.* В тех случаях, когда на эту деталь обращали внимание, ее рассматривали как проявление локальных потоковых движений, вызванных, вероятнее всего, спиральной волной плотности, т.е. к прогибу относились так же, как к вариациям КВ по тангенциальным точкам Н I или СО (например, [131, 172]). Повидимому, такое объяснение может быть верно лишь отчасти, поскольку значимый, хотя и небольшой, прогиб (на  $\sim 11 \pm 2.5$  км/с) имеется и на КВ по Н I (секция 4.5.1, рис. 4.4), найденной способом II, при котором происходит азимутальное сглаживание данных о вращении (см. раздел 1.2). Таким образом, прогиб на КВ по Н I вряд ли можно объяснить локальными потоковыми движениями. Кроме того, спиральная волна плотности (по крайней мере при обычных предположениях) не позволяет получить столь большой прогиб ( $\sim 25 \div 30$  км/с) на КВ по отдельным объектам, т.е. найденной способом I. Так, модели со спиральными возмущениями, приведенные в [69, 172], воспроизводя некоторые вариации КВ по тангенциальным точкам, обеспечивают прогиб лишь  $\sim 5$  км/с, в то время как по ОН/ИК- и углеродным звездам и планетарным туманностям типа I (данным, использованным в [69, 172]) он составляет  $\sim 35 \div 40$  км/с. Таким образом, вопрос о динамической интерпретации прогиба остается открытым.

*Дальнейший рост КВ после прогиба* обычно рассматривается как часть общего положительного тренда (при  $\theta_{\text{LSR}} \gtrsim 200$  км/с), и если последний описывается моделью, то небольшая часть этого роста воспроизводится (например, [179, 180, 197, 204]). Но чаще не воспроизводится даже тренд — модельная КВ имеет отрицательную производную в этом месте (например, [34, 141, 154, 236, 239]).

*Излом.* Эту деталь Хонма и Софу (1996) [157] предложили увязать с усечением распределения масс (т.е. с существованием резкой границы Галактики) в этом месте. Это предположение согласуется не со всеми измерениями общей массы Галактики,  $M_G$ , на больших масштабах (по шаровым скоплениям, галактикам-спутникам и др. методами): ряд результатов говорит в пользу более протяженного гало [133, 141]. Кроме того, кеплеровское падение за изломом происходит только при  $\theta_{\text{LSR}} < 207$  км/с. В [157] распределение масс принималось сферическим, более реалистичная модель Галактики не строилась.



Таким образом, несмотря на появляющийся интерес к этим деталям КВ динамическая модель Галактики, удовлетворительно их воспроизводящая, тем более в комплексе, до сих пор не была предложена. Цель этой главы — рассмотреть возможность построения такой модели за счет допущения резких падений плотности в галактическом диске.

### 5.1.2. Эффекты усечения диска в галактиках

В некоторых внешних спиральных галактиках, видимых с ребра, — NGC 891, 4244, 4565, 5907 — наблюдается резкий обрыв оптического диска. Как правило, в этих галактиках водородный слой имеет отклонения от плоскости симметрии, причем деформация слоя начинается приблизительно там, где обрывается диск. Кроме того, примерно на том же радиусе КВ галактик имеют „излом”: с этого места начинается участок быстрого падения скорости вращения. Данные факты в совокупности свидетельствуют в пользу того, что в указанных галактиках в области излома КВ происходит резкое падение плотности в дисковой составляющей — «усечение диска оставляет „подпись” на кривой вращения» [101]. С. Казертано (1983) [101] рассмотрел динамический эффект усечения толстого экспоненциального диска и показал на примере галактики NGC 5907, что такое усечение может объяснить наблюдаемые излом и падение скорости за ним. По-видимому, резкое падение плотности в диске происходит и в спиральной галактике NGC 157, для которой обнаружен аналогичный набор наблюдательных фактов [230]. Некоторым теоретическим основанием связывать усечение диска и искривление газового слоя является работа [240], в которой показано, что резко усеченный край диска может быть критическим фактором поддержания вертикальных мод колебаний в газовом слое, т.е. его искривления, в присутствии гало (см. обсуждение в [230]). Модель с усеченным диском предложена также и для Туманности Андромеды (M31) [52].

И. В. Петровская (1992) [210] предложила интерпретировать прогиб на КВ нашей Галактики как „подпись” усечения галактического диска на  $R \sim R_0$ . В пользу такого объяснения могут говорить следующие факты: 1) слой HI в Галактике искривлен, причем искривление начинается на  $R \approx 1.1R_0$  (например, [20]), т.е. в пределах участка снижения скорости вращения; 2) резкий рост толщины этого слоя начинается на  $R \sim (0.8 \div 0.9)R_0$  [179], т.е. также в пределах участка снижения скорости (этот рост можно интерпретировать как падение плотности в диске в  $\sim 1.5$  раза [179, рис. 8]); 3) прогиб обнаруживается не только по данным об объектах, но по азимутально-усредненным HI-данным.

### 5.1.3. Постановка задачи

На основании изложенных выше фактов и аргументов, а также выводов обзора в разделе 1.6 окончательно сформулируем задачу динамического моделирования в этой главе следующим образом:

- I. Выяснить, можно ли за счет допущения одного или двух резких падений плотности в диске воспроизвести в целом детали КВ Галактики, выявляемые по данным о HI и MO?
- II. При положительном ответе на предыдущий вопрос получить наиболее полное решение задачи оптимизации параметров модели:

1. В рамках сделанных предположений о составляющих модели разделить ее параметры на две части: а) множество параметров, которые необходимо зафиксировать (из внешних соображений или по результатам предварительных попыток оптимизации), и б) множество свободных параметров, которые могут быть оптимизированы.
2. Найти для свободных параметров модели их точечные оценки и доверительные интервалы.

Моделирование выполним по объединенным данным о вращении Н I и МО, для которых прогиб КВ получается промежуточным по величине — его глубина, т.е. разность значений локальных максимума и минимума сглаженной КВ  $\Theta_{n_0}(R)$ ,  $\Delta\theta_{\text{dip}} = 19 \pm 2$  км/с (раздел 4.4). Использование средней КВ по Н I и МО представляется разумным компромиссом, если не считать причину различия „Н I-МО” окончательно установленной. Если интерпретация этого различия, предложенная в секции 4.5.2, верна, то величина  $\Delta\theta_{\text{dip}}$  для средней КВ может быть лишь частично объяснена резким падением плотности в диске. С другой стороны, некоторое завышение наблюдаемой  $\Delta\theta_{\text{dip}}$  позволит, возможно, оценить предельную глубину прогиба, которая может быть воспроизведена таким образом.

Чтобы упростить задачу, зафиксируем параметры  $R_0$  и  $\theta_{\text{LSR}}$ , приняв значения  $R_0 = 8.2$  кпк и  $\theta_{\text{LSR}} = 216.5$  км/с, выведенные по МО в четвертой главе.

## 5.2. Модель

Составная модель распределения масс, построенная в этой главе, во всех рассмотренных вариантах представляет „стандартный” набор галактических составляющих — балдж, диск и гало. Последняя компонента предназначена, в основном, для описания распределения темной материи Галактики. Первоначально понятие „гало” относилось к области  $R_g < (1 \div 1.5)R_0$ ; в последствии эту составляющую иногда стали называть „внутренним гало”, а протяженную массивную темную составляющую — „внешним гало”, или „короной” (см. [41, 123]). Однако чаще в составляющую „гало”, или „темного гало”, включают всю „скрытую” массу вне диска Галактики (например, [34, 180, 197, 210, 239]). В данной работе термин „гало” употребляется в последнем смысле. Ядро или „внутренний балдж” в модель не включались, т.к. использованные данные о Н I и МО не охватывают центральную часть Галактики (рис. 4.3), для которой эти компоненты важны. Как показали предварительные расчеты, их влияние на модель в области, представленной настоящей КВ по Н I и МО, ничтожно, что согласуется с выводом в [95].

### 5.2.1. Диск

Для описания усеченных дисковых компонент здесь используется предложенная Казертано [101] модель „мягко” усеченного толстого экспоненциального диска:

$$\rho_d(R, Z) = \rho_0(R)[\text{ch}(Z/Z_0)]^{-2}, \quad (5.1)$$

$$\rho_0(R) = \begin{cases} \rho_{00} \exp(-R/h), & R \leq r_d \\ \rho_0(r_d)[1 - (R - r_d)/\delta], & r_d \leq R \leq r_d + \delta \equiv R_d \\ 0, & R \geq R_d, \end{cases} \quad (5.2)$$

где  $r_d$  — радиус начала усечения,  $R_d$  — внешний радиус диска,  $\delta$  — длина участка усечения,  $Z_0$  — эффективная полутолщина диска,  $h$  — радиальный масштаб диска. Закон поверхностной плотности этого диска

$$\Sigma(R) = 2\rho_0(R)Z_0, \quad (5.3)$$

поверхностная плотность в центре диска  $\Sigma_0 \equiv \Sigma(0) = 2\rho_{00}Z_0$ .

Предварительные варианты динамической модели Галактики включают более простую компоненту — бесконечный по радиусу тонкий экспоненциальный диск [137] с параметрами  $\Sigma_0$  и  $h$ .

### 5.2.2. Балдж

Эта составляющая описывается здесь сфероидом с усеченным законом Хаббла:

$$\rho_b(q) = \begin{cases} \rho_b(0) [1 + (q/q_b)^2]^{-3/2}, & q \leq a_b \\ 0, & q > a_b, \end{cases} \quad (5.4)$$

$$q = [R^2 + (Z/\varepsilon)^2]^{1/2}, \quad (5.5)$$

где  $a_b$  — радиус усечения,  $q_b$  — характеристический радиус,  $\varepsilon \leq 1$  — сферичность (отношение осей эквиденсит) балджа. Сфероид с законом Хаббла ( $\rho \sim q^{-3}$ ) во внешней части традиционно используется для представления балджа (например, [95]). Усечение необходимо для того, чтобы масса компоненты получилась конечной.

### 5.2.3. Гало

Форма гало определяется плохо [133], тем более по КВ в плоскости Галактики. Поэтому гало для простоты принято сферическим, как и в большинстве работ (например, [95, 141, 179, 180, 197, 210]). Здесь оно представляется в общем случае составной моделью, однородной во внутренней части и с псевдо-изотермическим законом во внешней:

$$\rho_h(q) = \begin{cases} A_h \left[ \frac{1}{1 + (q/q_h)^2} - \frac{1}{1 + (a_h/q_h)^2} \right], & R_h \leq q \leq a_h \\ \rho_h(R_h), & q \leq R_h \\ 0, & q \geq a_h, \end{cases} \quad (5.6)$$

$$q = (R^2 + Z^2)^{1/2}, \quad (5.7)$$

где  $a_h$  — внешний радиус гало,  $q_h$  — его характеристический радиус,  $R_h$  — радиус однородного „внутреннего” гало. Псевдо-изотермический закон  $\rho \sim q^{-2}$  часто используют для моделирования внешнего гало (например, [95, 123, 141]), поскольку он позволяет воспроизвести плоскую КВ на больших расстояниях. Усечение гало на  $a_h$  вводится для получения конечной массы этой компоненты. Составная модель (5.6) не является априорной, а была выбрана по результатам предварительных попыток моделирования (раздел 5.4). Составная модель для внешнего гало строилась также в [141].

#### 5.2.4. Модельная кривая вращения

Суммирование вкладов отдельных компонент дает модельную КВ Галактики

$$\Theta_G(R) = \left[ \sum_i \Theta_i^2(R) \right]^{1/2}, \quad (5.8)$$

$$\Theta_i^2(R) = -RF_i(R), \quad (5.9)$$

где  $F_i$  — радиальная составляющая гравитационной силы в плоскости Галактики для  $i$ -ой компоненты модели.

Сила для усеченного диска (5.1), (5.2) вычислялась по формулам, полученным Казертано [101]:

$$F_d(R) = 4\pi G \int_0^\infty u \, du \int_0^\infty 2 \frac{\partial \rho_d(u, z)}{\partial u} \frac{\mathcal{K}(g) - \mathcal{E}(g)}{\pi \sqrt{Rug}} dz, \quad (5.10)$$

$$g = y - \sqrt{y^2 - 1}, \quad y = (R^2 + u^2 + z^2)/(2Ru), \quad (5.11)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная,  $\mathcal{K}$  и  $\mathcal{E}$  — полные эллиптические интегралы,  $\rho_d$  находилось по формулам (5.1), (5.2). После интегрирования по  $z$  подынтегральная функция в (5.10) при  $R < R_d$  имеет особенность — в точке  $u = R$  ее производная терпит разрыв второго рода. Поэтому при численном интегрировании (5.10) применялось аддитивное выделение особенности. Модельная КВ усеченного диска  $\Theta_d(R)$  вычислялась с ошибкой  $\lesssim 0.015$  км/с при реалистичных значениях его параметров. Основное время при расчете  $\Theta_G(R)$  тратится на нахождение вклада от усеченных дисковых компонент.

### 5.3. Фиксация и оптимизация параметров

Некоторые параметры модели практически не влияют на кривую  $\Theta_G(R)$ , по крайней мере в рассматриваемом промежутке  $R$ , и поэтому не могут быть ограничены по используемым данным о вращении НІ и МО. Такие параметры были зафиксированы по дополнительным данным до попыток оптимизации:

1. Вариации  $Z_0$  слабо влияют на форму  $\Theta_d(R)$  [101, рис. 2]. С ростом  $Z_0$  кривая  $\Theta_d(R)$  в целом опускается, на промежуточных радиусах — почти плоскопараллельно. Поэтому величина  $Z_0$  должна очень сильно коррелировать с плотностью (параметром  $\Sigma_0$ ) и массой дисковой компоненты. Таким образом, одновременно определить по КВ  $Z_0$  и  $\Sigma_0$ , по-видимому, невозможно, по крайней мере если не принимать модель „максимального диска”. По данным обзора на волне 2.4 мкм в рамках проекта Spacelab 2  $Z_0 = 242 \pm 65$  пк [162], по данным обзора звезд слабее  $M_V = 3.5$  в трех полях на  $b = 47^\circ$   $Z_0 = 260 \pm 50$  пк [196]. Здесь принято значение  $Z_0 = 250$  пк (оно представляет ту составляющую, в которой сосредоточена основная масса диска).

2. Из аналогичных соображений была зафиксирована и сферичность балджа  $\epsilon$ . Кроме того, параметры балджа вообще слабо влияют на КВ вне центральной части Галактики (на  $R \gtrsim 0.5R_0$ ). Принято  $\epsilon = 0.6$  [194].

3. Радиус усечения гало  $a_h$  не влияет на КВ внутри этого радиуса и оценивается по другим данным (например, [133, 141]). Обычно  $a_h$  получается порядка нескольких десятков килопарсек. В рамках настоящей задачи величина этого параметра произвольна. Здесь взято значение  $a_h = 70$  кпк, согласующееся с кинематикой Магелланового Потока по результатам численных экспериментов [133].

Вектор остальных параметров,  $\mathbf{a}$ , была сделана попытка оптимизировать, т.е. найти такой вектор  $\mathbf{a}_0$ , который доставляет минимум функции  $\zeta^2(\mathbf{a})$ :

$$\zeta^2(\mathbf{a}) = \sum_{j=1}^N p_j [\theta_{\text{obs}} - \Theta_G(\mathbf{a})]_j^2, \quad (5.12)$$

$$\zeta_0^2 = \min \zeta^2(\mathbf{a}_0), \quad (5.13)$$

где  $\theta_{\text{obs},j}$  — значения линейной скорости вращения, рассчитанные для отдельных точек  $(x, \Omega)$  по Н I и МО (в предположении цилиндрического вращения);  $N = 444$  (исключены МО с большими невязками). Здесь использовалась та же система весов  $p_j$ , что и в четвертой главе для невязок  $\delta W$  (см. секцию 4.2.1). Решение  $\mathbf{a}_0$  искалось при помощи стандартной программы, реализующей квази-ньютоновский алгоритм поиска минимума функции нескольких переменных.

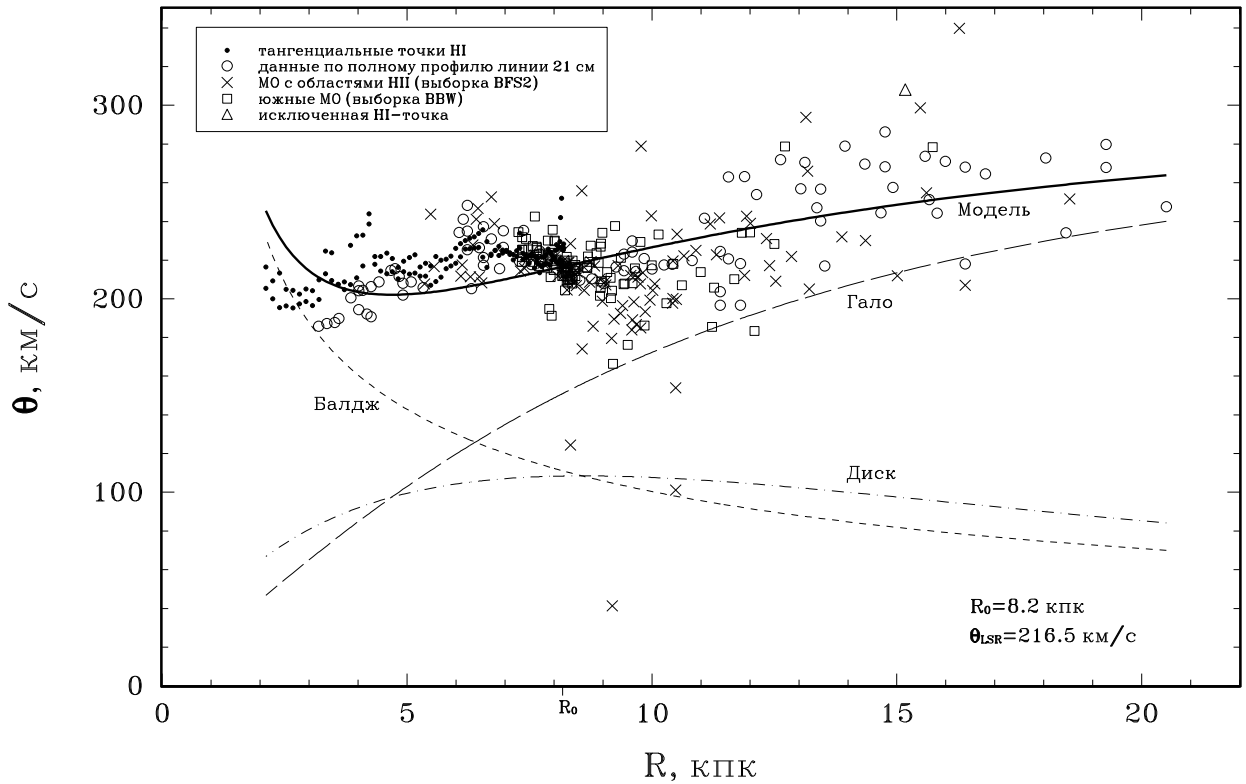
Даже после фиксации части параметров строгая оптимизация параметров, оставшихся свободными, оказывается невозможной, если в ходе процедуры минимизации  $\zeta^2(\mathbf{a})$  значения некоторых из них стремятся к границам областей определения параметров — обычно к нулю или к бесконечности. Однако при, соответственно, достаточно малых или достаточно больших значениях таких параметров статистика  $\zeta^2$  слабо зависит от них. Последнее делает выбор конкретных значений параметров, относительно которых  $\zeta^2(\mathbf{a})$  не имеет минимума, в значительной степени произвольным. Здесь выбор делался следующим образом: оценивалась предельная величина  $\zeta^2(\mathbf{a})$  (по достижении границ областей определения), и принималось такое значение параметра  $a_m$ , при котором  $\zeta^2$  приблизительно равна значению для доверительного уровня  $1\sigma$  (см. секцию 3.3.2).

Доверительные интервалы тех  $M$  параметров, для которых удалось найти решение, находились, как в третьей и четвертой главах, при помощи уравнения (3.15). Непосредственное решение (3.15) в данном случае слишком трудоемко, т.к. это требует многократного решения задачи оптимизации при  $M-1$  свободных параметрах. Поэтому применялся следующий упрощенный алгоритм: для каждого параметра подбирались такие два его значения  $a_m$ , большее и меньшее оптимального  $(a_m)_o$ , для которых величины  $\zeta_1^2(a_m)$  получают несколько большими уровня  $1\sigma$ , т.е.  $\zeta_0 (1 + N_{\text{free}}^{-1})$ ; затем эти величины  $\zeta_1^2(a_m)$  интерполировались к уровню  $1\sigma$  в предположении квадратичной зависимости (3.10). Но даже при таком упрощении для оценки границ всех доверительных интервалов требуется решить задачу оптимизации  $M-1$  параметров по крайней мере  $2M$  раз.

## 5.4. Результаты

На рис. 5.1 приведен пример модели „балдж + неусеченный диск + псевдоизотермическое гало” ( $R_h = 0$  кпк). В этих традиционных предположениях о составе модели воспроизвести детали КВ не удастся.

Для любой из рассмотренных здесь моделей характеристический радиус балджа  $q_b$ , антикоррелирующий с  $\rho_b(0)$ , определяется плохо, по крайней мере в отсутствие данных о центральной части Галактики. Если  $q_b$  оставить свободным параметром, то он в ходе оптимизации будет стремиться к нулю или к бесконечности, в зависимости от состава модели и значений других параметров. Было зафиксировано значение  $q_b = 0.4$  кпк, при котором правило выбора таких параметров (см. раздел 5.3) приблизительно выполняется в любом случае.

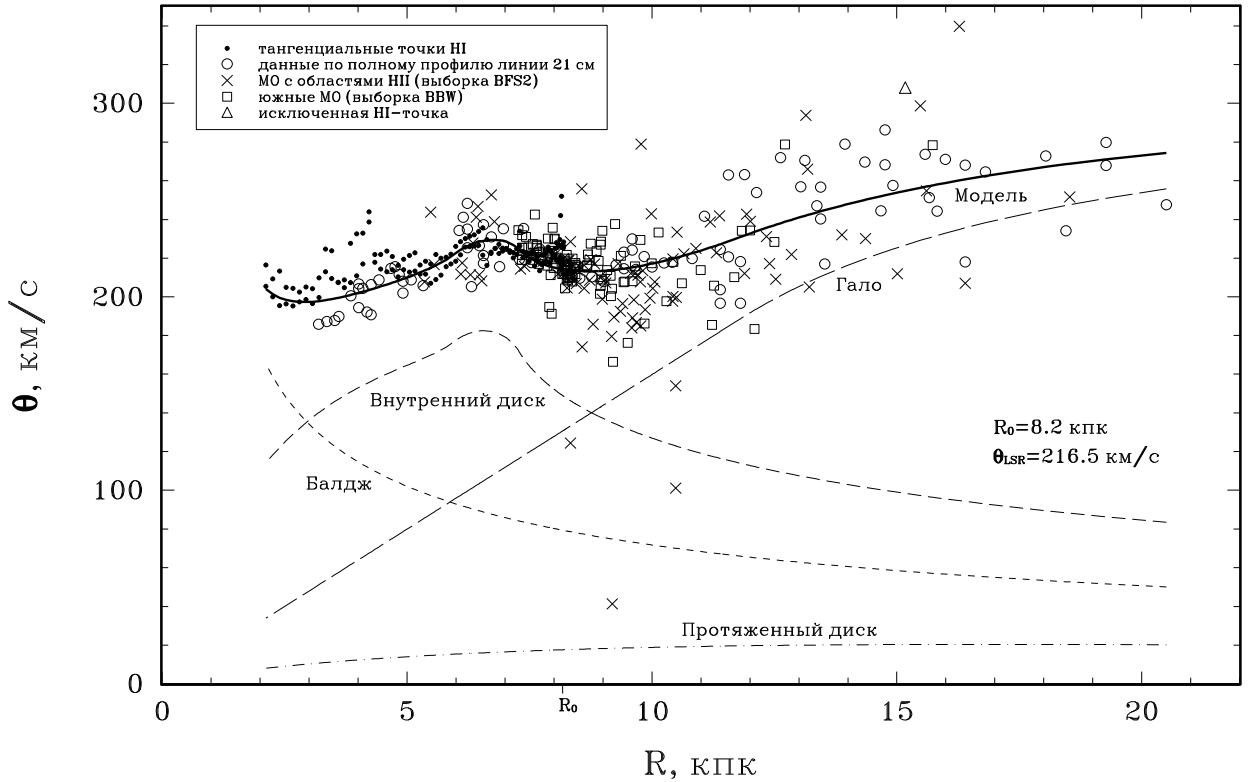


**Рисунок 5.1.** Пример модели распределения масс в Галактике для традиционного состава: балдж, неусеченный тонкий диск и псевдо-изотермическое гало ( $R_h = 0$  кпк). Зафиксированы параметры:  $h = 4$  кпк,  $a_b = 2.1$  кпк,  $q_b = 0.4$  кпк,  $q_h = 9.0$  кпк.

#### 5.4.1. Модель с одним резким падением плотности в диске

Сначала была поставлена упрощенная задача — воспроизвести лишь прогиб на КВ. С этой целью *неусеченный диск* в традиционной *трехкомпонентной модели* был заменен *усеченным*. Попытки оптимизации такой модели показали, что наблюдаемый прогиб требует усечения на  $R_d \sim 7.4$  кпк  $< R_0$ . Это означает, что в модели дисковая составляющая на  $R = R_0$  отсутствует, что очевидно противоречит наблюдениям. Поэтому *в модель была введена четвертая компонента — неусеченный диск* — для представления дисковой составляющей на  $R > R_d$ , т.е. за радиусом, где заканчивается резкое падение плотности в диске. При этом какого-либо физического различия между двумя дисковыми компонентами не предполагалось. Подобная составная модель диска, в котором плотность падает, но не до нуля, использовалась также для моделирования галактики NGC 157 [230].

В рамках получившейся четырехкомпонентной модели для характеристического радиуса  $q_h$  псевдо-изотермического гало (при  $R_h = 0$ ), как и для  $q_b$ , не удастся получить точечную оценку. В ходе оптимизации  $q_h \rightarrow \infty$ , что в пределе соответствует однородной сфере. Если принять  $\rho_h = \text{const}$ , то модельная КВ будет почти линейно расти на больших  $R$ , что плохо согласуется с отсутствием роста за изломом на наблюдаемой КВ. В попытке сочетать участок роста и „плато” на внешней КВ для гало была принята составная модель (5.6). Наличие в модели однородного внутреннего гало согласуется в выводе Эйнасто об очень слабой концентрации темной материи к центру Галактики (например, [123]).

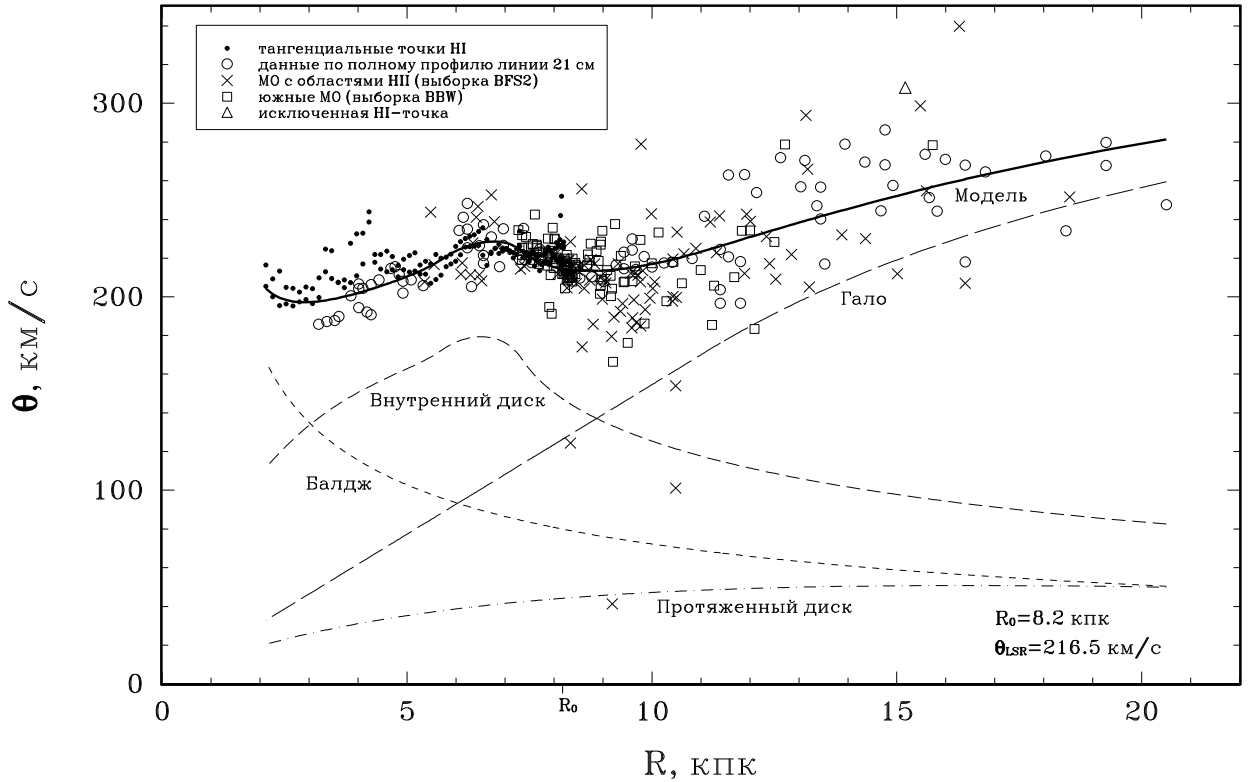


**Рисунок 5.2.** Модель, включающая балдж, внутренний усеченный диск, протяженный неусеченный диск и составное гало, для  $q_h = 2.5$  кпк (зафиксирован также параметр  $a_b = 2.1$  кпк).  $\Sigma_\odot = 1.8 M_\odot/\text{пк}^2$ .

Попытки оптимизация модели „балдж + усеченный внутренний диск + неусеченный протяженный диск + составное гало” показали, что прогиб КВ может быть воспроизведен удовлетворительно ( $\Delta\theta_{\text{dip}} \sim 15 \div 16$  км/с). Однако задачи представления излома КВ и построения модели с реалистичной локальной поверхностной плотностью диска,  $\Sigma_\odot \equiv \Sigma(R_0) \gtrsim 40 M_\odot/\text{пк}^2$  [197, 198], оказались трудносовместимыми. Излом и плато КВ на больших  $R$  лучше описываются при малых  $q_h$  (в пределе  $q_h \rightarrow 0$ ), но тогда плотность протяженного диска получается ничтожной (рис. 5.2), т.к. 1) наличие дополнительной массивной компоненты с плотностью, спадающей относительно медленно, не способствует воспроизведению плато КВ; 2) масштаб  $h$  протяженного диска должен быть достаточно большим,  $\gtrsim 7 \div 8$  кпк, чтобы получился заметный прогиб КВ. При больших  $q_h$  плотность  $\Sigma_\odot$  увеличивается, но, во-первых, она все равно остается много меньше  $40 M_\odot/\text{пк}^2$ , и, во-вторых, излом и плато КВ тогда практически не воспроизводятся (рис. 5.3). Таким образом, в данных предположениях о компонентах можно построить модель с прогибом, но не удастся построить модель, одновременно реалистичную и детально воспроизводящую внешнюю часть КВ Галактики.

#### 5.4.2. Модель с двумя резкими падениями плотности в диске

Излом КВ может быть связан с усечением массивного диска Галактики на  $R_d \sim (1.7 \div 1.8)R_0$  [157]. Ряд результатов говорит в пользу такой интерпретации: 1) усечение оптического диска наблюдается на  $R_d \sim 1.65R_0$  по ПЗС-данным в по-



**Рисунок 5.3.** То же, что на рис. 5.2, но для  $q_h = 10.8$  кпк.  $\Sigma_\odot = 11.0 M_\odot/\text{пк}^2$ .

лосах  $B$  и  $V$  [226]; 2) усечение диска на  $R_d \sim 1.8R_0$  обнаруживается по подсчетам  $G$ - и  $K$ -гигантов на основе данных глубокого обзора в ближнем ИК-диапазоне [228]; 3) одним из возможных объяснений искривления звездного диска по данным ИК-обзора является усечение диска на  $R_d \lesssim 1.75R_0$  [214]. Кроме того, искривление водородного слоя не обязательно связано с падением плотности в диске на  $R \lesssim R_0$ , но может быть и следствием его внешнего усечения: при моделировании в [240] искривление газового слоя получается не вне, а внутри радиуса усечения. Исходя из всего этого, *протяженный неусеченный диск в модели был заменен усеченным*. Физического различия между внутренним и протяженным диском, как и в предыдущей секции, не предполагается. Для удобства ссылок в дальнейшем после обозначения дискового параметра в скобках будет указываться обозначение компоненты, к которой он относится: „inn” соответствует внутреннему диску, „ext” — протяженному.

Модель „балдж + усеченный внутренний диск + усеченный протяженный диск + составное гало” первоначально оптимизировалась относительно всех параметров (кроме зафиксированных ранее  $Z_0$ ,  $\epsilon$ ,  $q_b$  и  $a_h$ ). В рамках этой модели функция  $\zeta_1^2(q_h)$  также не имеет минимума: в ходе оптимизации  $q_h \rightarrow 0$ . По-видимому, этот результат отражает резкость перехода к „плато” КВ на больших  $R$ . В соответствии с правилом фиксации параметров в таких случаях (раздел 5.3) было принято значение  $q_h = 2.5$  кпк. Кроме того, радиальный масштаб протяженного диска  $h(\text{ext}) \rightarrow \infty$  [поскольку с ростом  $h(\text{ext})$  прогиб КВ получается более глубоким, как указывалось в секции 5.4.1]. Однако от  $h(\text{ext})$  сильно зависит локальная плотность диска  $\Sigma_\odot$  [она растет с ростом  $h(\text{ext})$ ]. Поэтому если величину  $\Sigma_\odot$  зафиксировать по дополнительным данным, то  $h(\text{ext})$  может быть определен



однозначно. Такая калибровка  $h$  по  $\Sigma_{\odot}$  применялась, например, в [179]. Причина зависимости  $\Sigma_{\odot}$  от  $h(\text{ext})$ , по-видимому, следующая. С ростом  $h(\text{ext})$  уменьшается отношение  $R_d/h$  и, следовательно, спадение КВ диска на  $R > R_d$  становится более резким [101, рис. 3], поэтому описание излома КВ за счет усечения диска получается более „эффективным”, чем за счет особенности в гало на  $R_h$ ; отсюда и увеличение плотности протяженного диска. Если  $h(\text{ext})$  уменьшается, то снижается и „эффектность” диска при воспроизведении излома, и тогда плотность диска падает, чтобы глубже получился прогиб КВ. При любом фиксированном  $h(\text{ext})$  решение для  $\Sigma_{\odot}$  (и для  $\Sigma_{\odot}$ ) является компромиссом между требованиями воспроизвести прогиб и излом одновременно.

Локальная поверхностная плотность галактического диска  $\Sigma_{\odot}$  известна пока со значительной неопределенностью [144, 163, 198]. Только оценки вклада в  $\Sigma_{\odot}$  звездной составляющей диска находятся в пределах от 26 до 145  $M_{\odot}/\text{пк}^2$  [198]. Однако большинство недавних работ (в том числе по данным Pirragos), использующих как метод суммирования вкладов видимых составляющих, так и динамический метод, свидетельствует в пользу  $\Sigma_{\odot} \sim 50 M_{\odot}/\text{пк}^2$  [156, 166, 198]. Исходя из неопределенностей локальной объемной плотности („предела Оорта”) 6%–18% [156] и вертикального масштаба диска 20%–30% [162, 196], ошибку  $\Sigma_{\odot}$  можно оценить в 20%–35%. Поэтому здесь принята оценка  $\Sigma_{\odot} = (50 \pm 15) M_{\odot}/\text{пк}^2$ . Данная величина ошибки  $\Sigma_{\odot}$  не противоречит рекомендациям [144, 198].

При дальнейшей оптимизации модели в рамках сделанных предположений оказалось, что формально длина участка усечения протяженного диска  $\delta(\text{ext}) \rightarrow 0$ , т.е.  $\zeta^2(\mathbf{a})$  стремится к минимуму при неправдоподобно резком усечении. Это происходит из-за единственной Н I-точки  $(R, \theta) \approx (15.17, 308.0)$  из серии [20]. Данная точка находится в окрестностях излома и существенно выше среднего тренда, а также имеет большой формальный вес. Поэтому она „притягивает” к себе горб на модельной КВ в области усечения, который превращается в пик при  $\delta(\text{ext}) \rightarrow 0$ . В результате  $\zeta^2$  уменьшается, т.к. точки с большими весами ниже тренда в данном месте отсутствуют. Указанная точка была исключена как вероятно ошибочная, поскольку она сильно отклоняется от других точек серии [20].

В сделанных предположениях и после исключения одной Н I-точки параметры модели, оставшиеся свободными, удалось оптимизировать, т.е. получить их точечные оценки внутри областей определения. Число независимых свободных параметров в этой задаче  $M = 11$ ; в них не входит  $h(\text{ext})$ , т.к. он калибруется внешним (по отношению к КВ) предположением. Результаты приведены в табл. 5.1: третья колонка содержит значения параметров, т.е. точечные оценки для свободных параметров и принятые величины для фиксированных (последние указаны в скобках); четвертая — формальные доверительные интервалы для уровня  $1\sigma$ ; пятая — интервал систематических ошибок за счет изменения  $\Sigma_{\odot}$  на 15  $M_{\odot}/\text{пк}^2$  (верхняя строка соответствует увеличению  $\Sigma_{\odot}$ , нижняя — уменьшению); суммирование в квадратах двух предыдущих интервалов дает общий интервал ошибок, указанный в шестой колонке.  $M_d, M_D, M_b, M_h$  и  $M_G$  — массы отдельных дисковых компонент, всего диска, балджа, гало и всей Галактики, соответственно.  $M_h$  и  $M_G$  включают массу в пределах  $R_g = 20.5$  кпк; этот радиус соответствует  $R$  самой внешней Н I-точки (серия [179]).

У обоих дисковых компонент параметры  $r_d$  и  $\delta$  сильно коррелируют друг с другом [коэффициент корреляции  $c(r_d, \delta) \sim 0.8 \div 0.9$ ]. По этой причине для каждого из данных параметров граница одного из доверительных полуинтервалов совпа-

Таблица 5.1. Параметры модели распределения масс в Галактике

Компонента	Параметр	Значение	Статис. ошибка	Систем. ошибка	Общая ошибка	Единицы измерения
Внутренний диск (inn)	$h$	2.91	$+\infty$ $-0.4$	$+0.1$ $-0.0$	$+\infty$ $-0.4$	кпк
	$Z_0$	(250)				пк
	$r_d$	5.88	$+0.5$ $-5.9$	$-0.02$ $+0.009$	$+0.5$ $-5.9$	кпк
	$\delta$	1.36	$+5.9$ $-0.6$	$+0.07$ $-0.02$	$+5.9$ $-0.6$	кпк
	$R_d$	7.24	$+0.20$ $-0.22$	$+0.05$ $-0.008$	$+0.21$ $-0.22$	кпк
	$\Sigma_0$	811	$+260$ $-480$	$+10$ $-0.4$	$+260$ $-480$	$\mathcal{M}_\odot/\text{пк}^2$
	$\rho_{00}$	1.62	$+0.5$ $-1.0$	$+0.02$ $-0.007$	$+0.5$ $-1.0$	$\mathcal{M}_\odot/\text{пк}^3$
	$\mathcal{M}_d$	2.87	$+0.31$ $-0.30$	$+0.10$ $-0.01$	$+0.33$ $-0.30$	$10^{10}\mathcal{M}_\odot$
	Протяженный диск (ext)	$h$	8.5	$-$	$+3.2$ $-1.9$	$+3.2$ $-1.9$
$Z_0$		(250)				пк
$r_d$		13.9	$+1.0$ $-0.3$	$-0.07$ $+0.006$	$+1.0$ $-0.3$	кпк
$\delta$		0.96	$+0.5$ $-0.96$	$+0.05$ $-0.02$	$+0.5$ $-0.96$	кпк
$R_d$		14.86	$+0.35$ $-0.6$	$-0.02$ $+0.002$	$+0.35$ $-0.6$	кпк
$\Sigma_0$		132	$+0.33$ $-0.31$	$-0.6$ $-11$	$\pm 33$	$\mathcal{M}_\odot/\text{пк}^2$
$\Sigma_\odot$		( $50 \pm 15$ )				$\mathcal{M}_\odot/\text{пк}^2$
$\rho_{00}$		0.264	$+0.07$ $-0.06$	$-0.001$ $-0.02$	$\pm 0.07$	$\mathcal{M}_\odot/\text{пк}^3$
$\mathcal{M}_d$		3.02	$+0.8$ $-0.7$	$\pm 0.9$	$\pm 1.2$	$10^{10}\mathcal{M}_\odot$
Весь диск	$\mathcal{M}_D$	5.90	$\pm 0.7$	$+1.0$ $-0.9$	$+1.2$ $-1.1$	$10^{10}\mathcal{M}_\odot$
Балдж	$q_b$	(0.4)				кпк
	$\varepsilon$	(0.6)				
	$a_b$	2.12	$+0.6$ $-2.1$	$+0.00004$ $+10^{-5}$	$+0.6$ $-2.1$	кпк
	$\rho_b(0)$	16.8	$+\infty$ $-5$	$+0.3$ $-0.1$	$+\infty$ $-5$	$\mathcal{M}_\odot/\text{пк}^3$
	$\mathcal{M}_b$	1.12	$\pm 0.3$	$+0.02$ $-0.007$	$\pm 0.3$	$10^{10}\mathcal{M}_\odot$

Таблица 5.1. Окончание

Компонента	Параметр	Значение	Статис. ошибка	Систем. ошибка	Общая ошибка	Единицы измерения
Гало	$q_h$	(2.5)				кпк
	$a_h$	(70)				кпк
	$R_h$	13.3	+0.9 −0.7	+0.9 −0.5	+1.3 −0.8	кпк
	$A_h$	0.304	+0.018 −0.02	−0.007 +0.01	$\pm 0.02$	$M_\odot/\text{пк}^3$
	$\rho_h(R_h)$	1.00	$\pm 0.1$	$\mp 0.14$	$\pm 0.17$	$10^{-2} M_\odot/\text{пк}^3$
	$M_h$	2.56	$\pm 0.14$	−0.19 +0.20	$\pm 0.2$	$10^{11} M_\odot$
	Вся Галактика	$M_G$	3.27	$\pm 0.09$	−0.08 +0.11	+0.14 −0.12

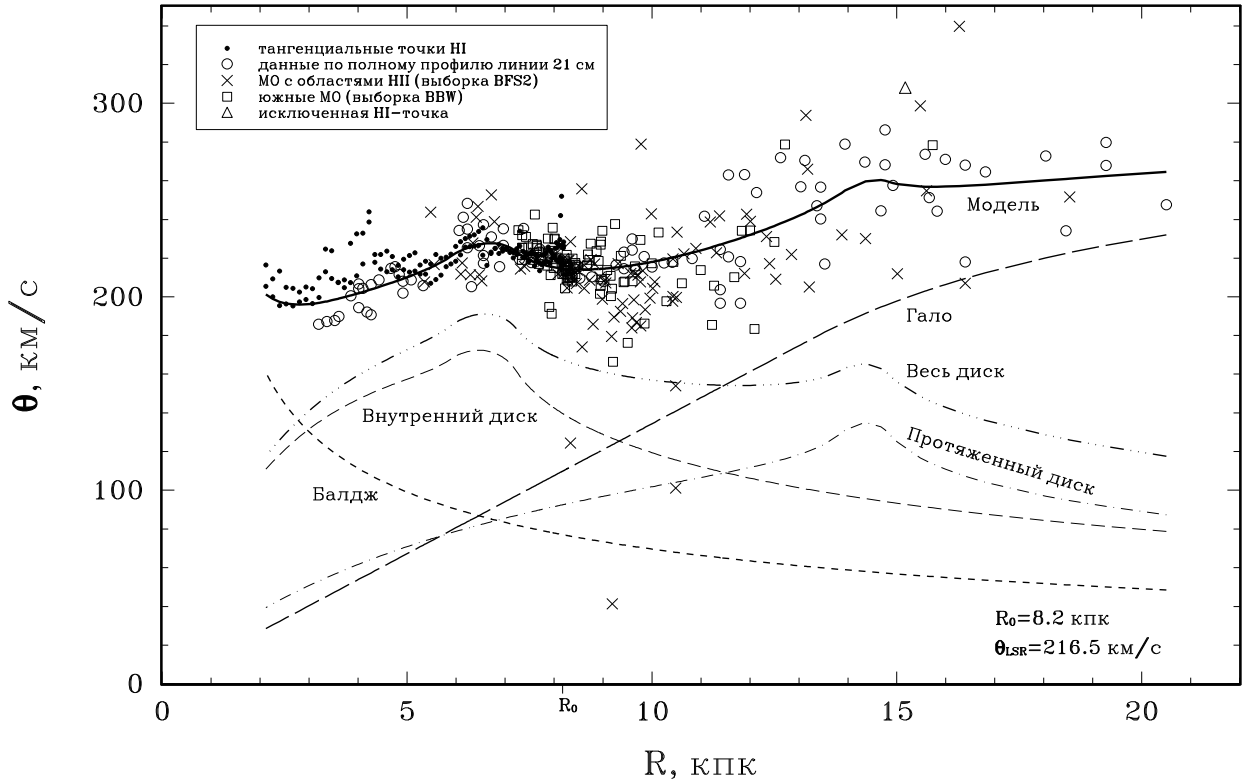
дает с границей области определения параметра, т.к. статистика  $\zeta_1^2$  не достигает (немного) уровня  $1\sigma$  даже на этой границе.левой границей доверительного интервала в случае  $r_d(\text{inn})$  и  $\delta(\text{ext})$  является 0, а правой границей в случае  $\delta(\text{inn})$  —  $R_d(\text{inn})$ , в случае  $r_d(\text{ext})$  —  $R_d(\text{ext})$  (табл. 5.1). Однако суммы  $r_d$  и  $\delta$ , т.е.  $R_d$ , определяются весьма точно (табл. 5.1). Это означает, что КВ, давая надежные оценки внешних радиусов усечений (резких падений плотности в диске), слабо ограничивает положение точки начала усечения: даже значительное уменьшение  $r_d(\text{inn})$  и увеличение  $r_d(\text{ext})$  до  $R_d(\text{ext})$  мало ухудшают согласие модели с наблюдательными данными.

Указанная корреляция отчасти объясняет и полубесконечный доверительный интервал для  $h(\text{inn})$ : уменьшение  $r_d(\text{inn})$  требует формального роста  $h(\text{inn})$  (видимо, чтобы не получились более низкие плотность и скорость вращения на  $R \sim 5 \div 7$  кпк), а поскольку  $\zeta_1^2[r_d(\text{inn})]$  не выходит на уровень  $1\sigma$  даже при  $r_d(\text{inn}) = 0$  кпк, то и  $h(\text{inn})$  не ограничена сверху на этом доверительном уровне. К тому же, величина  $h(\text{inn})$  непосредственно не влияет на  $\zeta^2$  при  $r_d(\text{inn}) \lesssim 2$  кпк, т.к. внутри этого радиуса нет сопоставления с данными. Из-за того что  $h(\text{inn})$  не ограничен сверху, параметр  $\Sigma_0(\text{inn})$  получается слабо ограниченным снизу (табл. 5.1).

Табл. 5.1 показывает, что варьирование  $\Sigma_\odot$  на  $15 M_\odot/\text{пк}^2$  умеренно сдвигает  $h(\text{ext})$ , но мало изменяет точечные оценки большинства параметров; влиянием  $\Sigma_\odot$  на некоторые параметры можно пренебречь. Заметное влияние есть на  $M_d(\text{ext})$ ,  $M_D$ , на все параметры гало и на общую массу Галактики. Однако и в этих случаях систематические ошибки существенно не превышают статистические и, следовательно, не увеличивают сильно общие доверительные интервалы.

Модельная КВ и вклады компонент представлены на рис. 5.4, модельная функция поверхностной плотности в диске — на рис. 5.5.

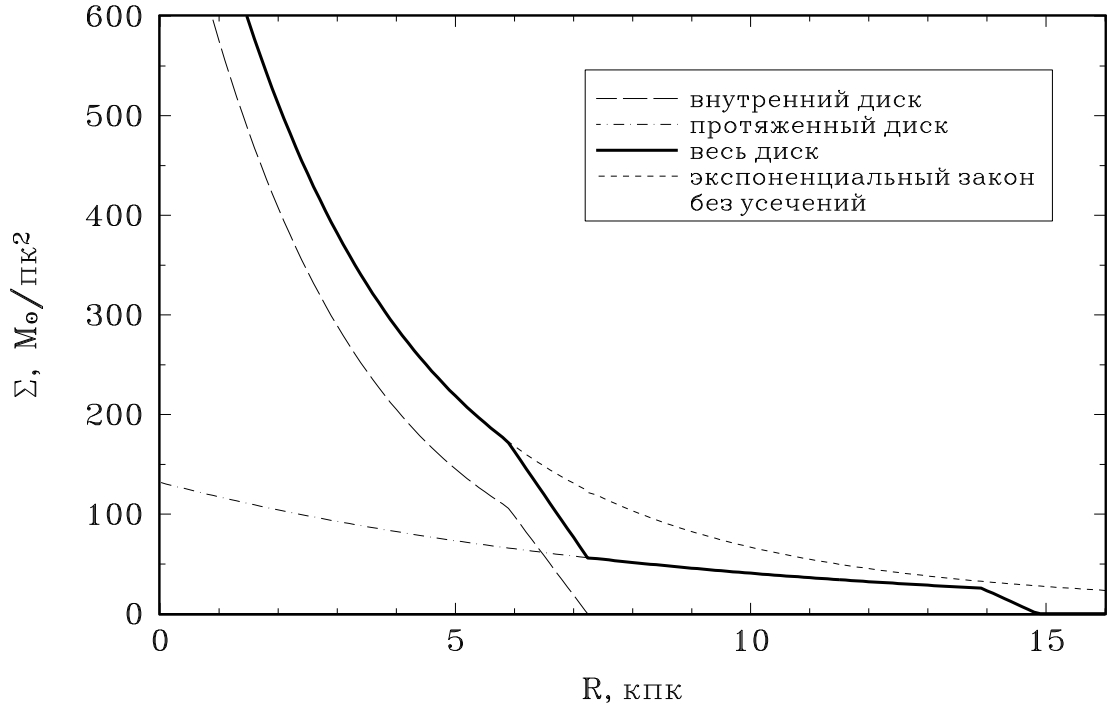
В этой модели получается прогиб с  $\Delta\theta_{\text{дip}} = 13.5$  км/с между  $R = 6.7$  и  $8.6$  кпк. Для этого требуется падение поверхностной плотности в диске до 45.5% от уровня строго экспоненциального закона, т.е. суммы функций  $\Sigma(R)$  для двух неусеченных дисков с теми же значениями  $h$  и  $\Sigma_0$ , что были получены для усеченных дисков (рис. 5.5). Таким образом, наблюдаемый прогиб КВ в целом воспроизводится, хо-



**Рисунок 5.4.** Модель, включающая балдж, два усеченных диска (внутренний и протяженный) и составное гало. Зафиксированы параметры:  $q_b = 0.4$  кпк,  $q_h = 2.5$  кпк.

тя модельный прогиб несколько меньше и резче, чем в полиномиальной аппроксимации  $\Theta_7$  (раздел 4.4). Глубина модельного прогиба управляется в некоторой степени величиной  $\Sigma_\odot$ : чем последняя больше, тем больше  $h(\text{ext})$  и, следовательно,  $\Delta\theta_{\text{dip}}$  (см. выше). При этом увеличение  $\Sigma_\odot$  приводит к значительно большему изменению характеристик прогиба, чем уменьшение  $\Sigma_\odot$  на ту же величину. Так, при  $\Sigma_\odot = 66.4 M_\odot/\text{пк}^2$  получается  $h(\text{ext}) = 12.0$  кпк и прогиб с  $\Delta\theta_{\text{dip}} = 14.5$  км/с на  $R = 6.8 \div 8.7$  кпк ( $\Sigma$  падает до уровня 50%); при  $\Sigma_\odot = 35.7 M_\odot/\text{пк}^2$  —  $h(\text{ext}) = 6.7$  кпк, и прогиб с  $\Delta\theta_{\text{dip}} = 13.4$  км/с на  $R = 6.7 \div 8.6$  кпк ( $\Sigma$  падает до уровня 38%). Однако если принятые пределы  $\Sigma_\odot = (50 \pm 15) M_\odot/\text{пк}^2$  верны (в [144, 198] они даже уже), то модельный прогиб в любом случае несколько меньше среднего наблюдаемого ( $\Delta\theta_{\text{dip}} = 18.8 \pm 2$  км/с) и по своим параметрам ближе к прогибу по HI-данным ( $\Delta\theta_{\text{dip}} = 10.8 \pm 2.5$  км/с на  $R = 6.3 \div 9.1$  кпк), чем к прогибу по МО ( $\Delta\theta_{\text{dip}} = 26.2 \pm 3$  км/с на  $R = 6.5 \div 9.8$  кпк). Таким образом, в рамках данной модели при реалистичных предположениях о  $\Sigma_\odot$  не удастся получить прогиб, сильно превышающий 10 км/с. Все это говорит в пользу того, что лишь прогиб КВ по HI может быть полностью объяснен падением плотности в диске Галактики. Если верна интерпретация различия „HI-МО”, предложенная в секции 4.5.2, то большой прогиб КВ по МО может быть результатом комбинации двух эффектов в этом месте Галактики: падения плотности в диске на  $R \lesssim R_0$  и падения формальной скорости вращения в околосолнечном секторе Галактики из-за возмущений от спиральной волны плотности с амплитудой  $\sim 15$  км/с [193].

Излом во внешней части КВ воспроизводится хорошо (рис. 5.4). Полученная динамическая оценка радиуса усечения диска  $R_d(\text{ext}) = 14.9^{+0.4}_{-0.6}$  кпк  $= (1.81^{+0.04}_{-0.07})R_0$



**Рисунок 5.5.** Функция поверхностной плотности дисковой составляющей в модели, представленной на рис. 5.4.

близко согласуется с непосредственными измерениями этого радиуса (см. начало этой секции).

Среднее значение  $h$  диска Галактики по недавним определениям —  $3 \pm 1$  кпк [57]. Модельная величина  $h(\text{inn}) = 2.9$  кпк близка к этому среднему. С другой стороны, больший радиальный масштаб протяженного диска согласуется с данными по толщине слоя HI, свидетельствующими о некотором увеличении  $h$  на больших  $R$  [179].

Локальная плотность гало  $\rho_h(R_0) = \rho_h(R_h) = (1.0 \pm 0.1) \times 10^{-2} M_\odot/\text{ПК}^3$ , полученная в модели, не противоречит свидетельствам об отсутствии большого количества темной материи в окрестностях Солнца (например, [156, 161]) и совпадает с современной оценкой ее локальной плотности  $(1.1 \pm 0.5) \times 10^{-2} M_\odot/\text{ПК}^3$ , найденной из сравнения предела Оорта для „видимой” материи с динамической его оценкой [198].

Если отказаться от особенности в гало на  $R \sim 13$  кпк, т.е. при  $R_h = 0$  кпк, плато во внешней части КВ воспроизвести удастся при достаточно большом  $q_h$ , но тогда получается избыточная плотность  $\Sigma_\odot \sim 80 M_\odot/\text{ПК}^2$ . Если при  $R_h = 0$  кпк зафиксировать  $\Sigma_\odot = 50 M_\odot/\text{ПК}^2$ , усечение протяженного диска практически не скажется на КВ и она получится растущей без излома.

Для данной модели коэффициент  $k_G$  [см. формулу (1.12)] на  $R_g = 20.5$  кпк получается равным 0.98. В сделанных предположениях оценка общей массы Галактики  $M_G(20.5 \text{ кпк}) = (3.3 \pm 0.1) \times 10^{11} M_\odot$ ; указанный доверительный интервал учитывает лишь формальную ошибку и неопределенность  $\Sigma_\odot$  (табл. 5.1). Ошибка  $M_G$  за счет неопределенности  $R_0$  и  $\omega_{\text{LSR}}$  значительно больше. Если принять  $\sigma_{R_0} = 0.7$  кпк (раздел 4.3),  $\sigma_{\omega_{\text{LSR}}} = 1.9$  кпк [163], то с учетом  $k_G = 0.98$  внешняя ошибка  $M_G$  составит  $1.7 \times 10^{11} M_\odot$ .

При  $a_h = 70$  кпк масса всей Галактики  $M_G(a_h) = 9.6 \times 10^{11} M_\odot$ , локальные ( $R = R_0, Z = 0$  кпк) параболическая скорость  $V_\infty = 633$  км/с, скорость достижения границы Галактики  $V_{a_h} = 532$  км/с. Из наблюдений локальную скорость убегания пока нельзя определить надежно (в основном, из-за недостатка статистики) [133, 141]. Нижняя граница этой скорости по новым данным — 420–470 км/с [141], сама скорость находится с вероятностью 90% в пределах от 450 до 650 км/с (см. [133]). Модельные значения  $V_\infty$  и  $V_{a_h}$  не противоречат этим результатам. Поскольку внешний радиус Галактики  $a_h$  был выбран произвольно по отношению к использованным данным о вращении, то модельные  $M_G(a_h)$ ,  $V_\infty$  и  $V_{a_h}$  также в некоторой степени произвольны. Так, при тех же значениях других параметров принятие  $a_h = 100$  кпк приводит к  $M_G(a_h) = 1.4 \times 10^{12} M_\odot$ ,  $V_\infty = 688$  км/с,  $V_{a_h} = 592$  км/с;  $a_h = 50$  кпк — к  $M_G(a_h) = 6.4 \times 10^{11} M_\odot$ ,  $V_\infty = 577$  км/с,  $V_{a_h} = 471$  км/с.

### 5.5. Заключение

Выполненное моделирование показывает, что резкое падение плотности в галактическом диске может объяснить прогиб КВ глубиной  $\Delta\theta_{\text{dip}} = 13 \div 15$  км/с. Для этого падение плотности должно быть внутри солнечного круга (заканчиваться на  $R_d = 7.2 \pm 0.2$  кпк  $< R_0$ ) и примерно двукратным по сравнению со строго экспоненциальным законом.

Внешнее усечение диска Галактики необходимо для объяснения излома во внешней части КВ. Внешний радиус диска в модели  $R_d(\text{ext}) = 14.9_{-0.6}^{+0.4}$  кпк хорошо согласуется с непосредственными измерениями радиуса усечения галактического диска. Другим необходимым условием для воспроизведения излома является наличие особенности распределения масс в гало — перехода на  $R_h = 13 \pm 1$  кпк от однородного внутреннего гало к внешнему с быстрым падением плотности. По отдельности усечение диска и особенность в гало излома КВ не объясняют.

В целом модель с двумя резкими падениями плотности в диске удовлетворительно воспроизводит детали наблюдаемой КВ.

Построенная модель — динамическая, исследовательская, с фиксированными входными параметрами (см. раздел 1.6), пространственно-кинематическая, дискретно-составная крупномасштабная, конкретная, эмпирическая (согласно классификации в [33]).

## Основные результаты и выводы

1. Разработана открытая для дополнений трехмерная классификация измерений  $R_0$ , однозначно отображающая специфику ошибок разных видов в разных подходах и различие определений понятия „центр Галактики”. Показано, что классификация с такими свойствами не может иметь один определяющий признак, т.е. быть одномерной. В предложенной классификации измерения  $R_0$  подразделяются независимо по трем признакам: 1) по типу собственно метода определения  $R_0$ , т.е. анализа опорных расстояний, 2) по способу нахождения опорных расстояний и 3) по типу опорных объектов. Классификация удобна тем, что класс измерения  $R_0$  сразу указывает вероятные источники ошибок, принципиальные преимущества и недостатки метода и, следовательно, возможные направления его совершенствования. Отдельно для кинематических методов, отличающихся большим разнообразием, разработана детальная многомерная классификация.

2. Предложены общие правила разработки и совершенствования методов кинематического оценивания  $R_0$ , имеющие целью минимизировать систематические ошибки: следует стремиться определять все параметры задачи совместно, используя как можно более однородные данные и избегая дополнительных (избыточных и упрощающих) предположений. Предложенные в диссертации алгоритмы пространственно-кинематического моделирования построены с учетом этих правил.

3. Разработан кинематический метод определения  $R_0$ , включающий оптимизацию сглаженности модели вращения, применимый к произвольной однородной плоской подсистеме Галактики. При помощи численного моделирования показана обоснованность алгоритма анализа, в частности, выбора допустимых порядков модели вращения. Благодаря оптимизации порядка модели далекие объекты не искажают решение и сглаживают влияние локальных аномалий.

4. Разработано два метода определения  $R_0$  способом сопоставления данных об опорных объектах с данными о вращении Н I, в которых, в отличие от традиционных методов, закон вращения по Н I не рассматривается как известный точно, оптимизируется порядок модели вращения и учитывается средний сдвиг между скоростями вращения опорных объектов и Н I.

5. По результатам применения предложенных трех методов к данным о молекулярных облаках (МО) выведена итоговая оценка  $R_0 = 8.2 \pm 0.7$  кпк. Для этого значения  $R_0$  получена согласованная система других галактических постоянных по объединенным данным о МО и Н I:  $AR_0 = 141 \pm 4$  км/с,  $A = 17.2 \pm 0.5$  км/с/кпк;  $\theta_{\text{LSR}} = 216.5 \pm 24$  км/с,  $\theta_0 = 215 \pm 24$  км/с (при  $\omega_{\text{LSR}} = 26.4 \pm 1.9$  км/с/кпк).

6. Получено остаточное движение Местного стандарта покоя (МСП) относительно молекулярных облаков:  $\Delta\theta_{\text{LSR}} = 2.6 \pm 1.3$  км/с,  $\Pi_{\text{LSR}} = -2.8 \pm 1.2$  км/с. Показано, что азимутальную компоненту остаточного движения МСП не следует фиксировать при пространственно-кинематическом моделировании, поскольку, с одной стороны, ее величина сильно влияет на оценку  $R_0$ , а, с другой стороны, указанное движение не является универсальной характеристикой локальной кинематики, отражая, в основном, особенности рассматриваемой подсистемы и ис-

пользуемых данных.

7. Обнаружено значимое различие между сглаженными кривыми вращения HI и MO во II и III галактических квадрантах. Предложена возможная интерпретация этого различия как проявления спиральной волны плотности. Получены согласованные системы галактических постоянных для подсистем HI и MO по отдельности. Найденное различие „HI-MO” и систематические ошибки рассмотренных видов позволили объяснить всю совокупность  $R_0$ -результатов, полученных ранее по MO и сходным объектам.

8. Определены оптимально-сглаженные кривые вращения подсистемы HI, подсистемы MO и средняя для двух подсистем. Выделены наиболее значимые детали кривых вращения: прогиб, последующий рост и излом.

9. На основе новой классификации измерений  $R_0$  и выполненного обзора выведена „наилучшая” оценка  $\langle R_0 \rangle_{\text{best}} = 7.9 \pm 0.2$  кпк по совокупности результатов, найденных в литературе.

10. Исследована возможность построения простого метода анализа наблюдаемой дисперсии лучевых скоростей, основанного на методе наименьших квадратов. Показано, что такой метод может дать приблизительную оценку средней случайной ошибки расстояний в каталоге и скорректированное значение дисперсии скоростей при умеренных относительных ошибках расстояний.

11. Впервые построена динамическая модель Галактики, которая детально воспроизводит кривую вращения Галактики, в основном, за счет допущения двух резких падений плотности в галактическом диске. Свободные параметры модели определены в результате строгого решения задачи оптимизации. Оценены доверительные интервалы для свободных и производных параметров. Установлено, что по кривой вращения можно надежно определить радиусы, где заканчиваются резкие падения плотности в диске ( $R_d = 7.2 \pm 0.2$  и  $14.9_{-0.6}^{+0.4}$  кпк), но радиусы начала падения данными о вращении ограничиваются плохо. Для воспроизведения прогиба кривой вращения требуется по крайней мере двукратное падение плотности по сравнению со строго экспоненциальным законом. Излом кривой вращения можно объяснить внешним усечением диска Галактики и наличием перехода на  $R_h = 13 \pm 1$  кпк от однородного внутреннего гало к внешнему с быстрым падением плотности.

Укажем некоторые возможные направления дальнейших исследований по темам, затронутым в диссертации.

А. В пространственно-кинематическом моделировании однородной галактической подсистемы перейти к двумерной оптимизации (см. разделы 3.10 и 3.11). Для этого потребуется найти эффективное решение задачи определения по остаточным лучевым скоростям параметров эллипсоида скоростей и случайной неопределенности гелиоцентрических расстояний  $r$ . Также было бы полезно изучить и сравнить систематические смещения оценки  $R_0$  при одно- и двумерной оптимизациях для разных предположений о неопределенности  $r$  (об этом имеются лишь отрывочные сведения [212, 227]).

Б. Учесть в кинематической модели влияния систематических некруговых движений, обусловленных спиральной структурой, дисторсией диска и, возможно, другими эффектами. Кинематическое оценивание  $R_0$  при такой модели — очень сложная задача. Пока не ясно, можно ли вообще в случае Галактики отличить по современным данным эффекты разной природы, например, проявления спиральной волны, дисторсии и вариаций плотности? Очевидно, кроме анализа



наблюдательных данных здесь необходимо и численное моделирование. Важны в любом случае предварительные, до моделирования с целью определения  $R_0$ , исследования некруговых движений. В этом плане перспективу, возможно, имеет сравнение с азимутально-усредненной кривой вращения по Н I (см. секцию 4.5.2 и [193]), которое было бы интересно выполнить и для других объектов.

В. Используя разработанные методы, выполнить пространственно-кинематическое моделирование для других галактических подсистем по новым данным, в частности, по объектам с абсолютными расстояниями  $r$ .

Г. В других классах измерений  $R_0$  также можно разработать более совершенные методы, учитывая систематику существующих подходов.

Д. Алгоритм выведения „наилучшей” оценки  $R_0$ , использованный в разделе 4.6, не является единственно возможным в рамках принятой классификации методов. Необходимо изучить зависимость результата от сделанных предположений и выполнить более детальный анализ данных об оценках  $R_0$ .

Е. Выяснить, может ли в реальности калибровка по внешним галактикам с учетом всех неопределенностей дать дополнительные ограничения на величину постоянной  $\theta_{\text{LSR}}$ ; если да, установить эти ограничения.

Ж. Исследовать, как изменяются результаты детального динамического моделирования Галактики при варьировании  $R_0$  и, особенно,  $\theta_{\text{LSR}}$ : при каких значениях  $\theta_{\text{LSR}}$  меняется состав модели и свойства связей между параметрами, изменяется ли качество воспроизведения наблюдаемой кривой вращения.

В заключении автор приносит глубокую благодарность научному руководителю Т. А. Агеяну, которому обязан своим интересом к проблеме  $R_0$  и полезными советами в начальный период работы по этой теме; соавторам, безвременно ушедшей И. В. Петровской и С. Нинковичу, за интересное, полезное и плодотворное сотрудничество; Л. П. Осипкову за его неизменный интерес к работе автора, многолетнюю поддержку и доброжелательные советы; коллегам – звездным астрономам С.А. Кутузову, В. В. Орлову, Н. П. Питьеву, В. А. Антонову и другим участникам семинара ЛГУ/СПбГУ им. К. Ф. Огородникова по звездной астрономии за постоянное внимание к исследованиям автора, ценные замечания и обсуждение. При выполнении вычислений в секции 3.11.4 была использована программа, написанная в качестве учебного задания А. В. Рубиновым.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов ГНТП (ГКНТП) „Астрономия” (2-237, 1.2.3.2, 1.2.4.5), персонального гранта Госкомвуза для молодых ученых (72-2-2.2), Международного научного фонда Сороса (NW4000/4300), грантов РФФИ (96-02-19636, 96-02-19658) и гранта государственной поддержки ведущих научных школ РФ (00-15-96775).

## Список литературы

1. *Агекян Т.А.* Основы теории ошибок для астрономов и физиков. М.: Наука, 1968. 148 с.
2. *Агекян Т.А.* Теория вероятностей для астрономов и физиков. М.: Наука, 1974. 264 с.
3. *Агекян Т.А., Клобовская Е.В.* // Вестник ЛГУ. 1962. № 13. С. 103.
4. *Агекян Т.А., Петровская И.В., Фесенко Б.И.* // Астрон. журн. 1964. Т. 41. С. 1027.
5. *Агекян Т.А., Попович Г., Мельничникова А.Ю.*, Астрон. журн. 1997. Т. 75. С. 152.
6. *Аллен К.У.* Астрофизические величины. М.: Мир, 1977. 446 с.
7. Астрономический календарь. Постоянная часть / Отв. ред. Абалакин В.К. М.: Наука, 1981. С. 552.
8. *Барзатова К.А., Блюм М.Э.* // Астрономо-геодезические исследования. Свердловск: Уральский гос. ун-т, 1986. С. 4.
9. *Барзатова К.А., Герасименко Т.П., Блюм М.Э., Люзанов К.Б.* // Бюл. Абастуманск. астрофиз. обсерв. 1985. № 59. С. 169.
10. *Барзатова К.А., Локтин А.В.* // Астрон. цирк. 1981. № 1164.
11. *Бектасова Н.К.* Кинематические особенности Галактики по нейтральному водороду. Дис. ... кандидата физ.-мат. наук. Алматы: Астрофиз. ин-т им. В. Г. Фесенкова НАН Респ. Казахстан, 1994. 93 с.
12. *Беликов В.Т., Сыровой В.В.* // Астрон. цирк. 1977. № 968. С. 5.
13. *Бердников Л.Н., Возякова О.В., Дамбис А.К.* // Письма в „Астрон. журн. 1996. Т. 22. С. 936.
14. *Бердников Л.Н., Ефремов Ю.Н.* // Астрон. цирк. 1985. № 1388. С. 1.
15. *Боркова Т.В., Марсаков В.А.* // Астрон. журн. 2000. Т. 77. С. 750.
16. *Валеев С.Г.* Регрессионное моделирование при обработке данных. Казань: ФЭН, 2001. 296 с.
17. *Витязев В.В.* Новые методы анализа звездных каталогов и неравномерных временных рядов. Дис. ... доктора физ.-мат. наук. СПб.: СПбГУ, 1999. 316 с.
18. *Герасименко Т.П.* // Астрон. журн. 1998. Т. 75. С. 840.

19. *Герасименко Т.П.* // Всероссийская астрономическая конференция. Тезисы заявленных докладов. СПб: НИИХ СПбГУ, 2001. С. 43.
20. *Герасимов А.Г., Петровская И.В.* // Кинематика и физика неб. тел. 1990. Т. 6. № 5. С. 17.
21. *Давыденкова М.С.* Конус избегания в системе шаровых скоплений и расстояние до центра Галактики. Дипломная работа. СПб: СПбГУ, 2001
22. *Дамбис А.К.* // Письма в „Астрон. журн.“ 1990. Т. 16. С. 522.
23. *Дамбис А.К., Мельник А.М., Расторгуев А.С.* // Письма в „Астрон. журн.“ 1995. Т. 21. С. 331.
24. *Дамбис А.К., Мельник А.М., Расторгуев А.С.* // Письма в „Астрон. журн.“ 2001. Т. 27. С. 68.
25. *Дамбис А.К., Расторгуев А.С.* // Письма в „Астрон. журн.“ 2001. Т. 27. С. 132.
26. *Заболотский М.В., Расторгуев А.С., Дамбис А.К.,* // Письма в „Астрон. журн.“ 2002, Т. 28. С. 516.
27. *Иванов Г.Р., Ефремов Ю.Н., Николов Н.С.* // Переменные звезды. 1983. Т. 21. С. 861.
28. *Колесник И.Г., Юревич Л.В.* // Астрофизика. 1983. Т. 19. С. 761.
29. *Колесник И.Г., Юревич Л.В.* // Кинематика и физика неб. тел. 1987. Т. 3. № 3. С. 72.
30. *Кукаркин Б.В.* Шаровые звездные скопления. М.: Наука, 1974. 136 с.
31. *Куликовский П.Г.* Звездная астрономия. М.: Наука, 1985. 272 с.
32. *Кутузов С.А.* // Кинематика и физика неб. тел. 1988. Т. 4. № 5. С. 39.
33. *Кутузов С.А.* // Методы построения моделей распределения масс в галактиках. Дис. ... доктора физ.-мат. наук. Л.: ЛГУ, 1991. 296 с.
34. *Кутузов С.А., Осипков Л.П.* // Астрон. журн. 1989. Т. 66. С. 965.
35. *Кутузов С.А., Эйнасто Я.* // Публ. Тартуск. астрофиз. обсерв. 1968. Т. 36. № 1–2. С. 341.
36. *Локтин А.В.* // Астрон. журн. 1979. Т. 56. С. 1188.
37. *Локтин А.В., Бешенов Г.В.* // Письма в „Астрон. журн.“ 2001. Т. 27. С. 450.
38. *Локтин А.В., Бешенов Г.В.* // Астрон. журн. 2001а. Т. 78. С. 819.
39. *Малахова Ю.Н., Петровская И.В.* // Кинематика и физика неб. тел. 1992. Т. 8. № 3. С. 100.
40. *Мальшева Т.Г., Пшеничникова Л.А.* // Астрономо-геодезические исследования: Близкие двойные и кратные звезды. Свердловск: Уральский гос. ун-т, 1990. С. 162.

41. *Марочник Л.С., Сучков А.А.* Галактика. М.: Наука, 1984. 392 с.
42. Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Прохоров Ю.В. Ред. кол.: Адян С.И., Бахвалов Н.С., Битюцков В.И., Ершов А.П., Кудрявцев Л.Д., Онищик А.Л., Юшкевич А.П. М.: Большая российская энциклопедия, 1995. С. 343.
43. *Мишуров Ю.Н., Зенина И.А.* // Астрон. журн. 1999. Т. 76. С. 563.
44. *Муза В.С.* // Проблемы компьютерного анализа данных и моделирования. Сборник научных статей / Ред. Харин Ю.С. Мн.: Белорусский гос. ун-т, 1991. С. 130.
45. *Никифоров И.И.* // Вестник ЛГУ. 1990. Сер. 1. Вып. 4. С. 108.
46. *Никифоров И.И.* // Астрофизика. 1999. Т. 42. С. 399.
47. *Никифоров И.И.* // Астрон. журн. 1999. Т. 76. С. 403.
48. *Никифоров И.И.* // Астрофизика. 2000. Т. 43. С. 443.
49. *Никифоров И.И., Никнович С., Петровская И.В.* // Астрофизика на рубеже веков. Сборник трудов / Ред. Кардашев Н.С., Дагкесаманский Р.Д., Ковалев Ю.А. М.: Янус-К, 2001. С. 228.
50. *Никифоров И.И., Петровская И.В.* // Астрон. журн. 1994. Т. 71. С. 725.
51. *Никнович С., Орлов В.В., Петрова А.В.* // Письма в „Астрон. журн.“ 2002. Т. 28. С. 189.
52. *Никнович С., Петровская И.В.* // Астрон. журн. 1992. Т. 69. С. 926.
53. *Петровская И.В.* // Итоги науки и техники. Сер. астрон. 1985. Т. 26. С. 113.
54. *Рассторгуев А.С.* Лучевые скорости звезд и определение структурных и кинематических характеристик Галактики. Дис. ... доктора физ.-мат. наук. М.: Гос. астрон. ин-т им. П.К. Штернберга МГУ им. М.В. Ломоносова, 1995. 164 с.
55. *Рассторгуев А.С., Глушкова Е.В., Дамбис А.К., Заболотский М.В.* // Письма в „Астрон. журн.“ 1999. Т. 25. С. 689.
56. *Рассторгуев А.С., Павловская Е.Д., Дурлевич О.В., Филиппова А.А.* // Письма в „Астрон. журн.“ 1994. Т. 20. С. 688.
57. *Решетников В.П.* // Астрофизика. 2000. Т. 43. С. 197.
58. *Рольфс К.* Лекции по теории волн плотности. М.: Мир, 1980. 208 с.
59. *Ситник Т.Г., Мельник А.М.* // Письма в „Астрон. журн.“ 1999, Т. 25. С. 194.
60. *Сурдин В.Г.* // Астрон. журн. 1980. Т. 57. С. 959.
61. *Сурдин В.Г.* // Астрон. цирк. 1990. № 1545. С. 5.

62. *Цветков А.С.* Кинематика Местной системы звезд. Дис. ... кандидата физ.-мат. наук. СПб.: Науч.-исслед. Астрон. ин-т им. В.В. Соболева СПбГУ, 1999. 132 с.
63. *Юревич Л.В.* // Астрофизика. 1985. Т. 23. С. 265.
64. *Acker A.* // Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. 1978. V. 33. P. 367.
65. *Acker A.* // Astron. and Astrophys. 1980. V. 89. P. 33.
66. *Allen C., Santillán A.* // Revista Mex. Astron. y Astrofís. 1991. V. 22. P. 250.
67. *Alves D.R.* // Astrophys. J. 2000. V. 539. P. 732.
68. *Amaral L.H., Lepine J.R.D.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1997. V. 286. P. 885.
69. *Amaral L.H., Ortiz R., Lepine J.R.D., Maciel W.J.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1996. V. 281. P. 339.
70. *Arp H.C.* // Galactic Structure / Eds Blaauw A., Schmidt M. Chicago: University of Chicago Press, 1965. Ch. 19. P. 401.
71. *Baade W.* // Publ. Astron. Soc. Pacif. 1946. V. 58. P. 249.
72. *Baade W.* // Publ. Obs. Univ. Mich. 1951. V. 10. P. 7.
73. *Backer D.C.* // Unsolved Problems of the Milky Way. IAU Symp. № 169 / Eds Blitz L., Teuben P.J. Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 193.
74. *Backer D.C., Sramek R.A.* // The Galactic Center. Proc. Symp. honoring C.H. Towns / Ed. Backer D.C. AIP Conf. Proc. No. 155. 1987. P. 163.
75. *Backer D.C., Sramek R.A.* // Astrophys. J. 1999. V. 524. P. 805.
76. *Balona L.A., Feast M.W.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1974. V. 167. P. 621.
77. *Balona L.A., Shobbrook R.R.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1984. V. 211. P. 375.
78. *Belfort P., Crovisier J.* // Astron. and Astrophys. 1984. V. 136. P. 368.
79. *Binney J., Merrifield M.* Galactic Astronomy. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1998. 13+796 p.
80. *Binney J., Tremaine S.* Galactic Dynamics. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1994. 16+733 p.
81. *Blaha C., Humphreys R.M.* // Astron. J. 1989. V. 98. P. 1598.
82. *Blanco V.M., Blanco B.M.* // Mem. Soc. Astron. Ital. 1985. V. 56. P. 15.
83. *Blitz L.* // Surveys of the Southern Galaxy / Eds Burton W.B., Israel F.P. Dordrecht e. a.: Reidel, 1983. P. 117.
84. *Blitz L.* // Physics of the Gaseous and Stellar Disks of the Galaxy / Ed. King I.R. ASP Conf. Series. 1994. V. 66. P. 1.

85. *Blitz L., Brand J.* // The outer Galaxy / Eds Blitz L., Lockman F.J. Berlin: Springer-Verlag, 1988. P. 73.
86. *Blitz L., Fich M., Stark A.A.* // Astrophys. J. Suppl. Ser. 1982. V. 49. P. 183.
87. *Bower G.C., Backer D.C., Sramek R.A.* // Astrophys. J. 2001. V. 558. P. 127.
88. *Brand J.* Ph. D. Thesis. Leiden University, 1986.
89. *Brand J., Blitz L.* // Astron. and Astrophys. 1993. V. 275. P. 67.
90. *Brand J., Blitz L., Wouterloot J.G.A.* // Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. 1986. V. 65. P. 537.
91. *Burton W.B., Gordon M.A.* // Astron. and Astrophys. 1978. V. 63. P. 7.
92. *Byl J., Ovenden M.W.* // Astrophys. J. 1978. V. 225. P. 496.
93. *Caldwell J.A.R., Avruch I.M., Metzger M.R., Schechter P.L., Keane M.J.* // Variable Stars and Galaxies / Ed. Warner B. ASP Conf. Series. 1992. V. 30. P. 111.
94. *Caldwell J.A.R., Coulson I.M.* // Astron. J. 1987. V. 93. P. 1090.
95. *Caldwell J.A.R., Ostriker J.P.* // Astrophys. J. 1981. V. 251. P. 61.
96. *Camm G.L.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1938. V. 99. P. 71.
97. *Carlberg R.G., Innanen K.A.* // Astron. J. 1987. V. 94. P. 666.
98. *Carney B.W., Fulbright J.P., Terndrup D.M., Suntzeff N.B., Walker A.R.* // Astron. J. 1995. V. 110. P. 1674.
99. *Carney B.W., Storm J., Jones R.V.* // Astrophys. J. 1992. V. 386. P. 663.
100. *Carretta E., Gratton R.G., Clementini G., Fusi Pecci F.* // Astrophys. J. 2000. V. 533. P. 215.
101. *Casertano S.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1983. V. 203. P. 735.
102. *Caswell J.L., Haynes R.F.* // Astron. and Astrophys. 1987. V. 171. P. 261.
103. *Chini R., Wink J.E.* // Astron. and Astrophys. 1984. V. 139. P. L5.
104. *Chini R.* // The Milky Way Galaxy / Eds van Woerden H. et al. Dordrecht: Reidel D., 1985. P. 101.
105. *Clemens D.P.* // Astrophys. J. 1985. V. 295. P. 422.
106. *Clube S.V.M., Dawe J.A.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1980. V. 190. P. 591.
107. *Clube S.V.M., Watson F.G.* // Observatory. 1978. V. 98. P. 124.
108. *Cohen R.J., Shepherd M., Gayrd M.J., West M.E.* // The Center of the Galaxy. IAU Symp. № 136 / Ed. Morris M. Dordrecht etc., 1989. P. 51.
109. *Crampton D., Bernard D., Harris B.L., Thackeray A.D.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1976. V. 176. P. 683.

110. *Cruz-González C.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1974. V. 41. P. 168.
111. *Cudworth K.M.* // Astron. J. 1974. V. 79, P. 1384.
112. *Da Costa G.S., Armandroff T.E.* // Astron. J. 1995. V. 109. P. 2533.
113. *Damour T., Taylor J.H.* // Astrophys. J. 1991. V. 366. P. 501.
114. *de Vaucouleurs G.* // Astrophys. J. 1983. V. 268. P. 451.
115. *de Vaucouleurs G.* // Astrophys. J. 1983. V. 268. P. 468.
116. *de Vaucouleurs G., Buta R.* // Astron. J. 1978. V. 83. P. 1383.
117. *Dehnen W., Binney J.J.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1998. V. 294. P. 429.
118. *Dickey J.M.* // Astrophys. J. 1983. V. 273. P. L71.
119. *Dopita M.A., Jacoby G.H., Vassiliadis E.* // Astrophys. J. 1992. V. 389. P. 27.
120. *Downes D., Wilson T.L., Bieging J., Wink J.* // Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. 1980. V. 40. P. 379.
121. *Ebisuzaki T., Hanawa T., Sugimoto D.* // Publ. Astron. Soc. Japan. 1984. V. 36. P. 551.
122. *Einasto J., Haud U., Jõeveer M.* // The Large-Scale Characteristics of the Galaxy. IAU Symp. № 84 / Ed. Burton W.B. Dordrecht: Reidel D, 1979. P. 231.
123. *Einasto J., Jõeveer M., Kaasik A.* // Tartu Astron. Obs. Teated. 1976. № 54. P. 3.
124. *Feast M.W.* // The Galaxy. Proc. of a NATO Advanced Study Institute, held at Cambridge, UK, 4–15 August 1986 / Eds Gilmore G., Carswell B. Dordrecht: Reidel D., 1987. P. 1.
125. *Feast M.W.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1997. V. 284. P. 761.
126. *Feast M.W., Shuttleworth M.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1965. V. 130. P. 245.
127. *Feast M.W., Walker A.R.* // Annual Rev. Astron. and Astrophys. 1987. V. 25. P. 345.
128. *Feast M.W., Whitelock P.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1997. V. 291. P. 683.
129. *Feast M., Whitelock P., Menzies J.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 2002. V. 329. P. L7.
130. *Fernley J.A., Longmore A.J., Jameson R.F., Watson F.G., Wesselink T.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1987. V. 226. P. 927.
131. *Fich M., Blitz L., Stark A.A.* // Astrophys. J. 1989. V. 342. P. 272.
132. *Fich M., Treffers R.R., Dahl G.P.* // Astron. J. 1990. V. 99. P. 622.
133. *Fich M., Tremaine S.* // Annual Rev. Astron. and Astrophys. 1991. V. 29. P. 409.
134. *Fokker A.D.* // Bull. Astron. Inst. Netherl. 1968. V. 20. P. 29.

135. *Forbes D.* // *Astron. J.* 1985. V. 90. P. 301.
136. *Forbes D.* // *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.* 1989. V. 77. P. 439.
137. *Freeman K.C.* // *Astrophys. J.* 1970. V. 160. P. 811.
138. *Frenk C.S., White S.D.M.* // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 1982. V. 198. P. 173.
139. *Fridman A.M., Khoruzhii O.V., Lyakhovich V.V., Avedisova V.S.* // *Unsolved Problems of the Milky Way. IAU Symp. № 169 / Eds Blitz L., Teuben P.J.* Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 597.
140. *Fux R., Axelrod T., Popowski P.* // *Stellar Dynamics: from Classic to Modern. Proc. of the International Conference held in Saint Petersburg, Russia, August 21–27, 2000, in honour of the 100th birthday of Professor K. F. Ogorodnikov (1900–1985) / Eds Ossipkov L.P., Nikiforov I.I.* СПб: НИИХ СПбГУ, 2001. P. 21.
141. *García Cole A., Schuster W.J., Parrao L., Moreno E.* // *Revista Mex. Astron. y Astrofis.* 1999. V. 35. P. 111.
142. *Genzel R., Downes D., Schneps M.H., Reid M.J., Moran J.M., Kogan L.R., Kostenko V.I., Matveyenko L.I., Rönnäng B.* // *Astrophys. J.* 1981. V. 247. P. 1039.
143. *Gilmore G., King I., van der Kruit P.* *The Milky Way as a galaxy* // *Proc. of the 19th Advanced Course of the Swiss Soc. of Astron. and Astrophys / Ed. Buser R.* Geneva: Observatory, 1989.
144. *Gilmore G., Wyse R.F.G., Kuijken K.* // *Annual Rev. Astron. and Astrophys.* 1989. V. 27. P. 555.
145. *Glass I.S., Feast M.W.* // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 1982. V. 198. P. 199.
146. *Glushkova E.V., Dambis A.K., Mel'nik A.M., Rastorguev A.S.* // *Astron. and Astrophys.* 1998. V. 329. P. 514.
147. *Gould A., Stutz A., Frogel J.A.* // *Astrophys. J.* 2001. V. 547. P. 590.
148. *Gwinn C.R., Moran J.M., Reid M.J.* // *Astrophys. J.* 1992. V. 393. P. 149.
149. *Gwinn C.R., Moran J.M., Reid M.J., Schneps M.H., Genzel R., Downes D.* // *The Center of the Galaxy. IAU Symp. № 136 / Ed. Morris M.* Dordrecht etc., 1989. P. 47.
150. *Harris W.E.* // *Astron. J.* 1976. V. 81. P. 1095.
151. *Harris W.E.* // *Star Clusters. IAU Symp. № 85 / Ed. Hesser J.E.* Dordrecht: Reidel D., 1980. P. 81.
152. *Harris W.E.* // *Astron. J.* 1996. V. 112. P. 1487.
153. *Haud U.* // *Astrophys. and Space Sci.* 1984. V. 104. P. 337.
154. *Haud U., Jöeveer M., Einasto J.* // *The Milky Way Galaxy / Eds van Woerden H. et al.* Dordrecht: Reidel D., 1985. P. 85.
155. *Herman J., Baud B., Habing H.J., Winnberg A.* // *Astron. and Astrophys.* 1985. V. 143. P. 122.



156. *Holmberg J., Flynn C.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 2000. V. 313. P. 209.
157. *Honma M., Sofue Y.* // Publ. Astron. Soc. Japan. 1996. V. 48. P. L103.
158. *Honma M., Sofue Y.* // Publ. Astron. Soc. Japan. 1997. V. 49. P. 453.
159. *Hron J.* // Astron. and Astrophys. 1989. V. 222. P. 85.
160. *Huterer D., Sasselov D.D., Schechter P.L.* // Astron. J. 1995. V. 110. P. 2705.
161. *Jõeveer M., Einasto J.* // Tartu Astron. Obs. Teated. 1976. № 54. P. 77.
162. *Kent S.M., Dame T.M., Fazio G.* // Astrophys. J. 1991. V. 378. P. 131.
163. *Kerr F.J., Lynden-Bell D.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1986. V. 221. P. 1023.
164. *Knapp G.R.* // Kinematics, Dynamics and Structure of the Milky Way. Workshop on “The Milky Way” / Ed. Shuter W.L.H. Dordrecht: Reidel D., 1983. P. 233.
165. *Knapp G.R., Tremaine S.D., Gunn J.E.* // Astron. J. 1978. V. 83. P. 1585.
166. *Kuijken K., Gilmore G.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1989. V. 239. P. 605.
167. *Kuijken K., Tremaine S.* // Astrophys. J. 1994. V. 421. P. 178.
168. *Lahulla J.F.* // Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. 1985. V. 61. P. 537.
169. *Lahulla J.F.* // Astron. J. 1987. V. 94. P. 1062.
170. *Lahulla J.F.* // Astron. J. 1989. V. 97. P. 1727.
171. *Layden A.C., Hanson R.B., Hawley S.L., Klemola A.R., Hanley C.J.* // Astron. J. 1996. V. 112. P. 2110.
172. *Lépine J.R.D., Amaral L.H.* // Mem. Soc. Astron. Ital. 1995. V. 66. P. 649.
173. *Lynden-Bell D., Faber S.M., Burstein D., Davies R.L., Dressler A., Terlevich R.D., Wegner G.* // Astrophys. J. 1988. V. 326. P. 19.
174. *Lynden-Bell D., Frenk C.S.* // Observatory. 1981. V. 101. P. 200.
175. *McNamara D.H.* // Publ. Astron. Soc. Pacif. 1997. V. 109. P. 1221.
176. *McNamara D.H., Madsen J.B., Barnes J., Ericksen B.F.* // Publ. Astron. Soc. Pacif. 2000. V. 112. P. 202.
177. *Malahova Yu.N., Petrovskaya I.V.* // Astron. and Astrophys. Trans. 1992. V. 1. P. 221.
178. *Martin P.G.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1971. V. 153. P. 251.
179. *Merrifield M.R.* // Astron. J. 1992. V. 103. P. 1552.
180. *Merrifield M.R.* // Back to the Galaxy. Proc. 3. October Astrophysics Conference in Maryland, College Park, USA / Eds Holt S.S., Verter F. AIP Conf. Proc. No. 278, 1993. P. 437.

181. *Metzger M.R., Caldwell J.A.R., Schechter P.L.* // *Astron. J.* 1998. V. 115. P. 635.
182. *Mishurov Yu.N., Zenina I.A., Dambis A.K., Mel'nik A.M., Rastorguev A.S.* // *Astron. and Astrophys.* 1997. V. 323. P. 775.
183. *Moffat A.F.J., Fitzgerald M.P., Jackson P.D.* // *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.* 1979. V. 38. P. 197.
184. *Molnar L.M.* Ph. D. Thesis. Harvard University, 1985.
185. *Moran J.M.* // *Sub Arcsecond Radio Astronomy* / Eds Davis R., Booth R.S. Cambridge: Cambridge University Press, 1993. P. 62.
186. *Moran J.M., Reid M.J., Schneps M.H., Gwinn C.R., Genzel R., Downes D., Rönnäng B.* // *The Galactic Center. Proc. Symp. honoring C.H. Towns* / Ed. Backer D.C. AIP Conf. Proc. No. 155. 1987. P. 166.
187. *Morgan S.M., Simet M, Bargerquast S.* // *Acta Astronomica.* 1998. V. 48. P. 509.
188. *Nikiforov I.I.* // *Кинематика и физика неб. тел. Приложение.* 1999. № 2. С. 34.
189. *Nikiforov I.I.* // *Small Galaxy Groups* / Eds Valtonen M.J., Flynn C. ASP Conf. Series. 2000. V. 209. P. 403.
190. *Nikiforov I.I.* // *Stellar Dynamics: from Classic to Modern. Proc. of the International Conference held in Saint Petersburg, Russia, August 21–27, 2000, in honour of the 100th birthday of Professor K. F. Ogorodnikov (1900–1985)* / Eds Ossipkov L.P., Nikiforov I.I. СПб: НИИХ СПбГУ, 2001. P. 28.
191. *Nikiforov I.I., Bobrova (Mel'nichnikova) A.Yu.* // *Кинематика и физика неб. тел. Приложение.* 1999. № 2. С. 29.
192. *Nikiforov I.I., Petrovskaya I.V., Ninković S.* // *Small Galaxy Groups* / Eds Valtonen M.J., Flynn C. ASP Conf. Series. 2000. V. 209. P. 399.
193. *Nikiforov I.I., Shekhovtsova T.V.* // *Stellar Dynamics: from Classic to Modern. Proc. of the International Conference held in Saint Petersburg, Russia, August 21–27, 2000, in honour of the 100th birthday of Professor K. F. Ogorodnikov (1900–1985)* / Eds Ossipkov L.P., Nikiforov I.I. СПб: НИИХ СПбГУ, 2001. P. 88.
194. *Ninković S.* // *Astron. Nachr.* 1992. V. 313. P. 83.
195. *Odenkirchen M., Brosche P.* // *Astron. Nachr.* 1992. V. 313. P. 69.
196. *Ojha D.K., Bienaymé O., Robin A.C., Crézé M., Mohan V.* // *Astron. and Astrophys.* 1996. V. 311. P. 456.
197. *Olling R.P., Merrifield M.R.* // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 1998. V. 297. P. 943.
198. *Olling R.P., Merrifield M.R.* // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 2001. V. 326. P. 164.
199. *Oort J.H.* // *Bull. Astron. Inst. Netherl.* 1927. V. 3. P. 275.
200. *Oort J.H.* // *Bull. Astron. Inst. Netherl.* 1932. V. 6. P. 249.

201. *Oort J.H., Plaut L.* // *Astron. and Astrophys.* 1975. V. 41. P. 71.
202. *Ossipkov L.P., Kutuzov S.A.* // *Unsolved Problems of the Milky Way. IAU Symp. № 169* / Eds Blitz L., Teuben P.J. Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 523.
203. *Ossipkov L.P., Mylläri A., Flynn C.* // *Stellar Dynamics: from Classic to Modern. Proc. of the International Conference held in Saint Petersburg, Russia, August 21–27, 2000, in honour of the 100th birthday of Professor K. F. Ogorodnikov (1900–1985)* / Eds Ossipkov L.P., Nikiforov I.I. СПб: НИИХ СПбГУ, 2001. P. 48.
204. *Ostriker J.P., Caldwell J.A.R.* // *Kinematics, Dynamics and Structure of the Milky Way. Workshop on “The Milky Way”* / Ed. Shuter W.L.H. Dordrecht: Reidel D., 1983. P. 249.
205. *Ovenden M.W., Byl J.* // *Kinematics, Dynamics and Structure of the Milky Way. Workshop on “The Milky Way”* / Ed. Shuter W.L.H. Dordrecht: Reidel D., 1983. P. 59.
206. *Ovenden M.W., Pryce M.H.L., Shuter W.L.H.* // *Kinematics, Dynamics and Structure of the Milky Way. Workshop on “The Milky Way”* / Ed. Shuter W.L.H. Dordrecht: Reidel D., 1983. P. 67.
207. *Paczynski B., Stanek K.Z.* // *Astrophys. J.* 1998. V. 494. P. L219.
208. *Persic M., Salucci P., Stel F.* // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 1996. V. 281. P. 27.
209. *Peterson C.J., King I.* // *Astron. J.* 1975. V. 80. P. 427.
210. *Petrovskaya I.V.* // *Astron. and Astrophys. Trans.* 1992. V. 3. P. 87.
211. *Petrovskaya I.V., Teerikorpi P.* *Astron. and Astrophys.* 1986. V. 163. P. 39.
212. *Pont F., Mayor M., Burki G.* // *Astron. and Astrophys.* 1994. V. 285. P. 415.
213. *Pont F., Queloz D., Bratschi P., Mayor M.* // *Astron. and Astrophys.* 1997. V. 318. P. 416.
214. *Porcel C., Battaner E., Jiménez-Vicente J.* // *Astron. and Astrophys.* 1997. V. 322. P. 103.
215. *Pottasch S.R.* // *Astron. and Astrophys.* 1990. V. 236. P. 231.
216. *Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A., Vetterling W.T.* *Numerical Recipes in Pascal: The Art of Scientific Computing.* Cambridge etc.: Cambridge University Press, 1989. 759 p.
217. *Quiroga R.J.* // *Astron. and Astrophys.* 1980. V. 92. P. 186.
218. *Racine R., Harris W. E.* // *Astron. J.* 1989. V. 98. P. 1609.
219. *Rees R.F.* // *Proper Motions and Galactic Astronomy* / Ed. Humphreys R.M. ASP Conf. Series. 1997. V. 127. P. 109.
220. *Reid I.N.* // *Astron. J.* 1998. V. 115. P. 204.

221. *Reid I.N.* // Annual Rev. Astron. and Astrophys. 1999. V. 37. P. 191.
222. *Reid M.J.* // The Center of the Galaxy. IAU Symp. № 136 / Ed. Morris M. Dordrecht etc., 1989. P. 37.
223. *Reid M.J.* // Annual Rev. Astron. and Astrophys. 1993. V. 31. P. 345.
224. *Reid M.J., Readhead A.C.S., Vermeulen R.C., Treuhaft R.N.* // Astrophys. J. 1999. V. 524. P. 816.
225. *Reid M.J., Schneps M.H., Moran J.M., Gwinn C.R., Genzel R., Downes D., Rönnäng B.* // Astrophys. J. 1988. V. 330. P. 809.
226. *Robin A.C., Crézé M., Mohan V.* // Astron. and Astrophys. 1992. V. 400. P. L25.
227. *Rohlfs K., Chini R., Wink J.E., Böhme R.* // Astron. and Astrophys. 1986. V. 158. P. 181.
228. *Ruphy S., Robin A.C., Epchtein N., Copet E., Bertin E., Fouqué P., Guglielmo F.* // Astron. and Astrophys. 1996. V. 313. P. L21.
229. *Rybicki G., Legar M., Schaefer M.* // Bull. Am. Astron. Soc. 1974. V. 6. P. 453.
230. *Ryder S.D., Zasov A.V., Sil'chenko O.K., McIntyre V.J., Walsh W.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1998. V. 293. P. 411.
231. *Sasaki T., Ishizawa T.* // Astron. and Astrophys. 1978. V. 69. P. 381.
232. *Schechter P., Aaronson M., Cook K.H., Blanco V.M.* // The outer Galaxy / Eds Blitz L., Lockman F.J. Berlin: Springer-Verlag, 1988. P. 31.
233. *Schmidt M.* // Galactic Structure / Eds Blaauw A., Schmidt M. Chicago: University of Chicago Press, 1965.
234. *Schneider S.E., Terzian Y.* // Astrophys. J. 1983. V. 274. P. L61.
235. *Schneps M.H., Lane A.P., Downes D., Moran J.M., Genzel R., Reid M.J.* // Astrophys. J. 1981. V. 249. P. 124.
236. *Sellwood J.A., Sanders R.H.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1988. V. 233. P. 611.
237. *Shapley H.* // Astrophys. J. 1918. V. 48. P. 154.
238. *Shuter W.L.H.* // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1982. V. 199. P. 109.
239. *Sofue Y.* // Origin of Matter and Evolution of Galaxies. Proc. of the International Conference held in Atami, Japan, January 18–20, 1996 / Eds Kajino T., Yoshii Y., Kubono S. Singapore: World Scientific, 1997. P. 148.
240. *Sparke L.S.* // Astrophys. J. 1984. V. 280. P. 117.
241. *Stanek K.Z., Garnavich P.M.* // Astrophys. J. 1998. V. 503. P. L141.
242. *Stanek K.Z., Kaluzny J., Wysocka A., Thompson I.* // Acta Astronomica. 2000. V. 50. P. 191.

243. *Stark A.A.* // *Astrophys. J.* 1984. V. 281. P. 624.
244. *Staude H.J., Lenzen R., Dyck H.M., Schmidt G.D.* // *Astrophys. J.* 1982. V. 255. P. 95.
245. *Teerikorpi P.* // *Astron. and Astrophys.* 1989. V. 209. P. 46.
246. *Tello C.* // *Cosmology and Large-Scale Structure in the Universe* / Ed. de Carvalho R.R. ASP Conf. Series. 1992. V. 24. P. 167.
247. *Tello C.* // *Astron. J.* 1994. V. 107. P. 1381.
248. *Thackeray A.D.* // *The Galaxy and the Magellanic Clouds.* IAU-URSI Symp.
249. *Thomas P.* // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 1989. V. 238. P. 1319.
250. *Toomre A.* // *Quart. J. Roy. Astron. Soc.* 1972. V. 13. P. 241.
251. *Trumpler R.J., Weaver H.F.* *Statistical Astronomy*, New York: Dover Publications, 1953. C. 561.
252. *Turbide L., Moffat A.F.J.* // *Astron. J.* 1993. V. 105. P. 1831.
253. *Udalski A.* // *Acta Astronomica.* 1998. V. 48. P. 113.
254. *Udalski A.* // *Astrophys. J.* 2000. V. 531. P. L25.
255. *Van de Steene G.C., Zijlstra A.A.* // *Astron. and Astrophys.* 1995. V. 293. P. 541.
256. *van den Bergh S.* // *Astrophys. J.* 1974. V. 188. P. L9.
257. *van den Bergh S., Herbst E.* // *Astron. J.* 1974. V. 79. P. 603.
258. *Verschuur G.L.* *Interstellar Matters. Essays on Curiosity and Astronomical Discovery.* New York etc.: Springer-Verlag, 1989. P. 209.
259. *Walker A.R., Mack P.* // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 1986. V. 220. P. 69.
260. *Walker A.R., Terndrup D.M.* // *Astrophys. J.* 1991. V. 378. P. 119.
261. *Weaver H.* // *Astron. J.* 1954. V. 59. P. 375.
262. *Webbink R.F.* // *Dynamics of Star Clusters.* IAU Symp. № 113 / Eds Goodman J., Hut P. Dordrecht etc., 1985. P. 541.
263. *Woltjer L.* // *Astron. and Astrophys.* 1975. V. 42. P. 109.
264. *York D.* // *Canadian J. Physics.* 1966. V. 44. P. 1079.