

Программа по части курса “Внегалактическая астрономия и космология”
“космология” (5 курс, X семестр)
Лектор проф. кафедры астрофизики Д.И.Нагирнер

Введение

Главные события и имена в космологии. Теоретические и наблюдательные основы.

Глава I. Однородные космологические модели.

§ 1. Ньютоновская теория

1. Предположения. Космологический принцип. Постановка задачи двух тел с одномерным движением.
2. Уравнение движения и его следствия. Закон сохранения энергии. Три типа решений.
3. Решения уравнения. Получение решений в параметрическом виде. Тригонометрические и гиперболические подстановки. Общий предел.
4. Свойства решений. Эллиптическое, гиперболическое и параболическое движения.

§ 2. Интерпретация решений по Фридману

1. Переход к решениям Фридмана. Релятивистская интерпретация уравнений и полученных решений. Кривизна пространства и ее радиус. Синхронизация часов.
2. Фридмановские решения. Зависимость от времени радиуса кривизны, функции Хаббла и плотности для трех моделей пылевидного вещества.
3. Метрика замкнутого трехмерного пространства. Представление трехмерного пространства постоянной положительной кривизны в виде гиперсферы в евклидовом четырехмерном пространстве. Квадрат интервала, его угловая часть. Тригонометрические подстановки.
4. Метрика пространств неположительной кривизны. Представление пространства отрицательной кривизны двуполостным гиперболоидом в четырехмерном пространстве Лобачевского. Гиперболические подстановки. Случай плоского пространства.
5. Геометрия пространств. Единое представление формул для метрики. Расстояние и радиус сферы. Элемент объема. Объем пространства.
5. Метрика четырехмерного пространства–времени. Метрика Фридмана–Робертсона–Уокера. Метрика для плоского пространства.

§ 3. Однородные космологические модели

1. Два основных уравнения космологии. Их происхождение. Роль давления.
2. Преобразование уравнений. Плотность и давление для космологического слагаемого. Полные плотность и давление. Плотность и давление кривизны. Гравитирующая плотность и масса. Уравнение в форме Ньютона.
3. Условие совместности уравнений и его физическая интерпретация. Функция Хаббла и уравнение, связывающее ее с плотностью.
4. Компоненты материи: пылевидное вещество, излучение и ультрарелятивистские нейтрино. Уравнения состояния компонент при отсутствии взаимодействия между ними. Эволюция компонент со временем. Масштабный множитель и красное смещение.
5. Критическая плотность. Доли компонент в критической плотности. Сохраняющиеся величины.
6. Решение основных уравнений в квадратурах. Связь масштабного множителя со временем и с конформным временем. Случай плоских моделей.

§ 4. Однокомпонентные модели

Пылевидное и ультрарелятивистское вещество (излучение). Эволюция радиуса кривизны, постоянной Хаббла и плотности. Характер решения уравнения для пустого пространства с космологическим слагаемым.

Глава II. Излучение в космологии

§ 1. Распространение излучения

1. Движение излучения и горизонт. Уравнение движения фотона. Понятие горизонта. Расстояние, проходимое излучением фотоном, и расстояние от него до наблюдателя. Случай замкнутого мира.
2. Видимая часть Вселенной. Радиус и площадь сферы, из которой вышло излучение в определенный момент. То же для горизонта. Объем видимой части пространства. Физический горизонт.
3. Красное смещение. Определение красного смещения как отношения периодов волны в местах излучения и наблюдения. Зависимость радиуса кривизны от красного смещения. Изменение частоты и длины волны при красном смещении. Масштабный множитель.
4. Различные типы расстояний: метрическое расстояние между точками в фиксированный момент, расстояние по угловому размеру, по параллаксу, по числу фотонов, по болометрической яркости.

§ 2. Наблюдаемое расширение Вселенной

1. Открытие Хаббла. Три формулировки закона расширения.
2. Определение расстояний в Метагалактике. Измерения тригонометрических параллаксов, рассеянные скопления, роль цефеид, стандартные свечи. Величина H_0 .
3. Интерпретация закона Хаббла. Точный характер связи скорости с расстоянием и его интерпретация. Хаббловское расстояние. Сверхсветовые скорости.
4. Интерпретация соотношения скорость–красное смещение. Точная связь расстояния с z . Предел малых z . Эффект Доплера и космологическое красное смещение. Их различие.

Глава III. Наиболее адекватная (Стандартная) модель

§ 1. Проблема выбора модели

1. О космологических тестах. Геометрия. Проблема массы во Вселенной. Величины Ω^0 : барионная, по вращению галактики, по теореме вириала для скоплений. Скрытая масса и темное вещество.
2. Классические тесты. Два классических теста: видимая яркость — красное смещение и видимый размер — красное смещение.
3. Современная диаграмма Хаббла. Определение критических параметров по сверхновым. Роль космологического слагаемого.

§ 2. Стандартная космологическая модель

1. Плоская трехкомпонентная модель.
2. Параметры модели. Постоянная Хаббла, критическая плотность и хаббловское расстояние. Доля темной энергии.
3. Плотности четырех космологических компонент и их доли в критической плотности. Объединение излучения и безмассовых нейтрино. Числа атомов водорода, соответствующие космологическим плотностям.
4. Основные уравнения. Зависимость времени от масштабного множителя. Константы и переменные. Возраст Вселенной.
3. Роли компонент в различные эпохи. Моменты совпадений плотностей и гравитационных сил компонент.
4. Расстояния, скорости, ускорения в прошлом, современные и в будущем.

§ 3. Состояние материи во Вселенной в разные эпохи

1. Реликтовое излучение. Обнаружение РИ. Его свойства: спектр, концентрация фотонов, плотность энергии и массы, положение максимума. Спектр в прошлом. Анизотропия и ее наблюдения.
2. Стадии истории горячей Вселенной. Границы между ними. Эпохи объединений, аннигиляции, рекомбинации, радиационно доминированной плазмы, преобладающей роли вещества, излучения и темной энергии.
4. Физические процессы в различные периоды. Постепенное упрощение состава вещества и отрыв легких частиц от взаимодействия с остальным веществом.
5. Эволюция космологических нейтрино. Отрыв от остальной материи. Аннигиляция электрон-позитронных пар, передача их энергии и энтропии излучению. Связь температур нейтрино и излучения.

§ 4. Эволюция красного смещения и видимой светимости

1. Зависимость красного смещения от эпохи. Связь времен испускания фотона и его наблюдения в разные эпохи, связь их дифференциалов. Изменение радиуса кривизны и красного смещения.
2. Эволюция видимой светимости объектов. Изменение болометрической светимости и расстояния по ней. Оценки времен обнаружения их.
3. Независимые константы и переменные. Три основных постоянных в космологии. Выражения через них постоянных Стандартной модели. Связь переменных с радиусом кривизны. Независимая запись метрики.

Глава IV. Образование химических элементов и крупномасштабной структуры Вселенной

§ 1. Первичный нуклеосинтез

Первичный и вторичный нуклеосинтез. Основной параметр. Первичные водород, гелий, дейтерий и литий. Сравнение с наблюдениями.

§ 2. Теория Джинса

1. Основные уравнения теории Джинса. Возмущения в гравитирующей среде согласно ньютоновской гидродинамике. Невозмущенное состояние. Противоречие в теории. Гармонические моды. Давление.
2. Линейное приближение. Экспоненциальная зависимость от времени.
3. Адиабатические возмущения. Волновое число Джинса и критерий неустойчивости.
4. Энтропийные и вихревые возмущения.
5. Классификация возмущений. Число независимых типов возмущений. Резонанс.
6. Критические массы Джинса в различные периоды эволюции Вселенной. Радиационно доминированная плазма и пылевое вещество.

§ 3. Возмущения космологического вещества

1. Невозмущенное состояние при космологическом расширении. Модель с пылью и темной энергией. Уравнения космологии.
2. Возмущения в эйлеровых и лагранжевых координатах. Продольные волны. Зависимость волнового вектора от времени.
3. Уравнения для возмущений. Уравнения первого линейного приближения. Сведение к уравнению для относительного возмущения плотности.
4. Критерий устойчивости в частном случае. Отличия от критерия Джинса.
5. Большие длины волн. Два линейно независимых решения.

§ 4. Теория блинов Зельдовича

1. Способ описания возмущений. Возмущение одной координаты.
2. Преобразование координат. Вычисление производных по времени и координатам.
3. Преобразование уравнений. Уравнения гидродинамики в лагранжевых координатах.
4. Уравнение для относительного возмущения плотности. Его совпадение с уравнением линейной теории в случае малых волновых чисел.
5. Решения в параметрическом виде.
6. Явное аналитическое решение. Плоская модель. Три моды возмущений.
7. Независимые константы и переменные. Выражения констант через основные постоянные. Связь переменной с радиусом кривизны.

Глава V. Космологическая инфляция

§ 1. Успехи и проблемы космологии

1. Успехи моделей Фридмана-Леметра и теории горячей Вселенной. Предсказание РИ, нуклеосинтез, теория образования крупномасштабной структуры.
2. Трудности Стандартной модели. Проблема плоскостности. Проблема горизонта. Проблема однородности. Проблемы зарядовой асимметрии, первичных неоднородностей и другие.

§ 2. Теория инфляции

1. Раздувание пространства. Теория инфляции, ее история.
2. Планковские величины.
3. Разрешение проблемы плоскостности.
4. Изменение плотности и размера при инфляции.
5. Разрешение проблем однородности, горизонта. Расширение от планковских до хаббловских размеров за десятки хаббловских времен.
6. Решение проблемы начального толчка и неоднородностей. Распад квантового вакуума.

§ 3. Вторая инфляция и второй горизонт

1. Вторая инфляция. Красные смещения ее начала. Будущее Вселенной.
2. Второй горизонт, расстояние до него.
3. Видимая и невидимая части Вселенной.
4. Пути фотонов в разные эпохи.
5. Расстояния, скорости и ускорения горизонтов. Пересечение горизонтов. Предельное расстояние до второго горизонта.

§ 4. Связь с внеземными цивилизациями

Путь сигнала, посланного к внеземным цивилизациям, и возможный их ответ.

Литература

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. Наука, М.
2. Л.Э.Гуревич, А.Д.Чернин. Введение в космогонию. М., Наука, 1978.
3. Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков. Строение и эволюция Вселенной. М., Наука, 1975.
4. Д.И.Нагирнер. Элементы космологии. Изд-во СПбГУ, 2001.
5. Сайт astro.spbu.ru

Вопросы по курсу “Элементы космологии”

1. Ньютоновские и фридмановские модели расширяющейся Вселенной с пылеобразным и релятивистским веществом.
2. Трехмерная и четырехмерная метрики открытых и замкнутых моделей расширяющейся Вселенной.
3. Основные уравнения космологии. Условие совместности и его физический смысл.
4. Космологические компоненты, их уравнения состояния и эволюция плотности.
5. Уравнения движения фотона, горизонт и видимая часть Вселенной.
6. Различные виды расстояний в космологии и космологические тесты.
7. Соотношения Хаббла и их интерпретация.
8. Стадии эволюции горячей Вселенной и физические процессы в них.
9. Теория Джинса.
10. Теория Боннора.
11. Теория блинов Зельдовича.
12. Эволюция красных смещений и видимой светимости объектов.
13. Независимые константы и переменные.
14. Успехи и проблемы Стандартной модели.
15. Плоская трехкомпонентная модель. Моменты равенства роли компонент.
16. Теория инфляции и разрешение проблем космологии.
17. Вторая инфляция и второй горизонт.
18. Путь сигнала в космосе. Возможность связи с другими цивилизациями.

Дополнительные вопросы

1. Каково соотношение между расстоянием до сферы в пространстве и ее радиусом при различной кривизне пространства? Какова сумма углов треугольника в таких пространствах?
2. Как выглядит метрика замкнутого, открытого и плоского пространств? Как выражается элемент объема через пространственные переменные?
3. Как записывается метрика Фридмана–Робертсона–Уокера?
4. Как записываются основные уравнения теории Фридмана?
5. Каково условие совместности основных уравнений Стандартной модели и в чем его физический смысл?
6. Как формулируются уравнения состояния пылевидного вещества, излучения, нейтрино и вакуума?
7. Как протекает эволюция пылевидного вещества, излучения, газа нейтрино и вакуума? Каковы их доли в современной критической плотности?
8. Как выглядит уравнение движения фотона вдоль луча зрения?
9. Что такое геометрический и физический горизонты?
10. В чем различие космологического красного смещения и эффекта Доплера?
11. Как выражается основное космическое (метрическое) расстояние через временную и пространственную координаты?
12. Как выглядит соотношение Хаббла между скоростью удаления объекта вследствие расширения Вселенной и расстоянием до него?
13. Что такое хаббловское расстояние и насколько горизонт располагается дальше в плоском пространстве с пылевидным веществом?
14. Почему мы видим излучение галактики, которая удаляется от нас со скоростью света или быстрее?
15. Чему равен возраст Вселенной по современным данным и какую часть его мы видим, наблюдая галактику на красных смещениях 3 или 8?
16. Какие красные смещения соответствуют геометрическому и физическому горизонтам?
17. Каково уравнение движения горизонта и расстояние до него, какова скорость его движения? Какова скорость движения горизонта в плоской модели с пылевидным веществом?
18. Что такое реликтовое излучение и каковы его свойства?
19. Что такое радиационно доминированная плазма?
20. Какие эпохи называются эпохами объединений и почему?
21. Почему в планковскую эпоху (сверхобъединение) природа всех частиц безразлична?
22. Что такое теория космологической инфляции и какие проблемы она решает?
23. Какие элементы создаются при первичном нуклеосинтезе?
24. Каких типов могут возникать возмущения в ранней Вселенной?
25. Каков критерий Джинса? Каков характер эволюции возмущений по теории Боннора?
26. Что такое космологическая инфляция и какие проблемы она решает?
27. Плоская трехкомпонентная модель. Метрика модели. Моменты равенства ролей компонент. Возраст Вселенной.
28. Каков порядок величины ускорения на хаббловском расстоянии и у горизонта?
29. Что такое второй (кинематический) горизонт и каково расстояние до него в разные эпохи?
30. Какова судьба сигнала, посланного к веземным цивилизациям?

Ответы на дополнительные вопросы

1. В пространстве постоянной положительной кривизны расстояние до точек сферы больше ее радиуса, отрицательной — меньше, в плоском пространстве — равны. Соответственно сумма углов в треугольнике больше, меньше и равна π .

$$2. dl^2 = R^2[d\chi^2 + \text{sn}_k^2(\chi)d\omega^2], d\omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2, d^3r = R^3 \text{sn}_k^2(\chi) \sin\theta d\chi d\theta d\varphi.$$

$$3. ds^2 = R^2(\eta)[d\eta^2 - d\chi^2 - \text{sn}_k^2(\chi)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)].$$

$$4. \ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho_u + \frac{P_u}{c^2} \right) R, \dot{R}^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_u R^2, \rho_t = \rho_d + \rho_r + \rho_\Lambda, \rho_u = \rho_t + \rho_k.$$

$$5. \dot{\rho}_t = -3 \left(\rho_t + \frac{P_t}{c^2} \right) H, \text{ расширение адиабатическое.}$$

6. Для пыли, излучения, нейтрино, вакуума и кривизны соответственно: $P_d = 0, P_r = \rho_r c^2/3, P_\nu = \rho_\nu c^2/3, P_\Lambda = -\rho_\Lambda c^2, P_k = -\rho_k c^2/3$.

7. Уравнения эволюции плотности пыли, излучения, нейтрино, вакуума и кривизны: $\dot{\rho}_d = -3\rho_d H, \dot{\rho}_r = -4\rho_r H, \dot{\rho}_\nu = -4\rho_\nu H, \dot{\rho}_\Lambda = 0, \dot{\rho}_k = -2\rho_k H$. Их решения $\rho_d = \rho_d^0/a^3, \rho_r = \rho_r^0/a^4, \rho_\nu = \rho_\nu^0/a^4, \rho_\Lambda = \rho_\Lambda^0, \rho_k = \rho_k^0/a^2$. Их доли в критической плотности $\Omega_d^0 \approx 0.28, \Omega_\Lambda^0 \approx 0.72, \Omega_r^0 \approx \Omega_\nu^0 \approx 10^{-5}$.

8. $\chi = \eta_0 - \eta$ — если к нам, $\chi = \eta - \eta_e$ — от нас.

9. Геометрический горизонт $\chi = \eta_0$ — фотоны пошли в нашу сторону в начальный момент расширения, физический — конец эпохи рекомбинации, сфера последнего рассеяния.

10. Эффект Доплера — это смещение частоты у фотона движущимся источником в стационарном пространстве в момент излучения, космологическое красное смещение — постоянное в ходе движения изменение частоты фотона в расширяющемся пространстве.

$$11. l = R(\eta)\chi.$$

12. $v = Hl$ — это точное соотношение.

13. На хаббловском расстоянии объект от нас удаляется со скоростью света, в плоском пространстве с пылью горизонт находится в два раза дальше.

14. Фотон, излученный далекой галактикой, которая удаляется от нас со сверхсветовой скоростью, сначала удаляется от нас, но постепенно переходит в слои, удаляющиеся все медленнее, и с некоторого момента начинает приближаться к нам.

15. По последним данным возраст Вселенной — 13.7 миллиардов лет, на $z = 3$ и на $z = 8$ находятся объекты, чей возраст составляет $1/8$ и $1/27$ от него.

16. z геометрического горизонта равно бесконечности, а физического — примерно 1100–1500.

17. Уравнение движения горизонта $\chi = \eta$, расстояние до горизонта $l_{\text{Hor}} = \chi R(\eta) = \eta R(\eta)$. Скорость его движения $\dot{l}_{\text{Hor}} = \dot{R}\eta + R d\eta/dt = Hl_{\text{Hor}} + c$, то есть на скорость света больше скорости движения места, через которое он проходит. Для плоской “пылевидной” модели $R(\eta) = R_m \eta^2/2, l_{\text{Hor}} = R_m \eta^3/2 = 3ct$. Скорость его удаления равна $3c$.

18. РИ — это излучение, оторвавшееся от вещества в эпоху рекомбинации. Оно чернотельное с температурой около 2.7 кельвинов. Концентрация реликтовых фотонов — 400 в кубическом сантиметре.

19. РДП — состояние вещества высокой степени ионизации, когда главную роль играет излучение.

20. Эпохи объединений соответствуют средним энергиям частиц различных взаимодействий, при которых сравниваются константы этих взаимодействий, так что частицы перестают различаться.

21. В планковскую эпоху константы всех взаимодействий равны.

22. Инфляция — экспоненциально быстрое расширение пространства в начальные моменты эволюции Вселенной за счет действия квантового вакуума, которое объясняет высокую однородность и изотропность Вселенной, появление флуктуаций и близость средней плотности к критической, а также источник первоначального толчка.

23. 70 % водорода, 30 % гелия и небольшие доли лития и дейтерия.

24. Адиабатические (одинаковое изменение плотностей всех составляющих), энтропийные (разные изменения плотностей составляющих), вихревые и флуктуации гравитационного потенциала.

25. При $M < M_J$ возмущения колеблются, в противоположном случае экспоненциально растут или затухают. По теории Боннора колебательные возмущения затухают, рост и затухание возмущений происходят по степенным законам.

26. Экспоненциальное расширение пространства, решаются проблемы плоскостности, горизонта, однородности и другие.

27. Плоская трехкомпонентная модель с определенными долями компонент. Возраст Вселенной 13.7 миллиардов лет. Метрика $ds^2 = \frac{c^2}{H_0^2} a^2(\eta)[d\eta^2 - d\chi^2 - \chi^2 d\omega^2]$.

28. Ускорения сейчас имеют порядок 10^{-8} см/с².

29. Второй горизонт — это сфера, из-за которой не могут прийти никакие сигналы, так как они удаляются от нас со скоростью, большей скорости света, и эта скорость только возрастает. Расстояние до него сейчас и в будущем примерно равно 5 Гпк.

30. Сигнал никогда не дойдет до объектов, расположенных сейчас дальше $z = 1.72$, а ответить на него не смогут цивилизации, находящиеся сейчас на $z = 0.66$.